Reforço escolar · Matemática ·

Matemática e brigadeiro combinam?

Dinâmica 5

2ª Série | 4º Bimestre

Aluno

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	2ª do Ensino Médio	Geométrico	Geometria Espacial: Esfera

Primeira Etapa

Compartilhar ideias

Atividade · Que setor é este?

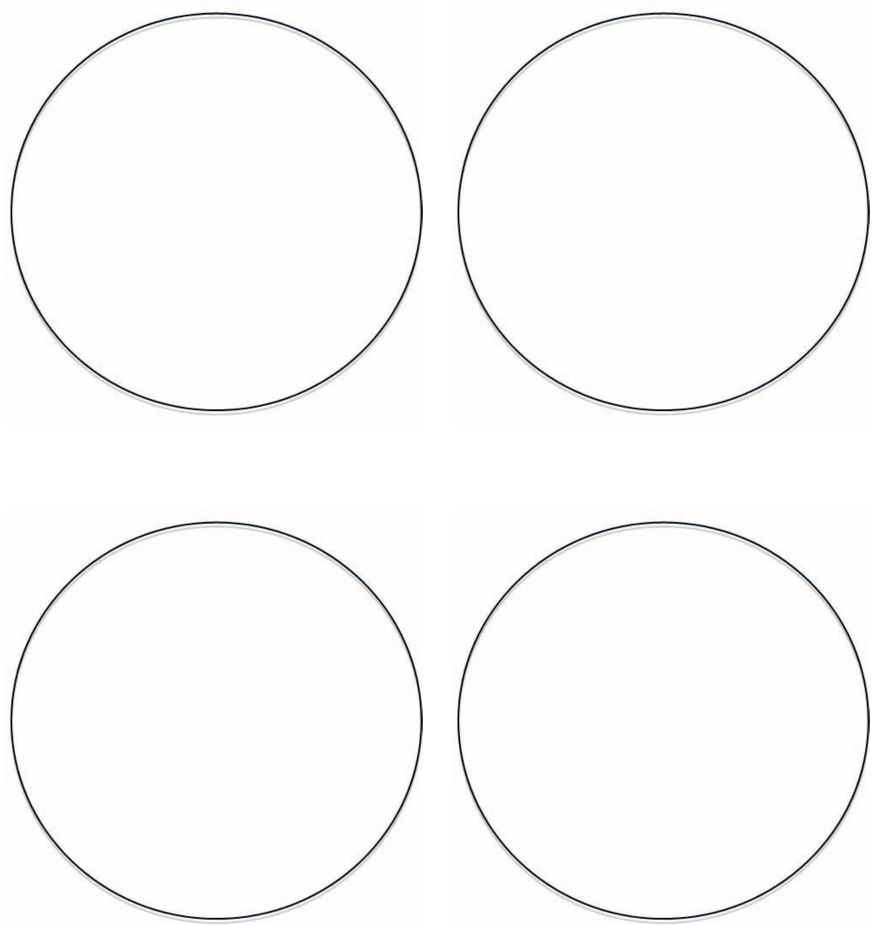
Seu professor entregou a seu grupo partes de círculos, que se assemelham a pedaços de pizza, chamadas de setores circulares.

1. Separe os setores em quatro grupos, de tal maneira que setores de mesmo tamanho fiquem no mesmo grupo.

2. Com os setores de cada grupo, você e seus colegas devem montar os círculos. Nos círculos indicados a seguir, represente como cada grupo de setores compõe o círculo.

Governo do Rio de Janeiro – Secretaria de Estado de Educação
Governo do Rio de Janeiro – Secretaria de Ciência e Tecnologia
Fundação CECIERJ – Consórcio cederj

Aluno



3. Escreva sobre a representação de cada setor, a fração do círculo a que ele corresponde.

4. Na tabela a seguir, indique a medida do ângulo central de cada setor circular.

Divisão do círculo	**Ângulo central**
2 partes iguais	
3 partes iguais	$\frac{360°}{3} = 120°$
4 partes iguais	
5 partes iguais	

5. Lembrando que a área do círculo é dada por πr^2, indique, na tabela a seguir, a área de cada setor circular.

Divisão do círculo	*Área do setor*
2 partes iguais	
3 partes iguais	$\frac{\pi r^2}{4}$
4 partes iguais	
5 partes iguais	

6. Considere um setor cuja medida do ângulo central é 300º e do raio é 1 cm. Discuta com seus colegas e encontre a área desse setor.

