

**FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE  
MATEMÁTICA - FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ**

**3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO – 3º BIMESTRE**

**Tarefa 4**

**Avaliação da Execução do Plano de Trabalho 2**

**GEOMETRIA ANALÍTICA**

**Cursista:** Edilaine de Melo Souza

**Tutor:** Claudio Rocha de Jesus

Rio de Janeiro

2012

## **Avaliação da Execução do Plano de Trabalho 2**

### **GEOMETRIA ANALÍTICA**

#### ***Pontos positivos***

---

O Plano de Trabalho me permitiu contextualizar mais as aulas e ainda, inter-relacionar Álgebra e Geometria. Como houve planejamento, poucas situações saíram do controle. Depois de participar do Fórum Temático 4 e, dividir as experiências com outros colegas, foi possível também acrescentar outras ideias, como por exemplo, a funcionalidade do GPS. A utilização de mapas foi um grande atrativo, pois, desta vez o mapa era do local que eles conheciam; o retorno foi imediato por parte dos alunos e isso dinamizava ainda mais as aulas. Vi no Plano de Trabalho 1 que as charges são ótimos recursos a serem lançados naqueles momentos que o conteúdo caminha para um lado um tanto maçante e então, utilizei mais uma vez. A charge “A Geometria do Amor” deu uma boa descontraída e foi o pontapé inicial na abordagem sobre a distância entre dois pontos. A comunicação com os alunos via e-mail também foi enriquecedor, pois com ela era possível lançar algo a mais sem ocupar o tempo de sala de aula. Ao final do programa, as autoavaliações foram fundamentais, pois, com base nas que foram realizadas no Plano de Trabalho 1, pude aperfeiçoar melhor o PT2 e, dividi isso com os alunos, pedindo que reavaliassem seus pontos fracos e, os transformassem em novas possibilidades de pontos fortes.

#### ***Pontos negativos***

---

Embora tenha detectado desde o PT1 que a grande dificuldade no avanço dos conteúdos está ligada à dificuldade com conteúdos anteriores e, decidido que numa próxima oportunidade eu realizaria uma intervenção a fim de antecipar-me quanto a isso, não foi possível desta vez. Isto porque no ensino noturno há uma grande variedade no ritmo de aprendizagem dos alunos e, mesmo diagnosticando que havia dificuldade no cálculo de raízes e na compreensão do teorema de Pitágoras, alguns alunos ainda ficaram aquém do que era previsto e se “perderam” em meio às aulas. Foram semanas bem comprometidas, pois, além

de tudo era preciso pensar no Saerjinho e promover uma revisão dos conhecimentos adquiridos até então. Outro fator negativo foi a falta de ênfase em relação ao estudo de coeficiente angular; muitos alunos não lembravam quase nada sobre ângulos e não previ isso na avaliação diagnóstica. Quando chegou nesta etapa não pude aprofundar tanto, ou seja, quem já tinha alguma ideia acompanhou, porém, muitos alunos ficaram de fora, compreendendo apenas as fórmulas sem estabelecer conexões com conteúdos anteriores.

### ***Alterações***

---

Os entraves do PT2 estiveram mais ligados à falta de conhecimentos prévios e a necessidade de aulas mais compactas (devido ao curto espaço de tempo do 3º bimestre), portanto, a alteração ocorreria no tempo dedicado às avaliações. Ao invés de 3 aulas finais específicas para isto, o conteúdo seria redistribuído em 17 aulas, tendo apenas 1 exclusiva para autoavaliação. Com isto, há 2 aulas que podem ser utilizadas para revisar os seguintes conceitos: cálculo de raízes quadradas, teorema de Pitágoras e relações trigonométricas, com enfoque na tangente de um ângulo.

