

**FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ**

COLÉGIO: Estadual Padre Sebastião da Silva Pereira.

PROFESSOR: Cristiane Moura da Silva Bronsato Canella.

MATRÍCULA: 0008454050

SÉRIE: Terceira série do ensino médio

TUTOR (A): Claudio Rocha de Jesus

PLANO DE TRABALHO SOBRE EQUAÇÃO DA RETA.

[Cristiane Moura da Silva Bronsato Canella]

[criscanella@oi.com.br]

1. Introdução:

O advento da era tecnológica nos dispõe uma mobilidade crescente para obtenção de dados sobre eventos diversos. Para que isso seja proveitoso, é preciso saber analisar tais fenômenos, mesmo que de forma primária, para que se obtenha a compreensão e se estabeleçam conclusões adequadas aos fatos que o integram.

A contextualização do conhecimento de noção intuitiva de funções, com seu emprego em diversas áreas do conhecimento, aliada à sistematização em forma crescente de complexidade e ao uso de softwares educativos propiciam a reflexão sobre a análise do conteúdo, o desenvolvimento da consciência crítica, e sua inserção na sociedade, como cidadão capaz de analisar alguns fenômenos à sua volta, como movimento uniforme, cálculos financeiros do cotidiano, etc.

A análise do gráfico dessas funções e de seus elementos facilita a visualização dessas situações, amplia conhecimento para conhecimentos futuros, como o estudo da distancia entre ponto e reta .

2. Estratégias adotadas no Plano de Trabalho:

Utilização de um texto sobre física e sobre o importante uso de funções no dia-a-dia, com exemplos sobre a utilização desse conceito em algumas áreas do conhecimento.

Utilização dos recursos durante os exercícios e na construção de conceitos: quadro branco, data show (já que a aula será no laboratório de informática, para visualizar os exemplos), uso de tabelas e do geogebra, para melhor visualização das funções. Contextualização do conhecimento, através de problemas propostos sobre corridas de táxi, movimento uniforme de partículas e veículos, propiciando o desenvolvimento do raciocínio analítico do aluno, inclusive através da análise de gráficos que simulam funções, analisando suas características.

Atividade 1 a 8 :

- **Habilidade relacionada:**

H17-Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação e resolução de problemas, análise de tabelas e uso do geogebra.

H 15-Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.

H 32-Calcular o determinante de matrizes .

H 12 - Resolver problemas envolvendo as razões trigonométricas no triângulo retângulo (tangente).

H 38 - Identificar o gráfico de uma função, a partir da correspondência entre duas grandezas representadas em uma tabela.

H39 - Estabelecer correspondência entre duas grandezas, a partir de uma situação-problema.

H41 - Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números (padrões).

- **Pré-requisitos:**

Manipulação algébrica de equações, análise gráfica de situações, uso de tabelas, uso do geogebra, calculo de determinantes.

- **Tempo de Duração:**

Duração 150minutos.

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

Utilização dos recursos: durante os exercícios, quadro branco, data show (já que a aula será no laboratório de informática, para visualizar os exemplos), geogebra, régua.

- **Organização da turma:**

Organização da classe em duplas, para uma discussão participativa e colaborativa das atividades.

- **Objetivos:**

Introduzir a ideia de funcionalidade por meio de tabelas para expressar correspondência entre variáveis, utilizar planilhas eletrônicas para construir tabelas e permitir a resolução da lei de formação da função.

Estudar realmente o que significa função (equação reduzida da reta) e seus fatores, conceitos e propriedades fundamentais não só no ensino de Matemática e Física, mas abordando conceitos e contextos ainda pouco explorados pelos alunos em sala de aula para dinamizar e mostrar que este conceito matemático envolve mais que fórmulas e teoremas abstratos.

Desenvolver conceitos, instigar a análise de situações, estabelecendo conexões entre as diversas áreas do conhecimento, contribuindo para o desenvolvimento da sua consciência crítica, favorecendo sua inserção na sociedade e sua capacidade de intervenção no real, tornando um cidadão crítico e integrado à sociedade em que vive.

- **Metodologia adotada:**

Utilização dos recursos durante os exercícios e na construção de conceitos: quadro branco, data show (já que a aula será no laboratório de informática, para visualizar os exemplos), régua e geogebra. Contextualização do conhecimento, através de problemas propostos sobre física, situações do cotidiano, propiciando o desenvolvimento do raciocínio analítico do aluno, inclusive através da análise de gráficos e tabelas, que simulam funções, analisando suas características.

