Reforço escolar · Matemática ·

Ruas e esquinas

Dinâmica 6

3ª Série | 4º Bimestre

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	3ª do Ensino Médio	Geométrico.	Geometria Analítica.

DINÂMICA	Ruas e esquinas.
HABILIDADE BÁSICA	H12 – Resolver problemas envolvendo as razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente dos ângulos de 30°, 45° e 60°).
HABILIDADE PRINCIPAL	Identificar retas paralelas e retas perpendiculares a partir de suas equações.
CURRÍCULO MÍNIMO	Identificar retas paralelas e retas perpendiculares a partir de suas equações.

Professor

GOVERNO DO Rio de Janeiro SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO
GOVERNO DO Rio de Janeiro SECRETARIA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Fundação CECIERJ Consórcio cederj

Professor, nesta dinâmica, você irá desenvolver as seguintes etapas com seus alunos.

ETAPAS		ATIVIDADE	TEMPO	ORGANIZAÇÃO	REGISTRO
1	Compartilhar Ideias	Entrando à esquerda.	15 a 20 min.	Em grupos de 3.	Individual
2	Um novo olhar ...	Esquinas e esquinas...	20 a 25 min.	Nos mesmos grupos.	Individual
3	Fique por dentro!	Qual é a mais fácil?	20 a 30 min.	Nos mesmos grupos.	Individual
4	Quiz	Quiz	10 min	Individual	Individual
5	Análise das respostas ao Quiz	Análise das respostas ao Quiz	15 min	Coletiva	Individual
FLEX	Para Saber +	Esta é uma seção de aprofundamento, para depois da dinâmica. O aluno pode realizar, quando desejar, mas o professor precisa ler antes da aula.			
	Agora, é com você!	Para o aluno resolver em casa ou noutra ocasião e consultar o professor se tiver dúvidas.			

Apresentação

Esta dinâmica focaliza o perpendicularismo entre retas no plano cartesiano. Ela tem início com o estudo da relação entre os ângulos formados por 2 retas perpendiculares com o eixo x, prossegue analisando a relação entre as tangentes trigonométricas desses ângulos para, então, chegar às condições de perpendicularismo sobre os coeficientes das equações da reta, na forma reduzida ou geral. Há, porém, uma advertência sobre a retenção na memória de uma só dessas condições.

Como nas demais dinâmicas, você conta com uma certa margem de tempo para distribuir as atividades de modo mais interessante para a sua turma.

Primeira Etapa
Compartilhar ideias

20 MINUTOS

Atividade • Entrando à esquerda.

Objetivo

Estudar a relação trigonométrica que permite analisar o perpendicularismo entre retas dadas por equações no plano.

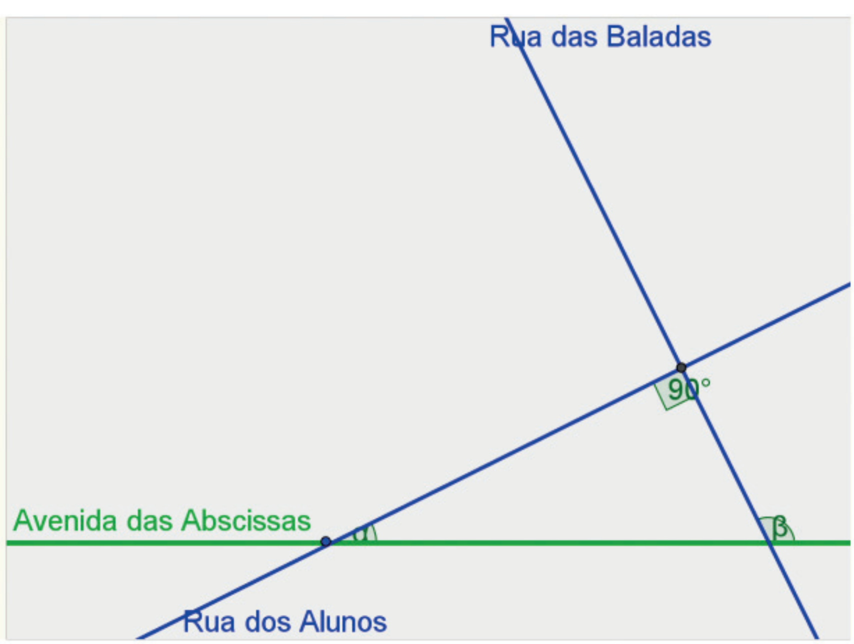
Descrição da atividade

Para verificar se duas retas do plano cartesiano, dadas por suas equações, são perpendiculares, é preciso reconhecer a relação entre os ângulos que elas formam com o eixo das abscissas. Depois, é preciso calcular a relação entre as tangentes trigonométricas desses ângulos. Isso será feito em três passos nesta etapa.