### ***Impressões dos alunos***

---

Desta vez, a execução do plano foi mais tranquila, pois os alunos já tinham vivido a experiência com o PT1. Foi interessante ouvir perguntas como: “E aí, professora, o que vai ter de diferente hoje?”. Mesmo que ainda haja o desânimo por parte de alguns alunos (aqueles que têm uma lacuna muito grande no que diz respeito a conteúdos anteriores), já foi possível perceber uma pequena evolução nesses casos. Como as atividades/avaliações foram distribuídas ao longo das aulas e, eram pontuados aspectos como participação, realização de atividades e integração ao grupo, houve uma participação maior (a maioria muito interessada na “nota azul”). Com a autoavaliação foi possível visualizar que os próprios alunos tiveram consciência da sua mudança de atitude e dos “lucros” decorrentes disso. Fato notado diante da maioria de respostas “Sim” diante da questão 11. *“Você esteve atento e concentrado durante as apresentações dos conteúdos temáticos da disciplina e empenhado na execução das tarefas propostas.”*

## **Introdução**

---

Tendo como principal objetivo o entendimento acerca da Geometria Analítica, associando figuras geométricas a equações e compreendendo que o processo inverso também é possível, o presente plano de trabalho aborda o tema de modo investigativo, por meio de percepções cotidianas que permitem construir pouco a pouco uma base mais sólida de conhecimento. Um conhecimento não a partir de fórmulas memorizadas ou questões simplesmente resolvidas, mas sim, a partir de inferências que permitam ao aluno a resolução de diferentes tipos de questões com base em estratégias definidas por ele mesmo.

Trazendo à tona a análise, a percepção e, principalmente, a busca por caminhos que deem sentido ao que é visto em livros, este plano de trabalho visa evidenciar a evolução do homem e suas descobertas matemáticas que levam a todo progresso que é desfrutado hoje por grande parte da sociedade. A Geometria Analítica tem uma forte expressão principalmente em áreas como arquitetura e engenharia de produção, além de ser considerada por muitos profissionais uma forma de transição entre o processo criativo e a obra.

Serão abordados tópicos como história da matemática e o surgimento do sistema cartesiano ortogonal, localização de pontos neste sistema, distância entre dois pontos, cálculo de perímetros e áreas no plano, identificação e determinação de equações da reta além da distância de um ponto a uma reta qualquer no plano. Para isso, serão utilizadas 18 aulas de 50 minutos cada, sendo 17 para explanações, realização de atividades e avaliações e 1 para autoavaliação.

## **Desenvolvimento**

### **Atividade 1 – *Refrescando a memória***

Duração: 150 minutos (3 aulas)

**Objetivos:** Revisar conceitos como cálculo de raízes quadradas, Teorema de Pitágoras e tangente de um ângulo, bem como traçar estratégias na resolução de problemas que envolvam estes conceitos.

**Habilidades e Descritores relacionados:**

- H11: Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos.
- H12: Resolver problemas envolvendo as razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente dos ângulos de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ ).
- H35: Efetuar cálculos com valores aproximados de radicais.

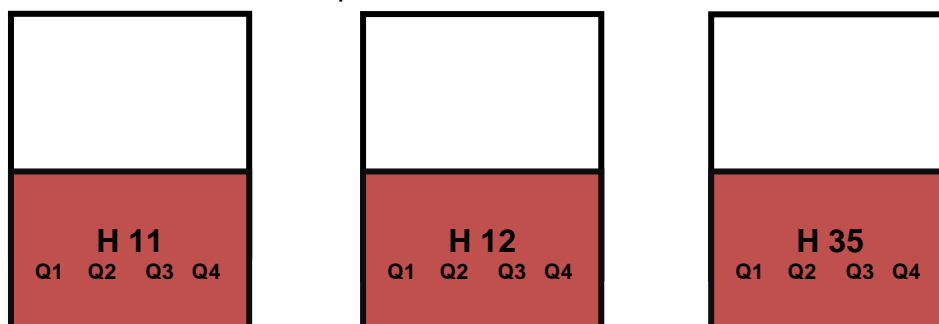
**Pré-requisitos:** Fatoração, triângulo retângulo e ângulos notáveis.

