

# **MATEMÁTICA NA ESCOLA**

**3ª SÉRIE – 3º BIMESTRE**

## **TAREFA 2 – REENVIO DO PLANO DE TRABALHO 2**

**HORACIO DE SOUZA LIMA**

**GRUPO 10**

**GEOMETRIA ANALÍTICA**

**02/10/2012**

## **PONTOS POSITIVOS**

- Muitas das vezes os alunos questionam onde vão utilizar determinado tópico matemático. Essa pergunta com relação à Geometria Analítica foi perfeitamente respondida quando trabalhamos o texto “O SÉCULO XX”;
- A relação entre o GPS e a localização de pontos despertou um maior interesse pela aula.

## **PONTOS NEGATIVOS**

- Não detectei nenhum.

## **IMPRESSÕES DOS ALUNOS**

Os alunos ficaram surpresos em saber que o funcionamento do GPS está ligado à Matemática e sugeriram que eu levasse outras curiosidades para a sala de aula.

## INTRODUÇÃO

O assunto será iniciado através de um comentário a respeito da ligação entre o funcionamento do GPS e a Geometria Analítica e uma breve abordagem histórica do tema. Em seguida, destacarei a importância da Geometria Analítica em nosso cotidiano para somente depois trabalhar alguns exercícios contextualizados.

Através da relação entre um aparelho atual que é o GPS e o conteúdo a ser trabalhado, espera-se que o aluno se interesse pelo assunto.

Os alunos serão motivados a pesquisar outras relações da Geometria Analítica com nosso cotidiano.

Alguns exercícios serão resolvidos como exemplos e em seguida serão propostos outros para que eles tentem resolver sozinhos.

Serão pré-requisitos: Identificar um ponto no plano, através das suas coordenadas; Teorema de Pitágoras; módulo de um número real.

## **OBJETIVOS**

Em três encontros de 90 minutos cada (6 aulas ao longo de uma semana) espera-se que o aluno seja capaz:

- Calcular a distância entre dois pontos;
- Obter o ponto médio de um segmento.

### **Descrição das aulas:**

**1º encontro:** Neste momento, os alunos receberão uma folha comentando a relação do GPS com a Geometria Analítica e uma breve abordagem histórica do tema. Em seguida, resolverei alguns exercícios envolvendo o cálculo da distância entre dois pontos e outros exercícios serão propostos. A turma será motivada a pesquisar para o próximo encontro a importância do tema em nosso cotidiano.

## O SÉCULO XX

O Século XX trouxe muitas novidades tecnológicas que facilitam nossa vida no dia a dia. Uma dessas novidades é o GPS, que tem se popularizado cada vez mais. Você já teve a oportunidade de utilizar um para se localizar ou para encontrar algum percurso?

O GPS (Geo-posicionamento por satélite) funciona por meio de informações, tais como o tempo de viagem de sinais de rádio entre o satélite e o aparelho receptor do GPS, e a velocidade de propagação do sinal, esta previamente conhecida. Com isto é possível determinar a distância do satélite ao receptor. Para que este sistema funcione, são necessários 24 satélites, distribuídos em 6 órbitas em torno da Terra. Dentre estes satélites, pelo menos 4 podem monitorar um mesmo objeto no globo terrestre. A localização exata de um objeto na Terra dá-se do seguinte modo: a partir da informação da distância do objeto na Terra em relação a três satélites, é possível, utilizando um princípio matemático, obter a latitude e a longitude desejada. Para obter a altitude, é necessário um quarto satélite.

Você certamente já parou para pensar em como evoluímos tecnologicamente no último século! Muitas coisas impressionantes e inovadoras aconteceram na Era dos Extremos, termo utilizado pelo grande historiador Eric Hobsbawn em sua descrição sobre este breve século XX. Por muito tempo, o homem, para se localizar na Terra, teve de usar elementos da natureza, como os corpos celestes, por exemplo. O fascínio pelo céu certamente não se perdeu nos dias de hoje, mas atualmente usamos meios mais precisos para nos localizarmos.