Seu aluno já sabe quando duas retas dadas por suas equações no plano cartesiano são paralelas. Agora, ele vai ver que é possível também reconhecer quando elas são perpendiculares, mas isso vai levar alguns passos ainda.

Questão:

Você vai caminhando pela Avenida das Abscissas e cruza com a Rua dos Alunos, que faz um ângulo α com essa avenida. Você sabe que a próxima rua, a Rua das Baladas, é perpendicular à Rua do Alunos e faz um ângulo β com a avenida em que você está, como esboçado no mapa a seguir:



Matemática

<u>1º passo</u>:

Qual a relação entre os ângulos α e β? Por quê?

Resposta

Verifica-se que o suplemento do ângulo β é um dos ângulos agudos do triângulo retângulo com hipotenusa na Avenida das Abscissas e catetos nas ruas dos Alunos e das Baladas. O outro ângulo agudo desse triângulo retângulo é α, logo:

$\alpha + (180o - \beta) + 90o = 180o$, daí: $\beta = \alpha + 90º$

• • • • •

<u>2º passo</u>:

O coeficiente angular na equação reduzida de uma reta é igual à tangente do ângulo que ela faz com o eixo x. Para estudar o perpendicularismo a partir da equação reduzida, será importante, portanto, calcular a relação entre a tangente do ângulo α e a tangente de $\beta = \alpha + 90^0$. Comece por lembrar algumas relações trigonométricas.

Para essa recordação, complete os dados a seguir:

Resposta

$tg\ a = \boxed{\frac{sen a}{cos a}}$	$sen\ 90^0 = \boxed{1}$	$cos\ 90^0 = \boxed{0}$
sen (a + b) = ***sen a cos b + sen b cos a***	cos (a + b) = ***cos a cos b – sen a sen b***	

• • • • •

<u>3º passo</u>: Agora, você já pode calcular a tangente de $\alpha + 90^0$. Mãos à obra!

Resposta

	CÁLCULOS	RESULTADO
sen (α + 90º) =	***sen α cos 90⁰ + sen 90⁰ cos α =***	***cos α***

	CÁLCULOS	RESULTADO
cos (α + 90º) =	***cos α cos 90º − sen 90º sen α =***	***− sen α***
tg (α + 90º) =	$\frac{\text{sen}(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)} = \frac{\cos\alpha}{-\text{sen}\,\alpha} =$	$-\frac{1}{\text{tg}\,\alpha}$

• • • • •

Observe que o ângulo α, entre uma reta e o eixo x foi definido como sendo o ângulo α tal que: $0° \leq \alpha < 180°$. Para calcular sua tangente, é preciso excluir o caso em que α = 90º, porque a tangente não está definida para esse ângulo. E, para calcular o inverso da tangente, é preciso excluir o caso em que essa tangente se anula. Esse é o caso em que α = 0º. Esses casos serão estudados separadamente.

Veja também que,

se α e β são diferentes de 90º e $\beta = \alpha + 90°$, então $\text{tg}\,\alpha \times \text{tg}\,\beta = -1$.

Recursos necessários

- Encarte do aluno.

Procedimentos Operacionais

- *Os alunos devem manter-se nos mesmos grupos e fazer o registro individual.*
- *Como se trata somente de uma revisão de fórmulas, talvez seja interessante pedir aos grupos que se alternem na lousa buscando, eles próprios, refazer as expressões necessárias.*

• • • • •

Intervenção Pedagógica

Professor,

- *O argumento crucial desta etapa é a relação entre os ângulos α e β quando as duas retas são perpendiculares. Na resolução proposta, foi usado o fato de que α e o suplemento de β são ângulos agudos de um* *triângulo retângulo. Um modo análogo de ver isso é reparar que β é um ângulo externo desse mesmo triângulo retângulo e usar o Teorema do ângulo externo, se o aluno souber do que trata esse teorema.*

- *Pode ser que os alunos não se recordem das fórmulas do seno e do cosseno da soma de arcos ou mesmo da definição de tangente como quociente entre seno e cosseno, mas essas são relações básicas que eles acabam decorando de tanto usá-las.*

- *Também não é tão evidente para nossos alunos, em geral, que se*

$$tg\ \alpha = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}, \qquad \text{então} \qquad \frac{\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{1}{tg\,\alpha}.$$

Talvez seja preciso elaborar um pouco sobre essa passagem. Vale a pena consultar a turma sobre o entendimento dela, mas se não houver sugestão válida, uma explicação poderá ser pela lembrança da divisão de frações:

$$\frac{}{tg} = 1 \div tg\ \alpha = \frac{1}{1} \div \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{1} \times \frac{\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha}.$$

• • • • •

Segunda Etapa
Um novo olhar...