**Organização da turma:** Em grupos com até 4 alunos.

**Recursos:** Folhas de papel A4 dispostas pelo quadro branco.

**Metodologia:**

Cada um dos grupos deverá escolher um participante que irá resolver no quadro uma das questões “ocultas” nas folhas de papel A4. Cada folha estará colada no quadro em forma de envelope e nomeada com siglas que representam as habilidades relacionadas à questão, conforme mostrado abaixo:



Dentro de cada “envelope” há 4 questões envolvendo os conteúdos anteriores que servirão de base para o estudo sobre Geometria Analítica. A cada vez, um grupo deve enviar um representante para tirar uma questão de um dos envelopes e tentar resolvê-la. Neste momento, vale cada grupo ajudar seu representante dando “dicas” e sugestões para solucionar o problema. A cada nova questão, um novo representante deve ser enviado pelo grupo e, assim, todos os grupos enviarão representantes até que todas as questões sejam solucionadas. Caso seja necessário, serão feitas intervenções dando explicações sobre o conteúdo abordado.

**Avaliação:** Cada questão resolvida pontuará com base nos quesitos: participação do grupo, estratégia e raciocínio utilizados.

## **Atividade 2 – Geometria Analítica – Contando história...**

Duração: 150 minutos (3 aulas)

**Objetivos:** Relacionar o estudo da Geometria com conceitos algébricos, bem como localizar pontos no plano através de pares ordenados e reconhecer esse método de estudo como uma evolução histórica desde o século XVII.

### **Habilidades e Descritores relacionados:**

H16: Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano.

C1 - Resolver problemas, contextualizados ou não, que envolvam a distância entre dois ou mais pontos no plano cartesiano.

**Pré-requisitos:** Construção de gráficos no plano cartesiano.

**Organização da turma:** Em duplas

**Recursos:** Computador com Geogebra instalado, Datashow, folhas de atividades, livro didático, folhas de papel quadriculado, charge e textos impressos.

### **Metodologia:**

O texto abaixo será distribuído para cada dupla e será feita a leitura continuada.

#### **Ciência evolui junto com a matemática**

**Carlos Alberto Campagner**

A geometria nasceu do desenho. A simples tarefa de levantar uma tenda no meio da floresta talvez obrigasse o ser humano a traçar algumas linhas no chão. Isso vale também para dividir terras férteis à beira dos rios, construir casas e templos, etc. Com o desenvolvimento da matemática, os desenhos começaram a não caber mais na tábua de argila, no papiro e, depois, nos papel. No tempo das grandes navegações, usavam-se os compassos e as réguas para traçar o curso das caravelas e - até muito pouco tempo atrás - cartas náuticas ainda eram muito usadas.

