



# Ruas e esquinas

## Dinâmica 6

3ª Série | 4º Bimestre

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	3ª do Ensino Médio	Geométrico.	Geometria Analítica.

Aluno

### PRIMEIRA ETAPA

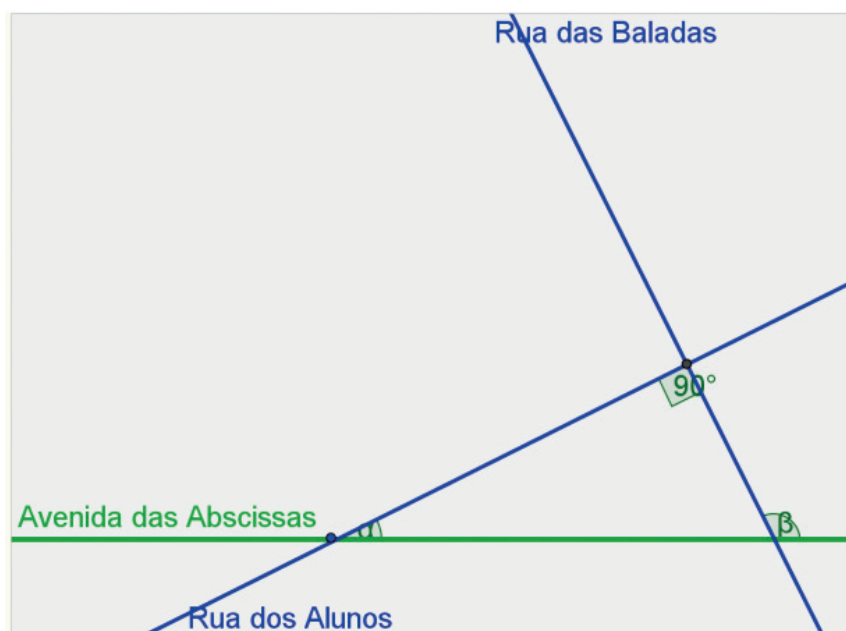
#### COMPARTILHAR IDEIAS

#### ATIVIDADE • ENTRANDO À ESQUERDA.

Você já sabe quando duas retas dadas por suas equações no plano cartesiano são paralelas. Agora, você vai ver que é possível também reconhecer quando elas são perpendiculares, mas isso vai levar alguns passos ainda.

#### QUESTÃO:

Você vai caminhando pela Avenida das Abscissas e cruza com a Rua dos Alunos, que faz um ângulo  $\alpha$  com essa avenida. Você sabe que a próxima rua, a Rua das Baladas, é perpendicular à Rua dos Alunos e faz um ângulo  $\beta$  com a avenida em que você está, como esboçado no mapa a seguir:



**1º passo:**

Qual a relação entre os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$ ? Por quê?

---

---

---

---

---

**2º passo:**

O coeficiente angular na equação reduzida de uma reta é igual à tangente do ângulo que ela faz com o eixo x. Para estudar o perpendicularismo a partir da equação reduzida, será importante, portanto, calcular a relação entre a tangente do ângulo  $\alpha$  e a tangente de  $\beta = \alpha + 90^\circ$ . Comece por lembrar algumas relações trigonométricas.

Para essa recordação, complete os dados a seguir:

$\text{tg } a =$ <input type="text"/>	$\text{sen } 90^\circ =$ <input type="text"/>	$\text{cos } 90^\circ =$ <input type="text"/>
$\text{sen } (a + b) =$ <input type="text"/>		$\text{cos } (a + b) =$ <input type="text"/>

**3º passo:** Agora, você já pode calcular a tangente de  $\alpha + 90^\circ$ . Mãos à obra!

	CÁLCULOS	RESULTADO
$\text{sen}(\alpha + 90^\circ) =$		
$\text{cos}(\alpha + 90^\circ) =$		
$\text{tg}(\alpha + 90^\circ) =$	$\frac{\text{sen}(\alpha + \beta)}{\text{cos}(\alpha + \beta)} =$ <input type="text"/>	$-\frac{1}{\text{tg} \alpha}$

Observe que o ângulo  $\alpha$ , entre uma reta e o eixo  $x$  foi definido como sendo o ângulo  $\alpha$  tal que:  $0^\circ \leq \alpha < 180^\circ$ . Para calcular sua tangente, é preciso excluir o caso em que  $\alpha = 90^\circ$ , porque a tangente não está definida para esse ângulo. E, para calcular o inverso da tangente, é preciso excluir o caso em que essa tangente se anula. Esse é o caso em que  $\alpha = 0^\circ$ . Esses casos serão estudados separadamente.