Atividade • Esquinas e esquinas...

Objetivo

Estabelecer a relação de perpendicularismo de duas retas dadas por suas equações reduzidas no plano.

Descrição da atividade

Nesta etapa, antes de estabelecer os critérios de perpendicularismo sobre as equações das retas no plano, o aluno vai se deparar com um conjunto de três pares de retas perpendiculares. Os pares estão embaralhados e ele terá que agrupar aquelas que são perpendiculares. A fim de manter o tema urbano, essas retas serão expostas como retas suporte de ruas de um mapa cartesiano.

Questão 1

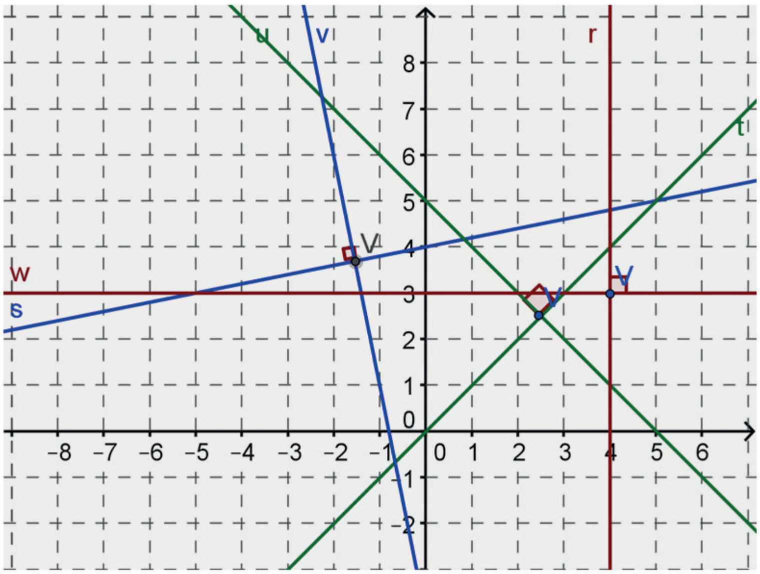
"Seu" Badu deseja comprar um terreno de esquina para construir sua loja, mas ele quer um terreno que tenha os quatro ângulos retos. A região em que o "seu" Badu quer construir sua loja tem ruas que podem ser descritas num sistema plano de coordenadas pelas seguintes equações:

r: $x = 4$; s: $y = \frac{x}{5} + 4$; t: $y = x$; u: $y = -x + 5$; v: $y = -5x - 4$; w: $y = 3$.

Quais são os pares de ruas perpendiculares para que o "seu" Badu possa comprar terrenos com ângulos retos?

Nota: as ruas da cidade do "seu" Badu não são retas, muito menos infinitas, mas o mapa do bairro onde ele quer construir se parece bem com uma região em que essas retas se cruzam.

a. Identifique cada uma das retas no esboço gráfico a seguir e marque com V os pontos que indicam as "esquinas" que atendem às exigências do "seu" Badu.



Em anexo no Encarte do Aluno.

b. Agrupe as equações das retas perpendiculares entre si e confirme se seus coeficientes angulares satisfazem à relação que você deduziu na Primeira Etapa.

Resposta

Tendo identificado as retas do "mapa", é possível ver que os pares de retas que "parecem" perpendiculares entre si são:

w: $y = 3$ e r: $x = 4$;

t: $y = x$ e u: $y = -x + 5$;

s: $y = \frac{x}{5} + 4$ e v: $y = -5x - 4$.

Para verificar que não se trata só de uma questão de aproximação no desenho, mas que as retas são mesmo perpendiculares, é preciso conferir se os coeficientes de y nas suas equações reduzidas, quando forem diferentes de 0, tenham produto igual a – 1, isto é, se o coeficiente angular de uma seja o inverso do coeficiente angular da outra com sinal contrário (simétrico do inverso). E que, quando o coeficiente angular for 0, caso em que a reta é paralela ao eixo x, a perpendicular tem que ser paralela ao eixo y.