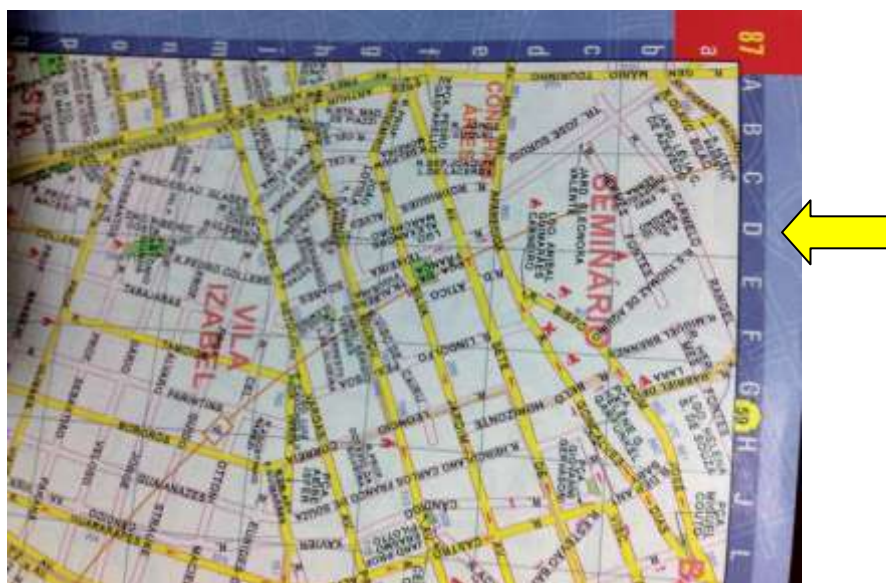
#### **Faltava a álgebra**

A geometria foi criada pelos gregos, mas para ser mais desenvolvida necessitava da álgebra, um campo que os gregos não dominavam. Somente no século 17 a álgebra estaria suficientemente desenvolvida para ser mesclada à geometria. Dois franceses, Pierre de Fermat (1601-1665) e René Descartes (1596-1650), como em outros casos da história das ciências, desenvolveram a geometria analítica de maneira independente.

Vários são os campos que se utilizam da Geometria Analítica; o astrônomo Johannes Kepler (1571-1630) descobriu que os planetas do sistema solar não tinham uma órbita circular e sim elíptica e tentou tabular as suas posições (geometria analítica). O GPS (Geo-posicionamento por satélite) funciona por meio de informações, tais como o tempo de viagem de sinais de rádio entre o satélite e o aparelho receptor do GPS, e com isso informa a localização de pontos (geometria analítica).

Antes, todo problema em geometria era resolvido com papel, lápis, esquadro, régua, etc. e - após o desenvolvimento da geometria analítica - tudo se transformou em fórmulas das figuras. A princípio, como as equações são complexas, os cálculos numéricos substituíram o papel, e os computadores vieram para agilizar os cálculos mais complexos.

Neste momento entrega-se a folha de papel quadriculado para as duplas e solicita-se que nomeiem linhas de 1 a 5 e colunas de A a F. Pede-se em seguida que escolham um ponto de localização no papel que represente a escola. Feito isso, solicita-se que escrevam 3 nomes de ruas próximas à escola horizontal e verticalmente. O esperado neste momento inicial é que os alunos tenham noção de lateralidade, direção e sentido.

[illegible]

Apresenta-se (ou revisa) o sistema cartesiano ortogonal, a nomenclatura de seus eixos, a determinação dos quadrantes e a identificação das coordenadas de um ponto bem como suas características de acordo com a localização.

Todos os tópicos anteriores serão abordados por meio de atividades propostas com base no livro didático, além da atividade a seguir que será projetada no quadro e transcrita para o papel quadriculado que cada dupla já possui.

1. Observando a Figura 1, identifique as coordenadas dos pontos indicados e complete as Tabelas 1, 2 e 3.

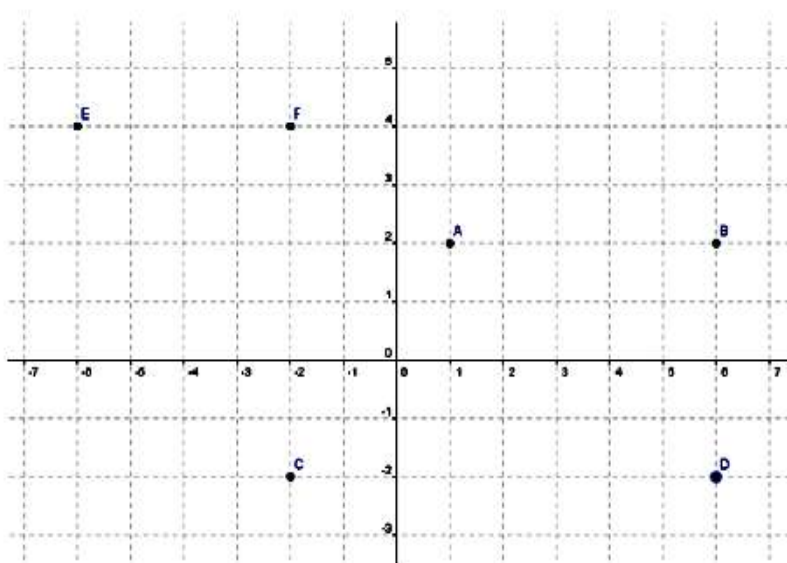


Figura 1

Ponto	Coordenada
A	( , )
B	( , )
Tabela 1	

Ponto	Coordenada
C	( , )
D	( , )
Tabela 2	

Ponto	Coordenada
E	( , )
F	( , )
Tabela 3	

Com base na atividade acima será apresentado também o conceito sobre as coordenadas do ponto médio de um segmento de reta.

