Reforço escolar • Matemática •

Embrulhando uma Esfera!

Dinâmica 6

2ª Série | 4º Bimestre

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	2ª do Ensino Médio	Geométrico.	Geometria Espacial: Esferas.

Aluno

Primeira Etapa
Compartilhar ideias

Atividade • Parece, mas não é!

Parecido ou semelhante? O que você acha?

Considere três garrafas de refrigerante de tamanhos diferentes e da mesma marca.

Governo do Rio de Janeiro – Secretaria de Estado de Educação
Governo do Rio de Janeiro – Secretaria de Ciência e Tecnologia
Fundação CECIERJ – Consórcio cederj

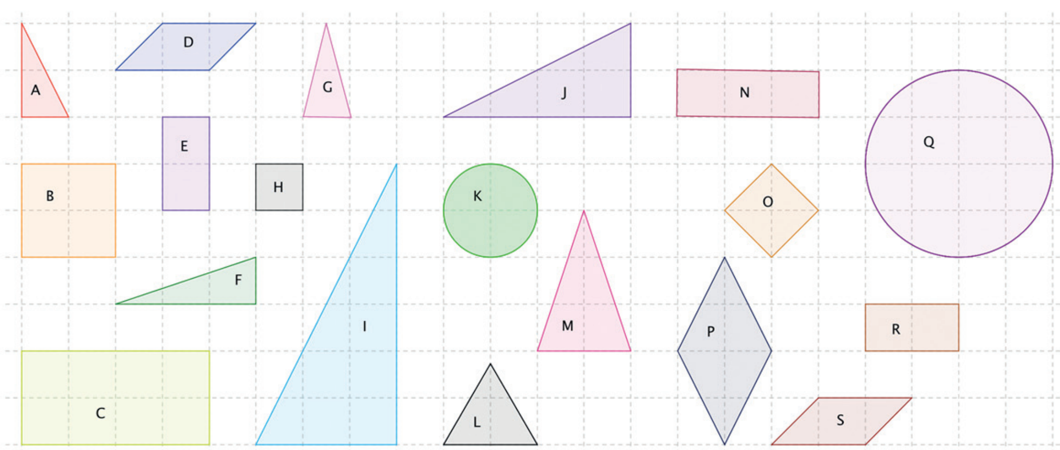
Aluno

Quando ouvimos a expressão “figuras semelhantes” podemos pensar em figuras que se assemelham, ou seja, figuras parecidas, de mesma aparência. No entanto, matematicamente figuras semelhantes são aquelas que têm a mesma forma, mas não necessariamente o mesmo tamanho. E é por isso que podemos associar a ideia de figuras semelhantes a ampliações ou reduções.

1. E aí? As três garrafas são semelhantes?

   Discuta com seus colegas e explique por que vocês fizeram tal afirmação.

2. Seu grupo recebeu de seu professor uma folha com formas geométricas em uma malha retangular, como na figura a seguir. Vocês devem recortar cada uma dessas figuras.



3. Separe os círculos.

   Eles são semelhantes?

   Imagine um outro círculo com raio bem pequenino e outro com raio bem grande. Eles são semelhantes aos círculos que você recortou?

4. Separe agora os quadriláteros.

a. Agrupe os semelhantes.

Indique os grupos formados.

b. Algum quadrilátero ficou sem grupo?

c. Pegue um quadrado e um retângulo e observe-os atentamente.

Levando em conta essa observação, podemos garantir que dois polígonos são semelhantes se seus ângulos correspondentes são congruentes?

5. Agora separe os triângulos.

a. Agrupe os semelhantes.

Quais os grupos que você obteve?

b. Quais triângulos não foram agrupados?

c. Desenhe um triângulo semelhante ao triângulo G, cuja medida da base seja de duas unidades.

Segunda Etapa

Um novo olhar

Atividade • Embrulhando uma bola!

Você já tentou embrulhar uma bola para presente?

Não é uma tarefa simples, certo?

O desafio aqui proposto é que você e seus colegas façam um "embrulho" de uma bola, cobrindo sua superfície toda e utilizando o mínimo de papel.

A única regra que deve ser seguida é que toda a superfície da bola seja coberta pelo papel.

Siga os passos indicados a seguir e use sua criatividade!

1. Seu professor entregou para o seu grupo uma bola e papel para que ela seja embrulhada. Faça o embrulho tentando utilizar o mínimo de papel.