3. Avaliação:

Avaliação: durante todo o desenvolvimento, na forma de atividades e exercícios para que seja observado o desenvolvimento das competências e habilidades envolvidas nos objetivos propostos, contextualização do conhecimento, através de problemas propostos sobre movimento uniforme e problemas diários, como uma corrida de táxi, etc. Análise e construção de proposições para resolução de problemas, contextualizando o conhecimento, através dos problemas propostos sobre movimento uniforme e problemas do cotidiano, propiciando o desenvolvimento do raciocínio analítico do aluno, inclusive, através da análise de tabelas e gráficos que simulam funções do primeiro grau (equação da reta), analisando suas características.

Noção intuitiva de função-equação reduzida da reta.

Número de litros de gasolina e preço a pagar

Considere a tabela abaixo que relaciona o número de litros de gasolina comprados e o preço a pagar por eles (em janeiro de 2006)

--

Observe que o preço a pagar é dado em função do número de litros comprados, ou seja, o preço a pagar depende do número de litros comprados.

Preço a pagar = 2,30 vezes o número de litros comprados

ou

$p=2,30x \rightarrow$ lei da função ou fórmula matemática da função (regra da função)ou calculamos por determinante, utilizando quaisquer pares ordenados da tabela:

$$\begin{vmatrix} x & y \\ 1 & 2,30 \\ 2 & 4,60 \\ x & y \end{vmatrix} = 0$$

Primeiro:(multiplicamos separadamente as diagonais em preto) –

(multiplicamos as diagonais em vermelho) = 0,

$$\text{Resultando em } (2,30x + 4,60 + 2y) - (y + 4,60 + 4,60x) = 0$$

$$2,30x + 4,60 + 2y - y - 4,60 - 4,60x = 0$$

-2,30x + y = 0 Equação geral da reta

y = 2,30x Equação reduzida da reta.

Exemplo:

Para determinarmos a equação geral de uma reta utilizamos os conceitos relacionados a matrizes. Na determinação da equação na forma $ax + by + c = 0$ aplicamos a regra de Sarrus utilizada na obtenção do discriminante de uma matriz quadrada de ordem 3×3 . Para utilizarmos uma matriz nessa determinação da equação feral devemos ter no mínimo dois pares ordenados (x,y) dos possíveis pontos alinhados, por onde a reta irá passar. Observe a matriz geral da determinação da equação geral:

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Na matriz temos os pares ordenados que devem ser informados: (x_1, y_1) e (x_2, y_2) e um ponto genérico representado pelo par (x, y) . Observe que a 3º coluna da matriz é completada com o algarismo 1. Vamos aplicar esses conceitos na obtenção da equação geral da reta que passa pelos pontos A(1, 2) e B(3,8), veja:

Ponto A temos que: $x_1 = 1$ e $y_1 = 2$

Ponto B temos que: $x_2 = 3$ e $y_2 = 8$

Ponto genérico C representado pelo par ordenado (x, y)

Calcular o determinante de uma matriz quadrada aplicando a regra de Sarrus significa:

1º passo: repetir a 1º e a 2º coluna da matriz.

2º passo: somar os produtos dos termos da diagonal principal.

3º passo: somar os produtos dos termos da diagonal secundária.

4º passo: subtrair a soma total dos termos da diagonal principal dos termos da diagonal secundária.

Observe todos os passos na resolução da matriz dos pontos da reta:

$$\begin{array}{c} \left| \begin{array}{ccc|cc} 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 8 & 1 & 3 & 8 = 0 \\ x & y & 1 & x & y \end{array} \right. \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{c} \left| \begin{array}{ccc|cc} 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 8 & 1 & 3 & 8 = 0 \\ x & y & 1 & x & y \end{array} \right. \end{array}$$

$$[(1 \cdot 8 \cdot 1) + (2 \cdot 1 \cdot x) + (1 \cdot 3 \cdot y)] - [(2 \cdot 3 \cdot 1) + (1 \cdot 1 \cdot y) + (1 \cdot 8 \cdot x)] = 0$$

$$(8 + 2x + 3y) - (6 + y + 8x) = 0$$

$$8 + 2x + 3y - 6 - y - 8x = 0$$

$$2x - 8x + 3y - y + 8 - 6 = 0$$

$$-6x + 2y + 2 = 0$$

Os pontos A(1, 2) e B(3,8) pertencem a seguinte equação geral da reta:

$$-6x + 2y + 2 = 0.$$

Exemplo 2

Vamos determinar a equação geral da reta que passa pelos pontos:

A(-1, 2) e B(-2, 5).

$$\begin{array}{c} \left| \begin{array}{ccc|cc} -1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & 5 & 1 & -2 & 5 = 0 \\ x & y & 1 & x & y \end{array} \right. \end{array}$$

$$[-5 + 2x + (-2y)] - [(-4) + (-y) + 5x] = 0$$

$$[-5 + 2x - 2y] - [-4 - y + 5x] = 0$$

$$-5 + 2x - 2y + 4 + y - 5x = 0$$

$$-3x - y - 1 = 0$$

A equação geral da reta que passa pelos pontos A(-1, 2) e B(-2, 5) é dada pela expressão: $-3x - y - 1 = 0$. (Geral, sempre igual a zero, equação reduzida sempre isolamos y)

1. Nesta situação quanto deve ser pago pela compra de 5 litros de gasolina? E de 6 litros? E de 7? E de 10? E de 100? E de 1000? E de 368 litros?

Com esta alternativa conclui-se que a lei de formação dessa função é:

Preço a pagar = 2,30 vezes o número de litros comprados

ou

$p=2,30 \cdot \text{litros}$ → lei de formação da tabela (equação reduzida da reta)

Por exemplo

1. Quanto deve ser pago por 5,5 litros? É possível comprar esta quantidade?

Teremos então, $p=5,5 \cdot 2,30= 12,65$ reais.

2. Quantos litros podem ser comprados com R\$ 20? É possível comprar dessa maneira?

Se $p = 2,30 \cdot \text{litros}$, faremos $20 = 2,30 \cdot \text{litros}$. Então $\text{litros} = 20 : 2,30 = 8,69\dots$, que aproximando daria 8,7 litros.

3- Um taxista cobra 4 reais pela bandeirada, mais 5 reais pelo quilometro rodado.

Qual a lei da função? Quanto pagará uma pessoa que rodar 5,5 km?

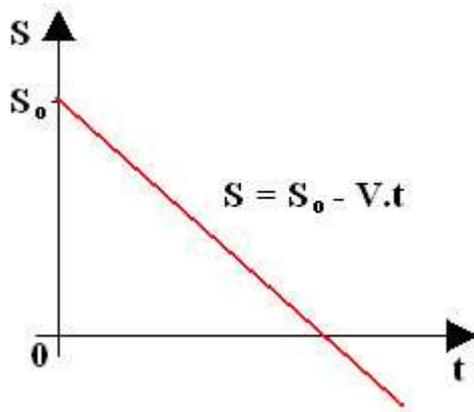
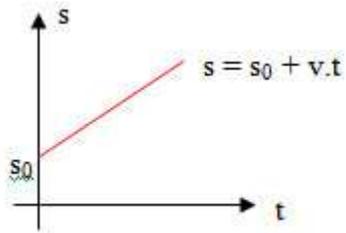
Se $p = 4+(5 \cdot \text{Km rodado})$, $p = 4+5 \cdot 5 = 29$ reais. Lei: $P=4+5 \cdot x$ ($x= \text{km rodado}$)

Outro exemplo, de função é o movimento uniforme de partículas:



Carro em movimento uniforme.(sem aceleração).

O movimento uniforme é o movimento onde a velocidade não varia com o tempo. É uma função do tipo $s= s_0 + vt$, ou seja, uma equação da reta.



Um exemplo engraçado:

A tartaruga é um bicho estranho. Pode o mundo cair ao seu redor que ela continua se movimentando sem alterar a sua velocidade. Depois que ela sai do repouso e entra em movimento, ela dificilmente varia sua velocidade (fig. 2.1).