### Avaliação

Resolução da folha de atividades (Localização de pontos no plano cartesiano).

### Curiosidade...

Lançar para os alunos o seguinte tema para ser pesquisado na Internet e enviado para meu e-mail: *Distância entre dois pontos*.



### Atividade 3 – Geometria Analítica – Distância entre dois pontos

Duração: 150 minutos (3 aulas)

**Objetivos:** Representar pontos, segmentos e retas no plano cartesiano bem como calcular a distância entre dois pontos.

**Habilidades e Descritores relacionados:**

H16: Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano.

C1 - Resolver problemas, contextualizados ou não, que envolvam a distância entre dois ou mais pontos no plano cartesiano.

**Pré-requisitos:** Cálculo de raízes quadradas, produtos notáveis.

**Organização da turma:** Em duplas

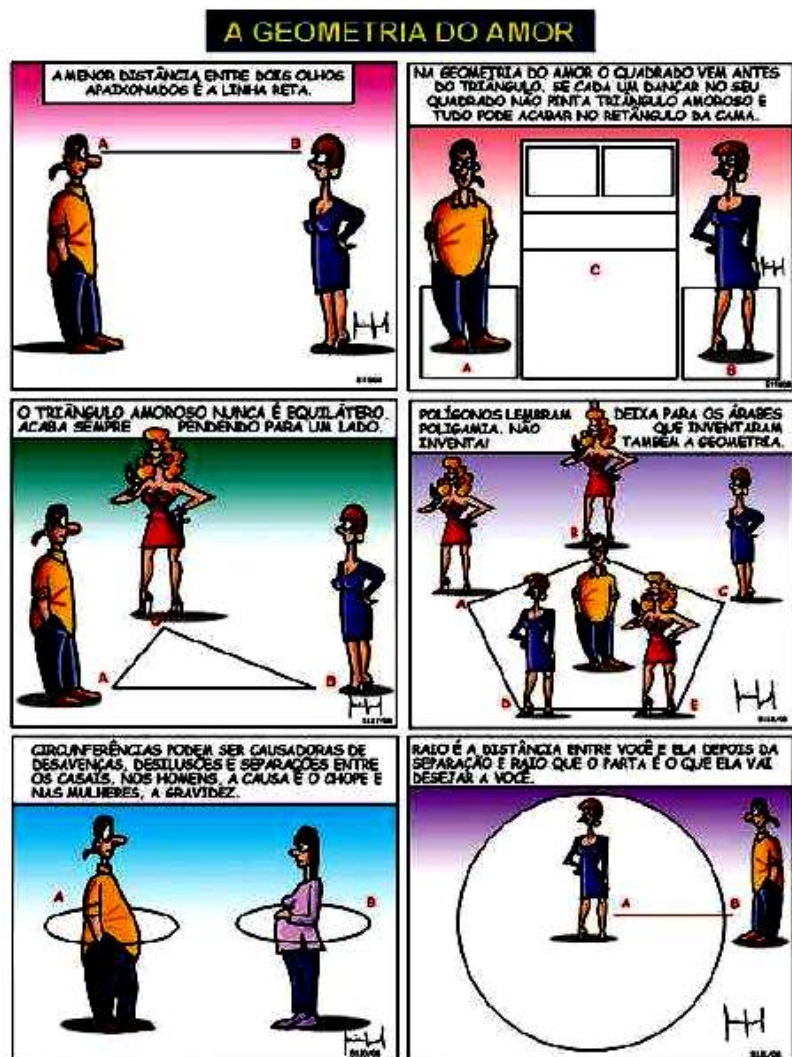
**Recursos:** Folhas de atividades, livro didático e charge impressa em folha A4.