Dentre as retas dadas, w: $y = 3$ e r: $x = 4$ estão nesse caso: w é paralela ao eixo x (o conjunto dos pontos de ordenada 3) e r é paralela ao eixo y (todos os pontos com abscissa 4).

As retas t: $y = x$ e u: $y = -x + 5$ são perpendiculares, pois seus coeficientes têm produto igual a – 1: $1 \times (-1) = -1$.

E, finalmente, as retas s: $y = \frac{x}{5} + 4$ e v: $y = -5x - 4$ são também perpendiculares entre si, pois $\frac{1}{5} \times (-5) = -1$.

• • • • •

Questão 2

Combinando esses resultados, você terá as condições de perpendicularismo entre retas dadas por equações reduzidas num plano coordenado. Considere as retas de equações

$$y = m_1x + n_1 \quad \text{e} \quad y = m_2x + n_2:$$

Resposta

Se $m_1 = 0$ ou $m_2 = 0$: $y = n$ é perpendicular à reta $x = k$.

Se $m_1 \neq 0$: as retas de equações $y = m_1x + n_1$ e $y = m_2x + n_2$ são perpendiculares se, e só se: $\boldsymbol{m_1m_2 = -1}$.

• • • • •

Questão 3

Qual a equação reduzida da reta perpendicular à reta de equação $y = 4x - 7$ que passa pelo ponto (5, 2)?

Professor

Resposta

Se a reta é perpendicular à reta de equação $y = 4x - 7$, sua equação é $y = -\frac{x}{4} + n$ e, se ela passa pelo ponto (5, 2), então n é tal que:

$$2 = -\frac{5}{4} + n, \text{ ou } 8 = -5 + 4n, \text{ donde } 4n = 8 + 5 \text{ ou } n = \frac{13}{4}$$

e a equação pedida é:

$$y = -\frac{x}{4} + \frac{13}{4} \text{ ou } -x - 4y + 13 = 0.$$

• • • • •

Recursos necessários

- Encarte do aluno.

Procedimentos Operacionais

- *Esta atividade está prevista para ser desenvolvida pelos mesmos grupos, por facilidade de organização.*
- *Os grupos podem discutir as questões entre si e, se necessária, a correção pode ser coletiva.*
- *O gráfico preenchido da Questão 1 está em anexo no Encarte do Aluno.*

• • • • •

Intervenção Pedagógica

Professor,

- *Também aqui não se espera que o aluno consiga deduzir os resultados teóricos com autonomia. É importante, porém, que ele veja uma única vez as justificativas de fatos que ele pode guardar com facilidade. E essa facilidade será maior se ele perceber a lógica de cada um dos fatos. Esta é uma situação em que o aluno precisa receber mais do que aquilo que vai ser cobrado dele. É o caso de a atividade em aula ser mais rica do que qualquer prova.*

• • • • •

Terceira Etapa

Fique por dentro!

Atividade • Qual é a mais fácil?

Objetivo

Estabelecer a relação de perpendicularismo de duas retas dadas no plano por equações em forma geral.

Descrição da atividade

Comparando os coeficientes das equações em forma geral com aqueles das equações reduzidas, o aluno será levado a traduzir as condições de perpendicularismo diretamente aos coeficientes das equações em forma geral.

Questão 1

O corretor do "seu" Badu não entendeu a escolha que ele fez das esquinas e pediu maiores explicações:

- *"E se as equações das retas estiverem em forma geral, como posso saber se são, ou não, perpendiculares? Por exemplo, entre as retas*

$$f: 2x + 3y - 5 = 0\ ;\ g: 2x - 3y + 5 = 0\ ;\ h: 3x - 2y - 2 = 0$$

quais são perpendiculares entre si?"

Explique você a ele o que pode ser feito para descobrir o par de perpendiculares, se existir algum.