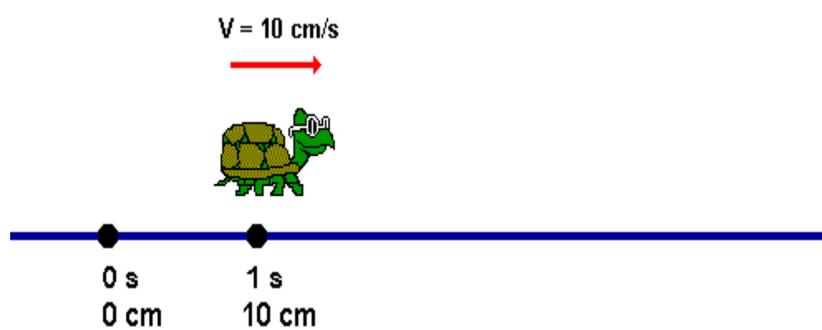
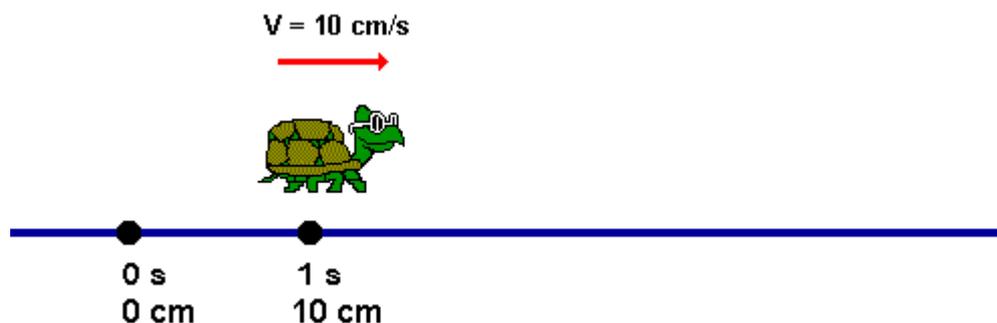


Figura 2.1 - Movimento da tartaruga.

A tartaruga anda em cada segundo a distância de 10 cm, percorrendo distâncias iguais em tempos iguais (fig. 2.1), indicando que a velocidade da tartaruga é constante.

O movimento é uniforme quando a velocidade escalar do móvel é constante em qualquer instante ou intervalo de tempo, significando que, no movimento uniforme o móvel percorre distâncias iguais em tempos iguais.



Exemplos

1– Um móvel executa um movimento cuja função horária é $s = 40 - 5t$ (SI).

Determine:

a) o instante em que o móvel passa pela origem da trajetória

O móvel passa pela origem quando $s = 0$ m. Então:

$$s = 40 - 5t$$

$$0 = 40 - 5t$$

$$t = 8 \text{ s}$$

b) o espaço no instante $t = 10$ s

$$s = 40 - 5 \times 10$$

$$s = -10 \text{ m (ele está 10 m antes da origem)}$$

2 – Dois automóveis A e B, se deslocam numa mesma trajetória com movimento uniforme. Num determinado instante, a diferença entre eles é de 720 m. Sabendo que suas velocidades escalares são respectivamente iguais a 108 km/h e 72 km/h, determine o espaço e o instante do encontro quando se deslocam

Sabe-se que

$$V_A = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$$

$$V_B = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$$

a) no mesmo sentido:

$$SA = S_{0A} + VAt$$

$$SA = 30 t$$

$$SB = S_{0B} + VBt$$

$$SB = 720 + 20t$$

Como os móveis se encontram quando $SA = SB$.

$$30t = 720 + 20 t$$

$$10 t = 720$$

$$t = 72 \text{ s (instante do encontro)}$$

Para determinar o espaço correspondente ao instante t do encontro, substituímos o valor obtido para t em qualquer uma das funções horárias:

$$SA = 30 t$$

$$SA = 30 \times 72$$

$$SA = 2160 \text{ m}$$

$$SB = 720 + 20t$$

$$SB = 720 + 20 \times 72$$

$$SB = 2160 \text{ m}$$

Logo: $SA = SB$

b) em sentidos contrários

$$SA = 30 t$$

$$SB = 720 + 20t$$

No instante do encontro temos: $SA = SB$

$$30 t = 720 - 20 t$$

$$t = 14,4\text{s}$$

Logo: $SA = 30 t$

$$SA = 30 \times 14,4$$

$$SA = 432 \text{ m}$$

3- Dada a reta $y = 4x + 2$, com x e y pertencentes aos reais, verifique a pertinência dos pontos a reta: Basta substituir x e y na reta.

a) $A(2,0)$ $y = 4x + 2$ $0 = 4 \cdot 2 + 2$ $0 \neq 10$ A não pertence à reta.

b) $B(0,2)$ $y = 4x + 2$ $2 = 4 \cdot 0 + 2$ $2 = 2$ B pertence à reta.

Coisas do dia-a-dia:

Alguns proprietários de restaurante, visando atrair maior clientela, promovem show artístico (música ao vivo, etc.). Nestes casos, além do valor cobrado proporcionalmente ao consumo, acrescenta-se ao preço um valor fixo por pessoa, denominado couvert artístico, que será direcionado para o pagamento do artista contratado.