**Metodologia:**

Distribuir a charge ao lado para as duplas de modo a descontrair um pouco a turma ao passo que se introduz um novo assunto.

Apresenta-se então o conceito de distância entre dois pontos levando a seguinte questão: “sem utilizar régua, como poderíamos medir a distância entre os pontos A e E da atividade anterior?”.

A partir das respostas obtidas levam-se os alunos a observarem a formação de um triângulo retângulo, no qual é possível perceber que a



distância procurada nada mais é do que a hipotenusa deste triângulo, podendo ser calculada por meio do teorema de Pitágoras. Com este mesmo processo realizado em diversos gráficos, os alunos são levados a perceber a seguinte relação para determinar distâncias entre dois pontos:

$$d(A,B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

A partir de então, e com uso do Geogebra, determinam-se vários pontos no plano e pede-se aos alunos que calculem a distância entre pares destes. Aproveito para mostrar neste momento a diferença entre pontos colineares e pontos não-colineares, como também os objetos geométricos construídos com 2 e 3 pontos, permitindo nesta atividade – inclusive – o cálculo de perímetros.

#### ***Para fixar...***

Exercícios: Livro didático e folha de atividades – Cálculo de distâncias a partir de dois pontos e construção gráfica.

#### **Avaliação**

Elaboração de problemas envolvendo cálculo da distância entre dois pontos.

#### **Curiosidade...**

Pegar o e-mail dos alunos e enviar a foto de um geoplano mostrando que é possível sua utilização como material concreto na compreensão do plano cartesiano.



## Atividade 4 – Geometria Analítica – Equação da reta

Duração: 300 minutos (6 aulas)

**Objetivos:** Escrever de diferentes formas a equação da reta.

**Habilidades e Descritores relacionados:**

H15: Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.

C1 - Identificar a equação de uma reta, a partir de dois pontos dados;

C2 - Identificar a equação de uma reta, a partir de um ponto e sua inclinação.

**Pré-requisitos:** Ângulos, produtos notáveis e cálculo de determinantes.

**Organização da turma:** Em duplas

**Recursos:** Computador com Geogebra instalado, Datashow, papel quadriculado, livro didático e lista de atividades.

**Metodologia:**

Com base no conceito de determinantes, apresentar aos alunos este cálculo como uma forma de identificar quando três pontos são colineares ou não, levando-os a refletir que três pontos podem formar um triângulo (não-colineares) ou uma reta (colineares). Ou seja, o cálculo de determinantes permite que a equação de uma reta seja determinada a partir de dois de seus pontos.

Apresentar também que é possível determinar a equação de uma reta a partir do ângulo (coeficiente angular) da mesma. Vale ressaltar a seguinte relação onde  $m$  é o coeficiente angular. Importante frisar que quando se conhece as coordenadas dos pontos utilizamos a relação abaixo, porém, quando possuímos o valor da medida do ângulo,  $m$  é igual à tangente desta medida.

$$m = \left| \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{\text{variação das ordenadas}}{\text{variação das abscissas}} \right|$$

Para melhor visualização será utilizado o software Geogebra sugerido nos Roteiros de ação 2 e 3.

**Avaliação**

Resolução da lista de atividades em dupla.

## Atividade 5 – Geometria Analítica

Duração: 100 minutos (2 aulas)

**Objetivos:** Discutir posições relativas entre duas retas e calcular a distância de um ponto a uma reta dada.

### Habilidades e Descritores relacionados:

H15: Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.

C1 - Identificar a equação de uma reta, a partir de dois pontos dados;

C2 - Identificar a equação de uma reta, a partir de um ponto e sua inclinação.