Explique como vocês pensaram.

Segunda etapa

Um novo olhar

Atividade • Bolinha de brigadeiro.

Brigadeiro... que delícia!

Acompanhe os dados descritos na receita a seguir e, em seguida, responda às perguntas.

Brigadeiro

Ingredientes:

1 colher (sopa) de manteiga;

1 lata de leite condensado;

1 xícara (chá) de chocolate granulado;

4 colheres (sopa) de chocolate em pó.

Aluno

Modo de Preparo:

Numa panela, junte o leite condensado, a manteiga e o chocolate em pó. Misture bem até incorporar tudo. Leve ao fogo brando, mexendo sempre. Utilize panela de fundo grosso. Quando a massa começar a se desprender do fundo da panela (o tempo varia de acordo com a panela), passe a massa para um prato untado com manteiga e deixe esfriar.

Unte as mãos com manteiga e enrole os brigadeiros, passando-os no granulado. Coloque em forminhas de papel.

Rendimento:

30 brigadeiros com cerca de 20 mm de diâmetro.

E aí? O que isso tem a ver com Matemática?

1. Os deliciosos brigadeiros que estamos acostumados a encontrar nas festas de aniversário, possuem formato que se aproxima de um sólido geométrico.

   Que sólido é esse?

2. No Para Saber +, apresentamos como é possível determinar a fórmula para a medida do volume de uma esfera. Não deixe de ler!

Por enquanto, você precisa saber que a medida do volume de uma esfera é dada por

$$\boxed{A = \frac{4}{3}\pi r^3}$$

onde *r* é a medida de seu raio.

A partir das informações descritas na receita, podemos determinar o volume de cada um dos brigadeiros.

Qual é esse volume?

Dica: Considere 3 como aproximação para π.

3. Alterando o diâmetro do brigadeiro para 40mm, qual é o volume de cada um dos brigadeiros?

Dica: Continue considerando 3 como aproximação para π.

4. E se o brigadeiro tivesse 10mm de diâmetro? Qual seria o seu volume?

Matemática

Terceira Etapa

Fique por dentro!

Atividade • Quanto mais melhor?

Nesta etapa, vamos buscar entender como a variação do raio influencia o volume de uma esfera. Continue considerando $\pi \cong 3$.

1. Complete a tabela abaixo.

Raio R (em cm)	Volume (em cm³)
1	$V_1 = \frac{4}{3} \cdot 3 \cdot 1^3 =$
2	$V_2 = \frac{4}{3} \cdot 3 \cdot 2^3 =$
3	
4	
6	$V_6 = \frac{4}{3} \cdot 3 \cdot 6^3 = 864$
8	

2. Você e seus colegas devem selecionar dois pares de raios de tal maneira que um seja o dobro do outro.

   Em seguida, devem observar a relação entre os seus volumes, indicando quantas vezes um é maior do que o outro.

3. Agora, você deve selecionar dois pares de raios, de tal maneira que um seja o triplo do outro.

   E agora? Qual é a relação entre os volumes?

Aluno

4. E se um raio for o quádruplo do outro? Qual é a relação entre os volumes?

Se necessário, selecione um par de raios tal que um seja o quádruplo do outro e verifique o que acontece com os volumes.