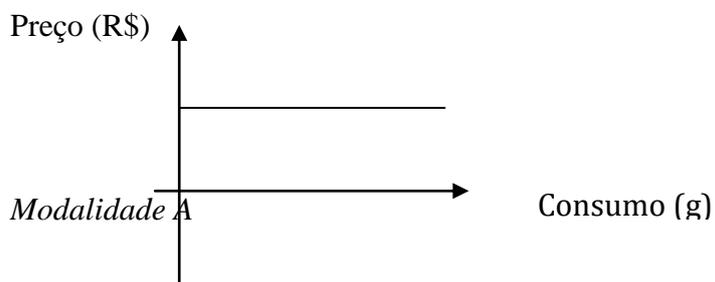
Considere para a modalidade A, o preço único de R\$ 6,00. Para a modalidade B, R\$ 12,00 por quilograma e para C, R\$ 10,00 por quilograma acrescido de R\$ 2,00 do couvert artístico. Após este levantamento, podemos ter umavisão simples, preenchendo tabelas, como, por exemplo, a que se segue.

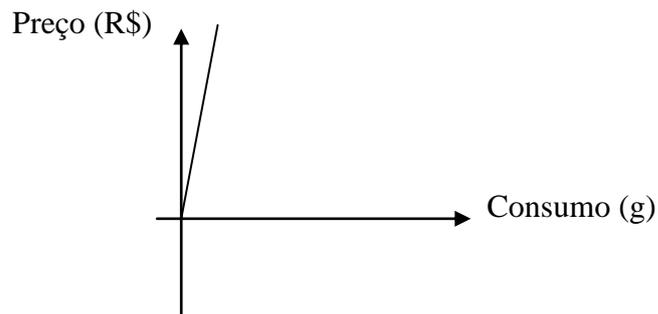
A		B		C	
Consumo(g)	Preço (R\$)	Consumo(g)	Preço (R\$)	Consumo	Preço (R\$)
100		100		100	
200		200		200	
300		300		300	
400		400		400	
500		500		500	
600		600		600	

Vamos completá-la!

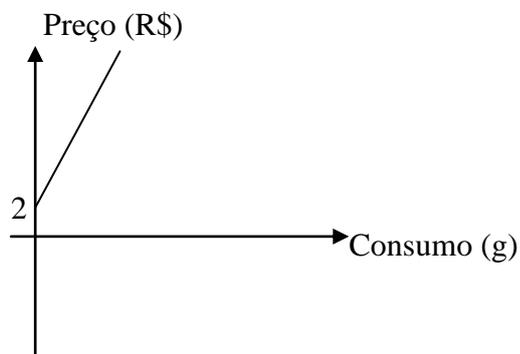
Obsevando os gráficos abaixo, podemos pensar:

- Qual dessas modalidades é mais vantajosa para os usuários? E para os proprietários dos restaurantes?
- Qual destas modalidades é mais justa?
- Se você fosse proprietário de um restaurante, qual modalidade adotaria? Por quê?
- Uma pessoa que consome 300g de refeição, deve optar por qual modalidade?
- A modalidade B é mais vantajosa que a modalidade A? Em que situações isto ocorre?
- Por que no segundo gráfico a reta “parte” da origem dos eixos?
- Pode-se prolongar a reta para ambos os sentidos?
- Quais as semelhanças e/ou diferenças entre os gráficos?.





Modalidade B



Modalidade C

Coefficiente angular (m) de uma reta r não perpendicular ao eixo das abscissas é o número real m que expressa a tangente trigonométrica de sua inclinação alfa , ou seja:

$$m = \text{tg alfa}$$

EQUAÇÃO DA RETA

Equação geral da reta

Toda reta do plano possui uma equação da forma:

$$ax + by + c = 0$$

na qual a, b, c são constantes e a e b não simultaneamente nulos.

Exemplos:

a) $-5x + 3y - 1 = 0$

b) $9x - 4y - 13 = 0$

Equação reduzida da reta

É toda equação de reta onde a variável y fica isolada. Na equação da reta na forma reduzida podemos identificar o coeficiente angular do lado da variável x e o coeficiente linear (termo independente da equação, onde o gradico corta o eixo do y).