Resposta

Espera-se que o aluno transforme estas equações à sua forma reduzida e estude as retas da mesma forma como fez na questão anterior, obtendo:

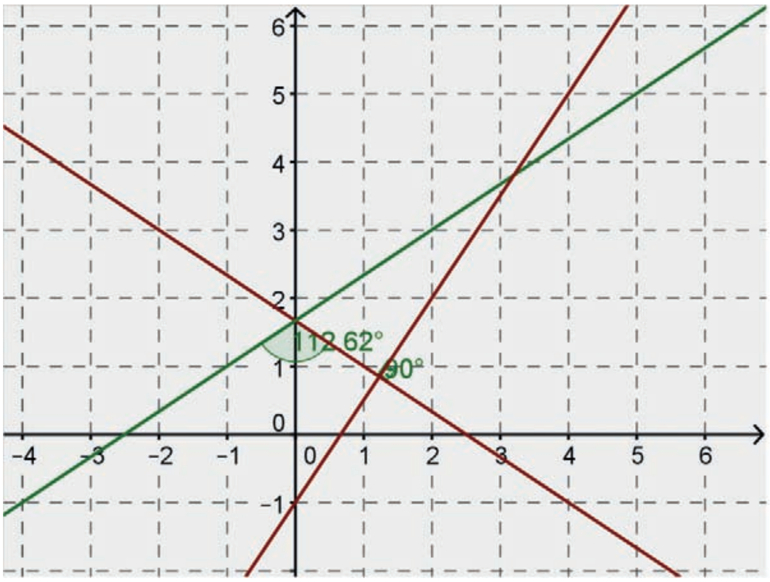
$$f: y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}\ ;\ g: y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}\ ;\ h: y = \frac{3}{2}x - 1.$$

E, analisando os coeficientes angulares de cada par de retas, vai chegar a:

$$f \text{ e } g: -\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = -\frac{4}{9} \neq -1\ ;\ f \text{ e } h: -\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = -\frac{6}{6} = -1\ ;\ g \text{ e } h: \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1 \neq -1$$

Logo, o único par de retas perpendiculares é o par das retas f e h.

O aluno vai encontrar em anexo, no seu encarte, o seguinte esboço gráfico dessas retas a fim de conferir suas conclusões:



Em anexo no Encarte do Aluno.

• • • • •

Questão 2

Combinando os resultados analisados na questão anterior, você terá as condições de perpendicularismo entre retas dadas por equações em forma geral num plano coordenado. *As retas de equações $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ e $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ são perpendiculares se, e só se:*

Resposta

- Se $a_1 = 0$: $b_2 = 0$)

(caso em que se tem $a_2 \neq 0$ e $b_1 \neq 0$ e corresponde ao caso de y = n perpendicular à reta x = k).

- Se $b_1 = 0$: $a_2 = 0$

(caso em que se tem $a_1 \neq 0$ e $b_2 \neq 0$ e corresponde ao caso de x = k perpendicular à reta y = n).

- Se $a_1 \neq 0$ e $b_1 \neq 0$ (então é preciso que $b_2 \neq 0$):

$$\boxed{-\frac{a_1}{b_1} \times \left(-\frac{a_2}{b_2}\right) = -1} \text{ ou seja: } a_1a_2 + b_1b_2 = 0$$

(que corresponde ao caso em que $\boxed{m_1m_2 = -1}$)).

Observe que, escrita na forma: $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$, essa condição engloba a primeira delas, em que $b_1 = a_2 = 0$ ou $a_1 = b_2 = 0$.

• • • • •

Questão 3

Escreva a equação em forma geral das retas que passam pelo ponto (0, 3) e são, respectivamente, paralela e perpendicular à reta r: $5x - 3y - 4 = 0$.

Resposta

Uma reta paralela à reta r deve ter equação geral:

$$5x - 3y + c = 0.$$

Se ela passa pelo ponto (0, 3), deve valer:

$$5 \times 0 - 3 \times 3 + c = 0, \text{ isto é, } c = 9$$

e a equação da reta paralela à reta r por (0, 3) é:

$$5x - 3y + 9 = 0.$$

A reta perpendicular à reta r deve ter equação geral:

$$3x + 5y + d = 0$$

e, se ela passa pelo ponto (0, 3), deve valer:

$$3 \times 0 + 5 \times 3 + d = 0, \text{ Isto é, } d = -15$$

e a equação da reta perpendicular à reta r por (0, 3) é:

$$3x + 5y - 15 = 0.$$

• • • • •

Recursos necessários

- Encarte do aluno.