2. E aí? Foi fácil? Seu grupo conseguiu cobrir a esfera perfeitamente?

Aluno

3. E se o objeto a ser “embrulhado” fosse uma caixa de sapato? Seria mais fácil? Ou melhor, seria possível?

   Lembre-se: esse “embrulho” não é como os de presente, ele é apenas para cobrir a caixa.

4. Levando em consideração a experiência realizada, troque ideias com seus colegas e decidam se é ou não possível cortar um papel do tamanho exato de uma esfera.

Terceira Etapa

Fique por dentro!

Atividade • De π em π!

Na etapa anterior, você e seus colegas buscaram uma aproximação para a superfície de uma bola. Poderíamos considerar, então, que a medida da área de uma superfície esférica é dada pela área do papel utilizado para “embrulhá-la”, desde que esse fosse o mínimo possível. Como vimos, na prática, isso *é* difícil. Na verdade, é impossível!

A partir de cálculos matemáticos mais avançados, é possível determinar que a medida da área de uma superfície esférica é dada por

$$\boxed{A = 4\pi r^2}$$

onde *r* é seu raio.

Nesta etapa, você e seus colegas devem preencher uma tabela e responder a algumas perguntas. Vamos lá?

1. Preencha a tabela a seguir com as medidas das áreas das superfícies esféricas, considerando a fórmula $A = 4\pi r^2$.

Raio (em cm)	Área da superfície esférica (em cm²)
$\frac{1}{2}$	$4\pi r^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 4\pi \cdot \frac{1}{4} = \pi$
1	
2	
$\frac{5}{2}$	
3	
4	

2. Observando os valores obtidos anteriormente, você e seus colegas devem chegar a uma importante relação. Para isso, observem a tabela a seguir.

Relação entre os raios			Relação entre as áreas	
$r = 1$	$r = 2$		$S = 4\pi$	$S = 16\pi$
2 vezes			4 vezes	
$r = 1$	$r = 3$		$S = 4\pi$	$S = 36\pi$
3 vezes			9 vezes	
$r = 2$	$r = 4$		$S = 16\pi$	$S = 64\pi$
2 vezes			4 vezes	
$r = 1$	$r = 1/2$		$S = 4\pi$	$S = \pi$
metade			quarta parte	
$r = 1$	$r = 4$		$S = 4\pi$	$S = 64\pi$
4 vezes			16 vezes	

Aluno

a. Você percebe alguma relação? Qual?

b. E se a razão entre os raios for igual a 10, qual é a razão entre as superfícies esféricas?

3. Agora, você e seus colegas devem determinar o raio da esfera conhecendo a medida da área da sua superfície.

a. Qual *é* o raio da esfera cuja superfície tem a área igual a 256π cm^2?

b. Qual *é* o raio da esfera cuja superfície tem a área igual a 169π cm^2?

Quarta Etapa
QUIZ

Considerando o Planeta Terra como uma esfera de raio 6 371 km, qual é a área superficial da Terra?

a. 50 968π Km^2

b. 25 484π Km^2

c. 40 589 641π Km^2

d. 162 358 564π Km^2

e. 649 434 256π Km^2

Quinta Etapa
Análise das Respostas do Quiz

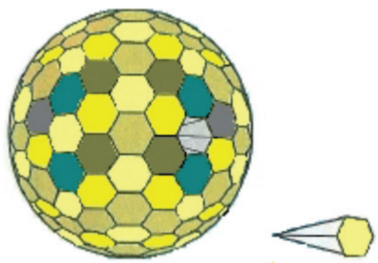
Etapa Flex

Para saber +

Área da superfície esférica

Na etapa 2 dessa dinâmica, discutimos um pouco sobre aproximações da superfície de uma bola. Fazendo o mesmo para uma superfície esférica, podemos imaginar vários pedacinhos de papel justapostos, cobrindo toda a superfície. Quanto menores esses pedaços de papel, melhor a aproximação obtida.

De forma análoga, podemos imaginar uma aproximação da esfera por várias pirâmides, cujos vértices são o centro da esfera e cujas alturas têm a medida do raio, e de maneira que as bases de todas as pirâmides juntas cubram a superfície esférica, conforme indica a figura a seguir.



Deste modo, o volume da esfera se aproxima da soma dos volumes de todas as pirâmides utilizadas, enquanto a medida da superfície da esfera é aproximadamente igual à soma das áreas de todas as bases das pirâmides. Como o volume de uma pirâmide é dado por $V = \frac{1}{3}Bh$, onde B é a área da base e h é a altura da pirâmide, podemos escrever uma aproximação para o volume da esfera como

$$\frac{1}{3}B_1 \cdot r + \frac{1}{3}B_2 \cdot r + \frac{1}{3}B_3 \cdot r + ... + \frac{1}{3}B_n \cdot r \qquad (1)$$

Onde $B_1, B_2, B_3, ...B_n$, são as medidas das áreas das bases das pirâmides.