5. E se um raio for 10 vezes o outro? Como os volumes se relacionam?

Quarta Etapa
Quiz

(UFPE – Adaptado)

Derretendo uma peça maciça de ouro de forma esférica, de 9 cm de raio, quantas peças da mesma forma se pode confeccionar com este ouro, se o raio das novas peças é um terço do raio da anterior? Admita que não houve perda de ouro durante todo o processo.

a. 3

b. 9

c. 18

d. 21

e. 27

Quinta Etapa
Análise das Respostas ao Quiz

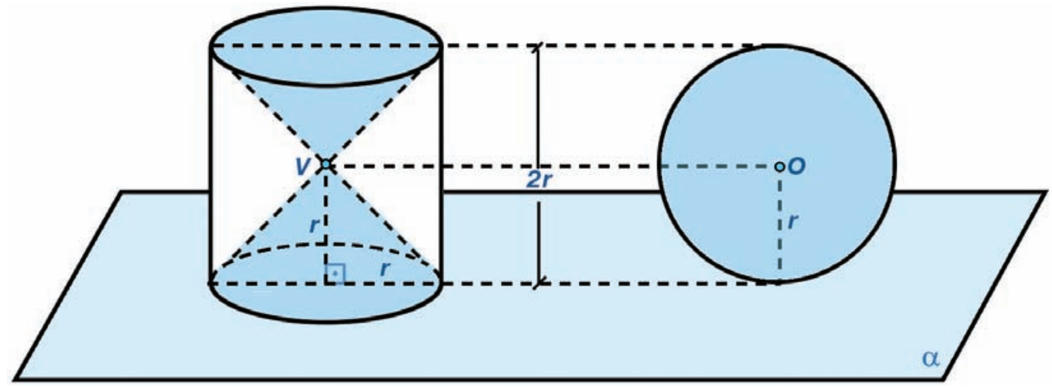
Etapa Flex
Para saber +

O volume da esfera

Arquimedes foi um importante matemático que viveu no século III a.C. e que demonstrou a fórmula do volume da esfera.

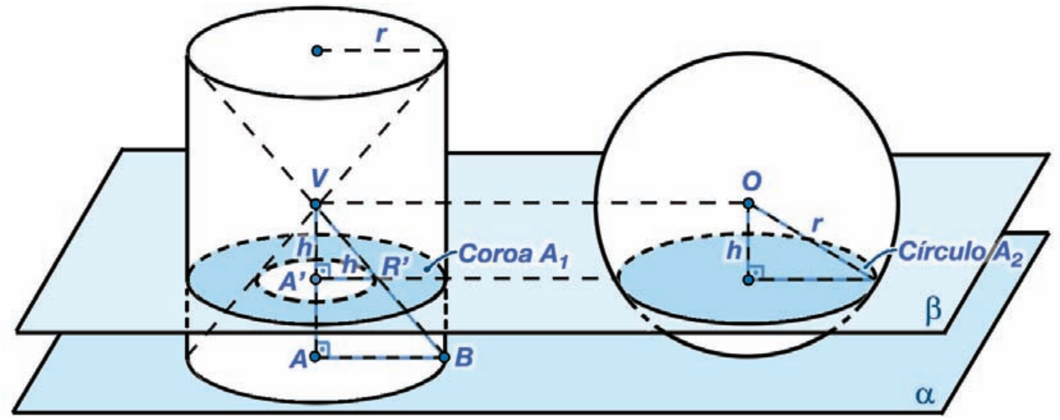
Ele é muito conhecido por ter resolvido o problema de Hierão, rei de Siracusa, que encomendou uma coroa de ouro puro, mas suspeitou que o ourives tinha usado um metal menos nobre no interior da coroa. Arquimedes resolveu o problema determinando o volume da coroa, submergindo-a num recipiente completamente cheio de água, medindo o volume de líquido derramado e comparando o resultado com o volume de uma barra de ouro do mesmo peso da coroa. O ourives foi condenado à morte, pois os resultados não foram iguais. Conta-se que Arquimedes imaginou este procedimento quando, ao entrar numa banheira completamente cheia de água para se lavar, parte dela transbordou. No entusiasmo da descoberta, Arquimedes saiu pelas ruas, gritando: *Eureka! Eureka!* (“Achei! Achei!”)