Veja também que,

se  $\alpha$  e  $\beta$  são diferentes de  $90^\circ$  e  $\beta = \alpha + 90^\circ$ , então  $\text{tg} \alpha \times \text{tg} \beta = -1$ .

## SEGUNDA ETAPA

### UM NOVO OLHAR...

#### ATIVIDADE • ESQUINAS E ESQUINAS...

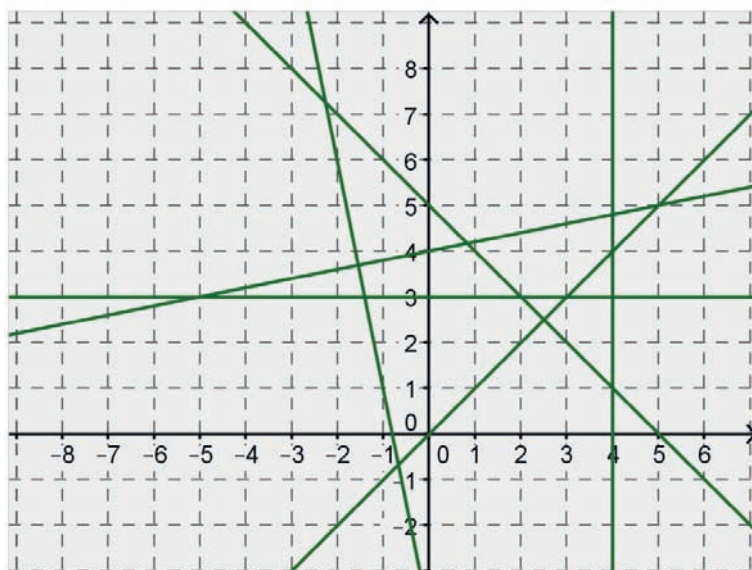
“Seu” Badu deseja comprar um terreno de esquina para construir sua loja, mas ele quer um terreno que tenha os quatro ângulos retos. A região em que o “seu” Badu quer construir sua loja tem ruas que podem ser descritas num sistema plano de coordenadas pelas seguintes equações:

$$r: x = 4 ; s: y = \frac{x}{5} + 4 ; t: y = x ; u: y = -x + 5 ; v: y = -5x - 4 ; w: y = 3.$$

Quais são os pares de ruas perpendiculares para que o “seu” Badu possa comprar terrenos com ângulos retos?

*Nota: as ruas da cidade do “seu” Badu não são retas, muito menos infinitas, mas o mapa do bairro onde ele quer construir se parece bem com uma região em que essas retas se cruzam.*

- Identifique cada uma das retas no esboço gráfico a seguir e marque com V os pontos que indicam as “esquinas” que atendem às exigências do “seu” Badu.



- b. Agrupe as equações das retas perpendiculares entre si e confirme se seus coeficientes angulares satisfazem à relação que você deduziu na Primeira Etapa.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## QUESTÃO 2

Combinando esses resultados, você terá as condições de perpendicularismo entre retas dadas por equações reduzidas num plano coordenado. Considere as retas de equações

$$y = m_1x + n_1 \text{ e } y = m_2x + n_2:$$

Se  $m_1 = 0$  ou  $m_2 = 0$ :  $y = n$  é perpendicular à reta  $x = k$ .

Se  $m_1 \neq 0$ : as retas de equações  $y = m_1x + n_1$  e  $y = m_2x + n_2$

são perpendiculares se, e só se:

**QUESTÃO 3**

Qual a equação reduzida da reta perpendicular à reta de equação  $y = 4x - 7$  que passa pelo ponto  $(5, 2)$ ?

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

**TERCEIRA ETAPA**  
**FIQUE POR DENTRO!****ATIVIDADE • QUAL É A MAIS FÁCIL?****QUESTÃO 1**

O corretor do “seu” Badu não entendeu a escolha que ele fez das esquinas e pediu maiores explicações:

- “E se as equações das retas estiverem em forma geral, como posso saber se são, ou não, perpendiculares? Por exemplo, entre as retas

$$f: 2x + 3y - 5 = 0 ; g: 2x - 3y + 5 = 0 ; h: 3x - 2y - 2 = 0$$

quais são perpendiculares entre si?”