Colocando o termo $\frac{1}{3} \cdot r$ em evidência, temos:

$$\frac{1}{3} \cdot r(B_1 + B_2 + B_3 + ... + B_n) \qquad (2)$$

Por outro lado, sabemos que o volume da esfera é dado por

$$V_{esfera} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \qquad (3)$$

De (2) e (3) temos:

$$\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot r^3 \cong \frac{1}{3}\cdot r\left(B_1 + B_2 + B_3 + ... + B_n\right) \qquad (4)$$

Observando que a área da superfície esférica, A_{esfera}, é aproximada pela soma das áreas de todas as bases das pirâmides, isto é, $B_1 + B_2 + B_3 + ... + B_n \cong A_{esfera}$, concluímos que $\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot r^3 = \frac{1}{3}\cdot r\cdot A_{esfera}$ (5)

Deste modo, simplificando a equação acima, é possível escrever:

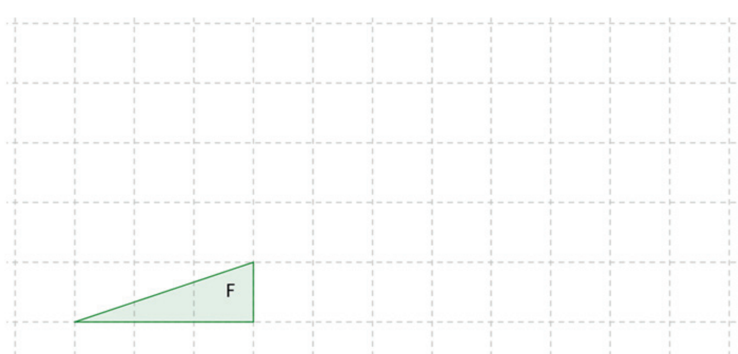
$$A_{esfera} = 4\pi r^2 \qquad (6)$$

Sendo $4\pi r^2$ a fórmula que nos permite calcular a medida da área da superfície esférica de raio r.

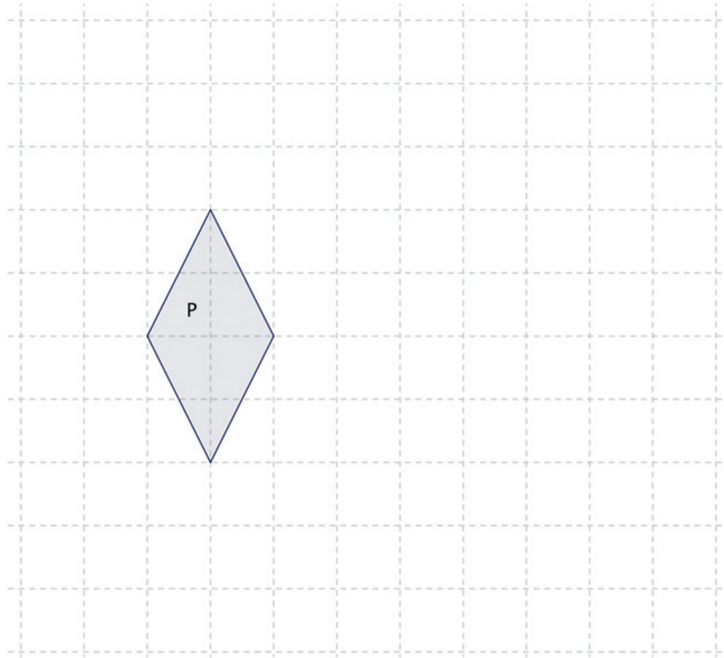
Agora é com você!

1. Na malha quadriculada a seguir, desenhe polígonos F', N' e P', semelhantes aos representados pelas letras F, N e P, respectivamente, com razão de semelhança igual a 2.

   Dica: Se o lado de uma figura mede 6 e o lado correspondente da figura semelhante mede 12, então a razão de semelhança é 2.



Aluno



2. Uma laranja tem a forma de uma esfera, cujo diâmetro mede 8 cm. Então, a área aproximada da casca dessa laranja é: (Faça $\pi \cong 3{,}14$.)

3. Determine a área da superfície esférica de uma esfera de raio 10 cm.