Exemplos:

a) $y = 8x - 10$

Coeficiente angular = 8

Coeficiente linear = - 10

b) $y = - 4x + 12$

Coeficiente angular = - 4

Coeficiente linear = 12

CÁLCULO DO COEFICIENTE ANGULAR E DA EQUAÇÃO DA RETA

Para calcular o coeficiente angular (não possuindo o valor da inclinação m) e achar a equação da reta, utiliza-se uma única fórmula:

Importante: A partir da fórmula acima, podemos determinar o coeficiente angular e a equação da reta da seguinte forma:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ou encontrarmos a equação da reta, e o coeficiente angular será quem acompanha x , na equação reduzida da reta. O coeficiente angular é o número que está sozinho.

Exercícios

1- Um móvel executa um movimento cuja função horária é $s = 20 - 4t$ (SI).

Determine

a) o instante de passagem pela origem da trajetória.

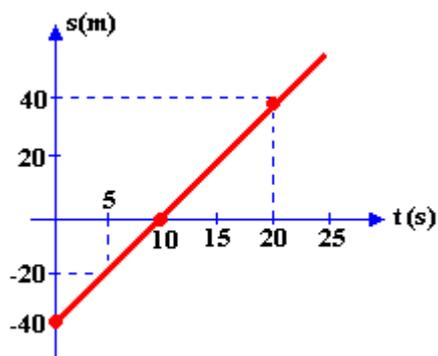
2- Um móvel executa um movimento cuja função horária é $s = 20 - 5t$ (SI).

Determine:

a) o instante em que o móvel passa pela origem da trajetória

b) o espaço no instante $t = 10s$

3- Considere um movimento cuja posição s , em função do tempo t , está representado no gráfico.



a) A distância percorrida pelo móvel entre os instantes $t = 0$ e $t = 20$ s, em metros, vale:

- a) -40
- b) zero
- c) 20
- d) 40
- e) 80

b). O móvel passa pela origem no instante:

- a) zero
- b) 5,0s
- c) 10s
- d) 15s
- e) 20s

c) Encontre a lei da função (equação geral e reduzida da reta), seus coeficientes angular e linear.

4) Dada a reta $y = 5x + 2$, com x e y pertencente aos reais, verifique a pertinência dos pontos a reta:

- c) (2,3)
- d) (0,2)
- e) (0,1/2)

5- Um automóvel parte de Curitiba com destino a Cascavel com velocidade de 60 km/h. 20 minutos depois parte outro automóvel de Curitiba com o mesmo destino à velocidade 80 km/h.

Depois de quanto tempo o 2 automóvel alcançará o 1?

- a) 60 min
- b) 70 min
- c) 80 min
- d) 90 min

6- Um ponto material movimenta-se segundo a função $s = 12 - 4t$ (SI). Faça o gráfico dessa função digitando a função na caixa de entrada do Geogebra. :(Abra o Geogebra e na área entrada, escreva $y = \dots$ a função abaixo)



7- Uma motocicleta movimenta-se em uma estrada de acordo com a função $s = 10 + 60.t$; sua posição é medida em quilômetros e o tempo, em horas. Construa o gráfico da velocidade em função do tempo. Agora, use o geogebra, na caixa entrada, digitando a função. Ficou igual? :(Abra o Geogebra e na área entrada, escreva $y = \dots$ a função abaixo)

Construa uma tabela com o espaço percorrido de 0 a 10 s.

8) Construa o gráfico das seguintes retas, usando o Geogebra e no seu caderno:(Abra o Geogebra e na área entrada, escreva $y= \dots$ reta abaixo)Identifique os coeficientes angular e linear da reta.

a) $f(x)= x - 16$

b) $f(x)= 2x - 7$

c) $f(x)= 4x + 4$

Bom trabalho!

4. Referências:

DANTE, Luiz Roberto. Matemática contextos e aplicações. Primeira edição.

Brasil:Ed. Ática ,2011.Volume único, págs.8 a 95. .

BARROSO,Juliana Matsubara. Conexões com a matemática..Primeira edição.

Brasil:Ed. Moderna ,2011.Volume 1, págs.4 a 113. .

Brasil escola.Disponível em :<<http://www.brasilecola.com/matematica/equacao-geral-reta.htm>>.Acesso em 17 de setembro de 2012

PEC_Ensino médio. Disponível em: <<http://www.vanzolini-ead.org.br>>.Acesso em: março 2012.

Muteoria. Disponível em:< <http://educar.sc.usp.br/fisica/muteoria.html>> Acesso em: março 2012.