Procedimentos Operacionais

- *Esta atividade está prevista para ser desenvolvida pelos mesmos grupos, por facilidade de organização.*

- *Os grupos podem discutir as questões entre si e, se necessária, a correção pode ser feita coletivamente.*
- *A verificação da resposta da Questão 1 pode ser feita pela comparação com o esboço gráfico das retas disponível em anexo no Encarte do Aluno, mas isso só deve ser anunciado ao aluno depois que os grupos tiverem feito a questão.*

• • • • •

Intervenção Pedagógica

Professor,

- *Também aqui, as condições de perpendicularismo, precisam ser guardadas de memória pelos alunos que vão se submeter a concursos. Talvez seja aconselhável, escolher uma só situação, sobre os coeficientes da equação reduzida ou da equação em forma geral, e reduzir os problemas sempre à situação escolhida.*

• • • • •

Quarta Etapa

Quiz

10 MINUTOS

Questão (FGV, 2001)

A reta perpendicular à reta (r) $2x - y = 5$, e passando pelo ponto P(1,2), intercepta o eixo das abscissas no ponto:

a. (9/2, 0)

b. (5, 0)

c. (11/2, 0)

d. (6, 0)

e. (13/2, 0)

Quinta Etapa
Análise das Respostas ao Quiz

15 MINUTOS

Resposta

A equação reduzida da reta (r) é:

$y = 2x - 5$,

então, a reta perpendicular à reta (r) tem equação:

$y = -\frac{x}{2} + n.$

Se ela passa pelo ponto (1, 2), tem-se: $2 = -\frac{1}{2} + n$ *ou:* $4 + 1 = 2n$, *donde:* $n = \frac{5}{2}$, *isto é, a equação da perpendicular procurada é* $y = -\frac{x}{2} + \frac{5}{2}$. *Ora, esta reta corta o eixo das abscissas quando* $y = 0$, *mas, então o valor de x para isso é tal que:* $-\frac{x}{2} + \frac{5}{2} = 0$, *donde* $x = 5$. *O ponto em que a reta corta o eixo das abscissas é, portanto, o ponto de coordenadas (5, 0) e a opção (b) é a correta.*

Erros possíveis:

As abscissas das opções foram escolhidas em sequência: $\frac{9}{2}$, $\frac{10}{2} = 5$, $\frac{11}{2}$, $\frac{12}{2} = 6$ *e* $\frac{13}{2}$. *Todos os pontos são pontos do eixo das abscissas e, aparentemente, não houve a intenção de testar erros previsíveis.*

• • • • •

Etapa Flex
Para saber +

1. Vale observar a questão das unidades nos eixos. A escolha dessas unidades é determinante para a métrica que se esteja usando no plano. O cálculo das distâncias entre dois pontos como aplicação do Teorema de Pitágoras, as medidas dos ângulos e de suas funções trigonométricas pelas expressões mais conhecidas de nossos estudantes são válidas quando as unidades nos 2 eixos são a mesma.

Professor

Já se viu que há propriedades que não dependem de medidas. Estas se conservam mesmo com unidades diferentes nos dois eixos, como o paralelismo e que, quando $m \neq 0$, o sinal de m indica se a reta é o gráfico de uma função crescente ou decrescente. Também a interseção entre as retas permanece com a mudança de unidades.

Já, se as unidades nos dois eixos não são as mesmas, as retas de equações $y = m_1 x + n_1$ e $y = m_2 x + n_2$, com $m_1 m_2 = -1$ não se cortam num ângulo de 90^o.

Vejamos um exemplo, considere as retas de equações

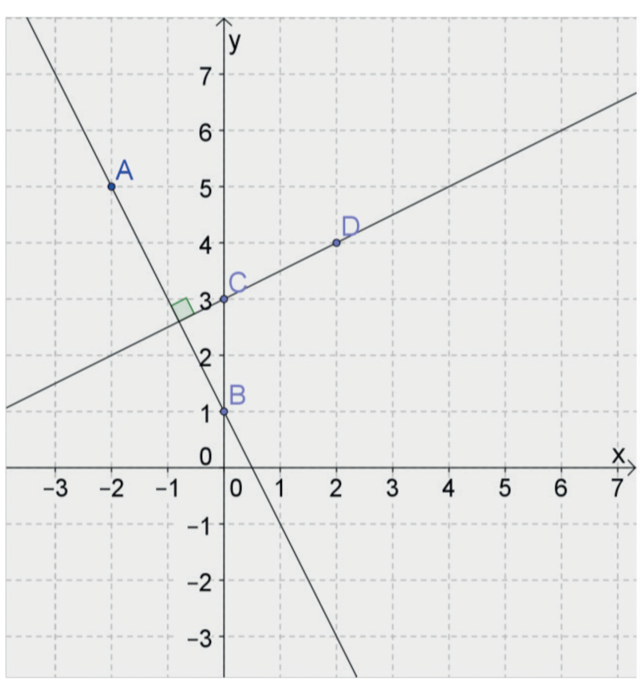
$$y = -2x + 1 \text{ e } y = \frac{1}{2}x + 3.$$

Aqui, $m_1 = -2$, $m_2 = \frac{1}{2}$, logo se tem $m_1 m_2 = -1$.