O GPS facilita o trabalho de localização. A localização exata de um objeto ou lugar na Terra está determinada por dois dados numéricos: latitude e longitude. Note que, se você quiser saber a posição de um avião no ar, precisará de mais um dado, a sua altitude. No Ensino Médio, só estudamos as posições planas, ou seja, objetos com altitude zero.

É inegável a importância do GPS nas navegações ou na aviação civil. Você poderia dar mais alguma utilidade? Pense, por exemplo, no trabalho dos biólogos que rastreiam animais terrestres para estudar, preservar e até mesmo para fazer

estimativas de quantos exemplares de uma determinada espécie existem.

Mas, como localizar objetos na Terra? Qual terá sido a linha de pensamento que permitiu ao homem conceber tão potente localizador? Vamos agora contar a história de um dos ingredientes principais do GPS: a Geometria Analítica!

## **HÁ ALGUM TEMPO...**

Em geral, o processo de construção de um novo conhecimento é feito a várias mãos. Muitos estudiosos e povos fizeram contribuições importantes à chamada Geometria Analítica ou geometria de coordenadas. Iremos descrever aqui algumas dessas contribuições.

Um bom começo para essa história é o Egito Antigo, onde os agrimensores (pessoas que mediam os terrenos) dividiam a terra em distritos, utilizando uma malha retangular. Você deve imaginar como essa profissão era importante, pois o homem daquela época já não era nômade e precisava demarcar suas propriedades. Fazemos algo parecido com os mapas hoje, quando

os dividimos em quadrados para facilitar a localização de um lugar específico.

Andando mais um pouco pela história, chegamos à Grécia Antiga, onde os gregos dedicavam-se consideravelmente à chamada Álgebra geométrica e onde Apolônio trabalhou com a geometria das seções cônicas. Certamente, esse foi um vislumbre do que entendemos por Geometria Analítica hoje.

É consenso que a Geometria Analítica evoluiu muito com os estudos de dois grandes matemáticos franceses do século XVII. São eles Pierre de Fermat (1601-1665) e René Descartes (1596-1650), embora muitos atribuam o surgimento da Geometria Analítica a este último.

Podemos dizer que Apolônio já trabalhava com métodos tão modernos em “As Cônicas”, que alguns consideram seu tratado como de Geometria Analítica, o que anteciparia Descartes em 1800 anos!



## **“PENSO, LOGO EXISTO”**

Será que Descartes, o autor da afirmação que inicia esta seção, teve o pontapé inicial para seus estudos em Geometria Analítica dado por um sonho? Alguns acreditam que sim! E este é um conto curioso.

Reza a lenda, que no dia 10 de novembro de 1619, na véspera do dia de São Martín, Descartes teve três sonhos, que segundo ele, mudaram o rumo de sua vida.

No primeiro sonho, Descartes era arremessado por ventos malignos da segurança de sua igreja-colégio a um terceiro lugar onde o vento enfraquecia e não podia mais sacudi-lo ou arrastá-lo.

No segundo sonho, ele estava observando uma terrível tempestade com os olhos não supersticiosos da ciência e, notava que a tormenta, uma vez que percebia o que era, não o amedrontava mais.

Por fim, no terceiro sonho, ele estava recitando um poema de Ausonio que começa assim: “Que rumo seguirei na vida?”

Descartes afirmou que com esses sonhos foi lhe dada a chave mágica para penetrar nos magníficos tesouros da natureza e apoderar-se do verdadeiro fundamento das ciências. Imaginem!

Descartes era um jovem soldado à procura de si.

Dezoito anos após o episódio dos sonhos, o filósofo e matemático Descartes publica sua obra-prima “Discurso sobre o método”, para bem conduzir a razão e procurar a verdade nas ciências. Esta obra continha três apêndices, cabendo ao terceiro, com aproximadamente 100 páginas e intitulado *La Géométrie*, a Geometria Analítica.

