FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ

Colégio: COLÉGIO ESTADUAL EDMUNDO BITENCOURD

Professor: VALTER FERNANDES COSTA

Matrículas: 09149162

Série: 3º ANO – ENSINO MÉDIO

Tutor: EDESON DOS ANJOS SILVA

AVALIAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DO PLANO DE TRABALHO 2 – DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS.

Pontos Positivos:

Pode-se concluir que houve êxito no que diz respeito a elaboração do plano de trabalho. Os alunos compreenderam bem as propostas ali sugeridas. E não tiveram dificuldade nas tarefas.

Foi perceptível que a implementação de exemplos claros e objetivos, seguidos de exercícios de fixação, lograram sucesso. A contribuição de tarefas introdutórias facilitaram a assimilação e acomodação dos conteúdos correlacionados.

O plano de trabalho 2 que versou sobre Distância entre Pontos, teve como foco: O conhecimento do plano cartesiano e o cálculo da distância entre esses dois pontos.

Os alunos não tiveram dificuldade, visto que o conhecimento de plano cartesiano já era assunto já estudado da maioria dos alunos. O novo assunto de distância entre dois ponto teve também facil aprendizagem, já que a menção ao teorema de Pitágoras foi um fator de facilitação desse conteúdo.

Pontos Negativos:

Não houve grandes problemas nesses dois assuntos. Visto o conhecimento prévio do plano cartesiano e do Teorema de Pitágoras, nesse caso esses conhecimentos já vistos foram grande facilitadores. O maior problema foi o ritmo acelerado para fazer as atividades, que acabou por prejudicar uma maior fixação e o trabalho com questões mais desafiadoras.

Impressão dos Alunos:

A impressão foi bem positiva por parte dos alunos.

Alterações e Melhoras a Serem Implementadas:

Uso de roteiros de atividades torna as aulas mais interessantes. Sempre o maior problema é a logística para se efetuar essas aulas. No caso das atividades envolvendo Plano Cartesiano e Distância entre dois Pontos, foram feitas atividades em sala de aula, também não demandaram muito esforço, facilitando sua implementação.

Mas faltou mais exercícios de aprofundamento e desafios para os alunos. Talvez um ponto para ser melhorado.

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ

Colégio: COLÉGIO ESTADUAL EDMUNDO BITENCOURD

Professor: VALTER FERNANDES COSTA

Matrículas: 09149162

Série: 3º ANO – ENSINO MÉDIO

Tutor: EDESON DOS ANJOS SILVA

PLANO DE TRABALHO SOBRE DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS.

INTRODUÇÃO

Esse plano de trabalho tem por objetivo fazer uma introdução ao plano cartesiano e distância entre dois pontos, de tal forma a mostrar também aplicabilidade. Para isso será feito uma pequena abordagem histórica sobre o plano cartesiano. Em seguida uma aplicação será feita para mostrar a importância do plano cartesiano. Após esse momento será desenvolvida também uma atividades com o objetivo de facilitar o estudo da distância entre dois pontos.

Para melhor entendimento e motivação, será utilizada essa estratégia de uso de leituras histórica e atividades ilustrativas.

A previsão será de 6 aulas de 50 minutos para se transmitir os conteúdos e 2 aulas de 50 minutos para a avaliação. No caso existirá a necessidade de prática com potências, soma algébrica e representação no plano cartesiano, além de conhecimento com o Teorema de Pitágoras, para o entendimento geométrico de distância entre dois pontos.

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 1:

- **HABILIDADE RELACIONADA:** , A partir do problema de localização de um bairro da cidade de Teresópolis, mostrar a necessidade de um sistema geométrico de localização.

- **PRÉ-REQUISITOS:** Conhecimento de uso de mapa e plano cartesiano.

- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.

- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Mapa, textos históricos, livro didático e exemplos suplementares.

- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Grupos de até três alunos.