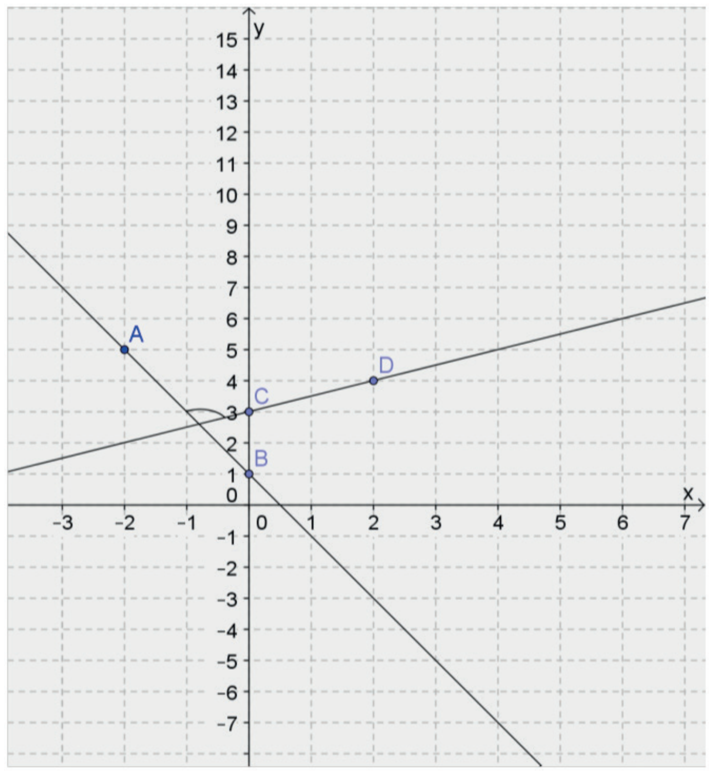
A reta de equação $y = -2x + 1$ é a reta que passa pelos pontos $A = (-2, 5)$ e $B = (0, 1)$ e a reta de equação $y = \frac{1}{2}x + 3$ é a reta que passa pelos pontos $C = (0, 3)$ e $D = (2, 4)$.

Vamos ver o traçado dessas retas em um sistema de coordenadas em que a unidade nos 2 eixos seja a mesma e num sistema de coordenadas em que a unidade no eixo dos x seja o dobro da unidade no eixo dos y:

A mesma unidade nos 2 eixos:



Unidades diferentes nos eixos:



Este é um dos problemas que podem surgir quando se usam *softwares* para o traçado de gráficos. Alguns deles ajustam as unidades a fim de apresentar os dados solicitados numa mesma janela e, nem sempre, esse ajuste leva à mesma unidade nos dois eixos. Retas que "deveriam ser perpendiculares" e não são podem causar uma surpresa ao estudante ou mesmo ao professor menos atento.

b. Para aprender mais sobre retas paralelas e perpendiculares o aluno poderá consultar o link a seguir:

- http://www.youtube.com/watch?v=J2FujKsND2I e assistir a uma teleaula interessante sobre este assunto.

Agora, é com você!

1. (*UFMG*) A reta *r* é perpendicular à reta de equação $2x + y - 1 = 0$ no ponto de abscissa –1. A equação da reta *r* é

a. $x - 2y + 7 = 0$

b. $2x + y - 7 = 0$

c. $-x + 2y + 7 = 0$

d. $2x + y + 7 = 0$

e. $x + 2y - 1 = 0$

Resposta

Transformando a equação na forma reduzida, tem-se que r é perpendicular à reta de equação: $y = -2x + 1$. O coeficiente angular m da reta r deverá ser calculado, então, a partir de: $-2m = -1$. Assim, esse coeficiente será igual a $\frac{1}{2}$ e a equação da reta r será: $y = \frac{x}{2} + n$. Quando $x = -1$, as duas retas se encontram e a ordenada desse ponto pode então ser calculada pela equação dada: $y = (-2) \times (-1) + 1 = 3$. Então, voltando à reta r, quando $x = -1$, têm-se $y = \frac{-1}{2} + n$ e $y = 3$, donde o valor de n pode ser calculado de: $\frac{-1}{2} + n = 3$. Logo, $n = \frac{1}{2} + 3 = \frac{1+6}{2} = \frac{7}{2}$ e a equação da reta r será, afinal, $y = \frac{x}{2} + \frac{7}{2}$ e, em forma geral, $x - 2y + 7 = 0$ e a opção correta é a opção (a).