Para encontrar o volume da esfera, Arquimedes usou um método conhecido como método do equilíbrio. Ele considerou uma esfera de raio r apoiada num plano α e um sólido formado por um cilindro de raio r e altura $2r$, do qual retiramos dois cones com raio r e centro no ponto médio da altura do cilindro, como indicado na figura a seguir.



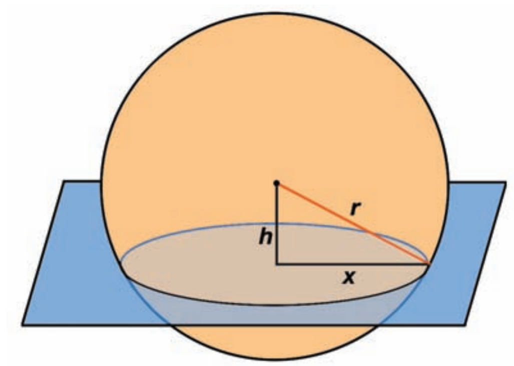
Observou, então, a área delimitada, em cada um dos sólidos, por uma secção paralela ao plano α.

No esquema a seguir, é possível observar essas áreas.



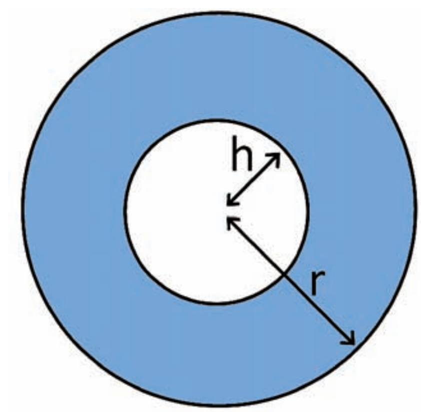
Na secção plana da esfera, a figura formada é um círculo de raio x, cuja área é expressa por $A_{círculo} = \pi x^2$. Observando o triângulo retângulo formado no interior da esfera, é possível escrever a área em função do raio da esfera e distância entre o centro da esfera e o plano.

Matemática



Como $x^2 = r^2 - h^2$, podemos escrever que $A_{círculo} = \pi(r^2 - h^2)$.

Para o sólido da esquerda, a secção está indicada na figura a seguir.



Aluno

Repare que como a altura de cada cone é igual ao raio da base, o ângulo entre o eixo e a geratriz do cone é de 45º. E é isso que justifica o fato de o raio do círculo menor ser exatamente a distância entre o plano que passa pelo centro da esfera e a secção plana.

A área dessa secção é a área de uma coroa circular, ou seja, a diferença entre as áreas de um círculo de raio e um círculo de raio h. Assim, $A_{coroa} = \pi(r^2 - h^2)$.

Para concluir, Arquimedes usou um raciocínio que originou o cálculo integral. Contudo, podemos concluir a determinação da medida do volume da esfera, lançando mão do Princípio de Cavalieri, século XVII.

Como as áreas das secções obtidas são congruentes e os dois sólidos têm a mesma altura, pelo Principio de Cavalieri, os dois sólidos têm o mesmo volume. Com isso, podemos obter o volume da esfera através do cálculo do volume do outro sólido. Esse volume é igual ao volume do cilindro menos duas vezes o volume do cone:

$$V_{esfera} = \pi r^2 \cdot (2r) - 2 \cdot \frac{\pi r^2 \cdot r}{3} = 2\pi r^3 - \frac{2\pi r^3}{3} = 4\pi r^3$$

Etapa Flex

Agora, é com você!

1. Calcule a medida da área de um setor circular de 30^0 e raio 2cm.

2. Resolva as questões a seguir.

a. Determine o volume de uma esfera que possui raio de 30cm?

b. Qual é o raio de uma esfera que possui volume igual a 972π cm^3?

c. Se Rosi possui $200cm^3$ de massinha de modelar e deseja fazer 4 esferas iguais, qual deve ser, aproximadamente, a medida do raio de cada esfera?

(Use $\pi \cong 3$).

Matemática