Descartes desenvolveu algo similar ao que hoje chamamos, em sua homenagem, de sistema cartesiano de coordenadas. Graças a essa forma de pensar, hoje podemos representar informações em gráficos, localizar pontos no plano, jogar batalha naval ou até mesmo utilizar o GPS!

Ainda assim, Descartes não desenvolveu completamente o método analítico como conhecemos hoje. Esta foi uma tarefa para Leibniz (1646-1716), que utilizou pela primeira vez palavras como coordenadas, abscissas e ordenadas.

Além de Descartes, Fermat, conhecido como o maior matemático do século XVII, apesar de não se ocupar, principalmente, da matemática em si, fez grandes contribuições para esta área de estudos. Na época, Fermat trabalhava independente de Descartes. A diferença entre os dois era que Descartes partia do lugar geométrico e chegava sua equação, enquanto que Fermat pensava de forma recíproca. Essa maneira de pensar a álgebra geometricamente e a geometria algebricamente é o princípio fundamental da Geometria Analítica, que busca, justamente, fazer uma ponte entre a Álgebra e a Geo-metria. Por isso, muitos estudiosos acreditam que a Geometria Analítica foi um dos maiores avanços na Matemática até os dias de hoje!

Após essa leitura, explicarei que a distância AB entre dois pontos  $A(x_A, y_A)$  e  $B(x_B, y_B)$  é dada por:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Em seguida resolverei os seguintes exercícios:

1) Sendo  $A(-4,1)$  e  $B(6,-2)$  calcular o comprimento do segmento AB.

2) Determinar o ponto P, pertencente ao eixo  $O_x$ , que dista 6 unidades do ponto  $Q(5,3)$ .

E serão propostos os seguintes:

1) Calcule a distância entre os pontos A e B em cada um dos seguintes casos:

a)  $A(3,7)$  e  $B(9,14)$

b)  $A(-2,5)$  e  $B(4,13)$

c)  $A(-2,4)$  e  $B(1,-1)$

2) Para a próxima aula, pesquise a importância da Geometria Analítica em nosso cotidiano e traga outros exemplos de aplicações práticas.

**2º encontro:** Neste momento, explicarei a fórmula do ponto médio e resolverei outros exercícios como exemplo. Em seguida, os alunos deverão resolver a seguinte questão:

Para estudar o movimento de um astro que se desloca com velocidade constante em trajetória retilínea, um astrônomo fixou um plano cartesiano, contendo essa trajetória, e adotou nos eixos coordenados uma unidade conveniente para grandes distâncias. Em certo momento, o cientista observou que o astro estava no ponto  $A(3,6)$  e quatro minutos depois, estava no ponto  $B(5,8)$ .

- a) Qual era a posição do astro, dois minutos após a passagem pelo ponto A?
- b) Qual era a posição do astro, um minuto após a passagem pelo ponto A?

**3º encontro:** Será proposta uma lista de exercícios envolvendo o cálculo da distância entre dois pontos e do ponto médio.

Durante as três aulas, a metodologia adotada será a de levar em conta a bagagem do cotidiano do aluno com o intuito de motivar o aprendizado. Além disso, em todo momento, eu professora não serei apenas uma “expositora de conteúdos”, mas sim uma ponte para que os alunos troquem informações discutindo entre si e

comigo também para que em conjunto construam um conhecimento melhor elaborado.

**Descritores associados:**

H16 - Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano.

**Material necessário:** Folha com explicação do conteúdo, lista com atividades e quadro.

**Avaliação:** Se dará ao longo de todas as aulas sempre observando o interesse e participação dos alunos e também com uma prova específica onde serão cobradas questões semelhantes às trabalhadas em sala sempre abordando os descritores citados anteriormente.

**Bibliografia:**

Paiva, Manoel. *Matemática*. São Paulo: Moderna, 2009.