Se o aluno guardou a condição de perpendicularismo entre as equações em forma geral, pode tirar logo que a reta r deve ter uma equação com os coeficientes de x e de y trocados e um deles com sinal contrário e escrever diretamente que a equação de r deve ser da forma: $x - 2y + c = 0$ ou $-x + 2y + c = 0$. Entre as opções, só há duas equações de retas perpendiculares à reta dada. Basta procurar aquela que passa pelo ponto (– 1, 3) e ele vai verificar que é a equação da opção (a).

Com efeito: se $x = -1$ na equação da opção (a), tem-se: $-1 - 2 \times 3 + 7 = -1 - 6 + 7 =: -7 + 7 = 0$, mas, se $x = -1$ na equação da opção (c), tem-se: $-(-1) + 2 \times 3 + 7 = 1 + 6 + 7 = 14 \neq 0$.

• • • • •

2. (*Cesgranrio*) A equação da reta que contém o ponto A (1, 2) e é perpendicular à reta $y = 2x+3$ é:

a. $x + 2y - 5 = 0$

b. $2x + y = 0$

c. $2x + y - 4 = 0$

d. $x - 2y + 3 = 0$

e. $x + 3y - 7 = 0$

Resposta

Se $y = 2x + 3$, e $y = ax + b$ é a perpendicular que procuramos, então $2a = -1$ o que nos dá

$a = -\frac{1}{2}$.

Como essa nova reta contém (1,2), então $2 = -\frac{1}{2} \times 1 + b$*, ou seja,* $b = \frac{5}{2}$.

A reta será $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$*, ou seja,* $2y = -x + 5$*, que é o mesmo que* $x + 2y - 5 = 0$.

*A opção correta é, pois, a **opção (a)**.*

● ● ● ● ●

3. Qual o valor de k para que as retas de equações

$$3x - 2y + 5 = 0 \quad \text{e} \quad y = kx - 4$$

sejam perpendiculares e, para esse valor, em que ponto elas se encontram?

Resposta

A equação reduzida da 1ª reta é: $y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$, então, se a 2ª reta é perpendicular a esta, tem-se: $k = -\frac{2}{3}$ e a equação fica $y = -\frac{2}{3}x - 4$ ou $2x + 3y + 12 = 0$ e o ponto de encontro das duas será a solução do sistema de equações:

$$\begin{cases} 3x - 2y + 5 = 0 \\ 2x + 3y + 12 = 0 \end{cases}$$

que pode ser resolvido tomando a soma da 1ª equação multiplicada por 2 com a 2ª multiplicada por 3:

$13x + 39 = 0$ *ou* $x = -\frac{39}{13} = -3$ *e, substituindo este valor na 1ª equação:*

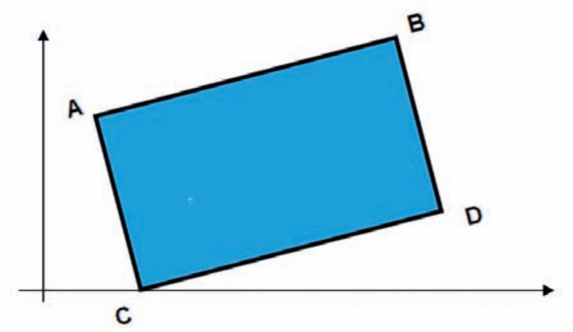
$2y = 3(-3) + 5 = -4$*, donde* $y = = -2$.

Resposta: $k = -\frac{2}{3}$ *e o ponto de encontro é* $(-3, -2)$.

● ● ● ● ●

Professor

4. (*SAERJINHO – Adaptada*) Observe o retângulo representado na figura a seguir



Se multiplicarmos os coeficientes angulares das 4 retas suportes dos lados desse retângulo, que valor encontraremos?

a. 1

b. – 1

c. – 2

d. Para que a questão possa ser resolvida, as equações das retas suportes deveriam ter sido dadas

e. – 4

Resposta

O produto dos coeficientes angulares das retas AB e BD é igual a –1. O mesmo ocorre com o produto dos coeficientes angulares das retas AC e CD. Assim, tem-se, para o produto dos 4 coeficientes: (–1) × (–1) = 1.