**Pré-requisitos:** Ângulos, produtos notáveis e cálculo de determinantes.

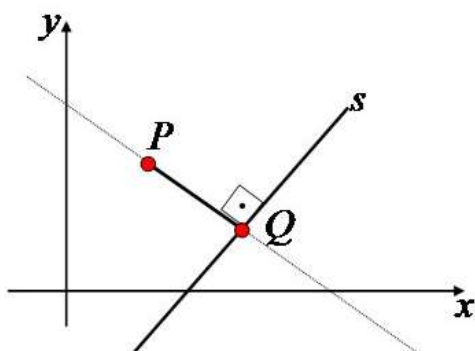
**Organização da turma:** Em duplas

**Recursos:** Computador, Datashow, lista de atividades, livro didático e papel quadriculado.

### Metodologia:

Por meio de projeções de gráficos construídos no Geogebra serão mostradas características e relações importantes sobre coeficiente angular e a posição relativa entre duas retas.

Os alunos serão levados a refletir e investigar um modo de se calcular a distância de um ponto a uma reta cuja equação é conhecida. A partir de então, apresenta-se a fórmula:



$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

**Para fixar...** Exercícios: Livro didático e folha de atividades – Cálculo da distância entre um ponto e uma reta.

## **Atividade 6 - Autoavaliação**

Duração: 50 minutos (1 aula)

Os alunos serão avaliados continuamente por meio de listas de atividades e discussões com o grupo acerca dos assuntos apresentados. Estas avaliações sinalizarão dificuldades e obstáculos a serem eliminados para que os alunos cheguem ao final das aulas capazes de representar pontos, segmentos e retas no plano cartesiano; calcular a distância entre dois pontos; escrever de diferentes formas a equação da reta; discutir posições relativas entre as retas e, calcular a distância entre ponto e reta.

No entanto, esta última aula é dedicada exclusivamente à autoavaliação. Cada aluno receberá o questionário a seguir e o responderá anonimamente para que, depois de respondido, seja feita uma roda de discussão onde serão apresentados pontos relevantes da aprendizagem e do conteúdo abordado.

### **Questionário para Autoavaliação**

*Para cada pergunta foram apresentadas cinco alternativas, exceto em algumas, com duas alternativas (“sim” e “não”), as quais estão identificadas nas questões. As alternativas são:*

- |                |            |                 |
|----------------|------------|-----------------|
| – Sempre       | – Às vezes | – Não se aplica |
| – Quase sempre | – Nunca    |                 |

1. As aulas corresponderam às suas expectativas:
2. O professor domina o conteúdo e está atualizado.
3. O professor tem bom relacionamento com os alunos e é aberto ao diálogo.
4. Os recursos didáticos utilizados na disciplina são de boa qualidade.
5. Você conseguiu acompanhar os conteúdos apresentados.
6. A sequência e organização dos conteúdos da disciplina são adequadas.
7. Existe um bom relacionamento entre os alunos.
8. A turma é assídua às aulas, comprometida e responsável.
9. Há interesse e envolvimento da turma com a aprendizagem na disciplina.
10. Você está satisfeito com a aprendizagem decorrente da disciplina.
11. Você esteve atento e concentrado durante as apresentações dos conteúdos temáticos da disciplina e empenhado na execução das tarefas propostas.
12. Você mostra em preocupação em ser autônomo na realização das tarefas.
13. Desempenha papel social positivo no funcionamento da turma como um grupo.
14. Você esclarece suas dúvidas em devido tempo.
15. Aplica seus próprios métodos e processos de trabalho visando uma melhor execução das tarefas propostas.

## ***Referências Bibliográficas***

---

BARROSO, Juliane M. **Conexões com a Matemática**. São Paulo: Moderna, 2010.

LANDAU: Provas e gabaritos de conteúdos matemáticos. Disponível em [http://landauglobal.co.uk/index.php?pr=Grafico de Funcoes](http://landauglobal.co.uk/index.php?pr=Grafico_de_Funcoes). Acesso em 19 set. 2012.

VESTIBULAR BRASIL ESCOLA: Simulados e questões de vestibulares anteriores. Disponível em <http://vestibular.brasilecola.com/simulado/>. Acesso em 19 set. 2012.

WEBEDUC: O portal de conteúdos educacionais do MEC. Disponível em <http://webeduc.mec.gov.br/>. Acesso em 19 set. 2012.