Explique você a ele o que pode ser feito para descobrir o par de perpendiculares, se existir algum.

---

---

---

---

---

## QUESTÃO 2

Combinando os resultados analisados na questão anterior, você terá as condições de perpendicularismo entre retas dadas por equações em forma geral num plano coordenado. As retas de equações  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  e  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  são perpendiculares se, e só se:

- Se  $a_1 = 0$ :  $b_2 = 0$

(caso em que se tem  $a_2 \neq 0$  e  $b_1 \neq 0$  e corresponde ao caso de  $y = n$  perpendicular à reta  $x = k$ ).

- Se  $b_1 = 0$ :  $a_2 = 0$

(caso em que se tem  $a_1 \neq 0$  e  $b_2 \neq 0$  e corresponde ao caso de  $x = k$  perpendicular à reta  $y = n$ ).

- Se  $a_1 \neq 0$  e  $b_1 \neq 0$  (então é preciso que  $b_2 \neq 0$ ):

ou seja:  $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$

(que corresponde ao caso em que  ).

## QUESTÃO 3

Escreva a equação em forma geral das retas que passam pelo ponto  $(0, 3)$  e são, respectivamente, paralela e perpendicular à reta  $r: 5x - 3y - 4 = 0$ .

**QUARTA ETAPA****QUIZ****QUESTÃO (FGV, 2001)**

A reta perpendicular à reta (r)  $2x - y = 5$ , e passando pelo ponto  $P(1,2)$ , intercepta o eixo das abscissas no ponto:

- a.  $(9/2, 0)$
- b.  $(5, 0)$
- c.  $(11/2, 0)$
- d.  $(6, 0)$
- e.  $(13/2, 0)$

**QUINTA ETAPA****ANÁLISE DAS RESPOSTAS AO QUIZ**

## ETAPA FLEX

### PARA SABER +

Para aprender mais sobre retas paralelas e perpendiculares o aluno poderá consultar o link a seguir:

- <http://www.youtube.com/watch?v=J2FujKsND2I> e assistir a uma teleaula interessante sobre este assunto.

### AGORA, É COM VOCÊ!

1. (UFMG) A reta  $r$  é perpendicular à reta de equação  $2x + y - 1 = 0$  no ponto de abscissa  $-1$ . A equação da reta  $r$  é
  - a.  $x - 2y + 7 = 0$
  - b.  $2x + y - 7 = 0$
  - c.  $-x + 2y + 7 = 0$
  - d.  $2x + y + 7 = 0$
  - e.  $x + 2y - 1 = 0$



2. (Cesgranrio) A equação da reta que contém o ponto A (1, 2) e é perpendicular à reta  $y = 2x + 3$  é:

a.  $x + 2y - 5 = 0$

b.  $2x + y = 0$

c.  $2x + y - 4 = 0$

d.  $x - 2y + 3 = 0$

e.  $x + 3y - 7 = 0$

---

---

---

---

---

---

---

3. Qual o valor de  $k$  para que as retas de equações

$$3x - 2y + 5 = 0 \quad \text{e} \quad y = kx - 4$$

sejam perpendiculares e, para esse valor, em que ponto elas se encontram?

---

---

---

---

---

---

---

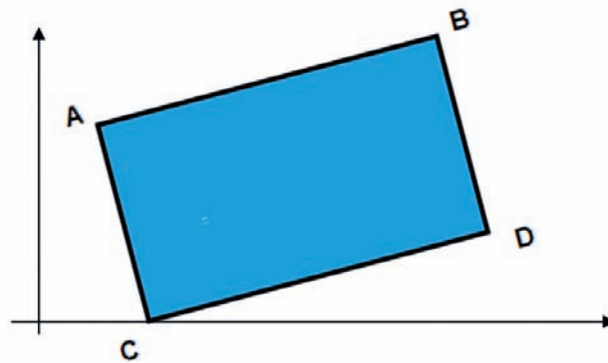
---

---

---

---

4. (SAERJINHO – Adaptada) Observe o retângulo representado na figura a seguir



Se multiplicarmos os coeficientes angulares das 4 retas suportes dos lados desse retângulo, que valor encontraremos?

- a. 1
- b. - 1
- c. - 2
- d. Para que a questão possa ser resolvida, as equações das retas suportes deveriam ter sido dadas
- e. - 4

---

---

---

---

---

---