- **OBJETIVOS:** Saber localizar e achar pontos no plano cartesiano.

- **METODOLOGIA ADOTADA:**

Começar o curso com um texto sobre a história da Geometria Analítica.

SURGIMENTO DA GEOMETRIA ANALÍTICA

A Geometria, como ciência dedutiva, foi criada pelos gregos. Mas, apesa do seu brilhantismo faltava operacionalidade à geometria grega. E isto só iria ser conseguido mediante a Álgebra como princípio unificador. Os gregos, porém, não eram muito bons em álgebra. Mais do que isso, somente no século XVII a álgebra estaria razoavelmente aparelhada para uma fusão criativa com a geometria.

Ocorre porém que o fato de haver condições para uma descoberta não exclui o toque de genialidade de alguém. E no caso da geometria analítica, fruto dessa fusão, o mérito não foi de uma só pessoa. Dois franceses, Pierre de Fermat (1601-1665) e René Descartes (1596-1650), curiosamente ambos graduados em Direito, nenhum deles matemático profissional, são os responsáveis por esse grande avanço científico: o primeiro movido basicamente por seu grande amor, a matemática e o segundo por razões filosóficas. E, diga-se de passagem, não trabalharam juntos: a geometria analítica é um dos muitos casos, em ciência, de descobertas simultâneas e independentes.

Se o bem-sucedido Pierre de Fermat zeloso e competente conselheiro junto ao Parlamento de Toulouse, dedicava muitas de suas melhores horas de lazer à matemática, certamente não era porque faltasse, alguém em sua posição, outras maneiras de preencher o tempo disponível. Na verdade Fermat simplesmente não conseguia fugia à sua verdadeira vocação e, apesar de praticar matemática como hobby, nenhum de seus contemporâneos contribuiu tanto para o avanço desta ciência quanto ele. Além da geometria analítica, Fermat teve papel fundamental na criação do Cálculo Diferencial, do Cálculo de Probabilidades e, especialmente, da teoria dos números, ramo da matemática que estuda as propriedades dos números inteiros.

A contribuição de Fermat à geometria analítica encontra-se num pequeno texto intitulado Introdução aos Lugares Planos e Sólidos e data no máximo, de 1636 mais que só foi publicado em 1679, postumamente, junto com sua obra completa. É que fermat, bastante modesto, era avesso a publicar seus trabalhos. Disso resulta, em parte, o fato de Descartes comumente ser mais lembrado como criador da Geometria Analítica.

O interesse de Descartes pela matemática surgiu cedo, no “College de la Fleche”, escola do mais alto padrão, dirigida por jesuítas, na qual ingressará aos oito anos de idade. Mas por uma razão muito especial e que já revelava seus pendores filosóficos: a certeza que as demonstrações ou justificativas matemáticas proporcionam. Aos vinte e um anos de idade, depois de freqüentar rodas matemáticas em Paris (além de outras) já graduado em Direito, ingressa voluntariamente na carreira das armas, uma das poucas opções “dignas” que se ofereciam a um jovem como ele, oriundo da nobreza menor da França. Durante os quase nove anos que serviu em vários exércitos, não se sabe de nenhuma proeza militar realizada por Descartes. É que as batalhas que ocupavam seus pensamentos e seus sonhos travavam-se no campo da ciência e da filosofia.

A Geometria Analítica de Descartes apareceu em 1637 no pequeno texto chamado A Geometria como um dos três apêndices do Discurso do método, obra considerada o marco inicial da filosofia moderna. Nela, em resumo, Descartes defende o método matemático como modelo para a aquisição de conhecimentos em todos os campos.

A Geometria Analítica, como é hoje, pouco se assemelha às contribuições deixadas por Fermat e Descartes. Inclusive sua marca mais característica, um par de eixos ortogonais, não usada por nenhum deles. Mais, cada um a seu modo, sabiam que a idéia central era associar equações a curvas e superfícies. Neste particular, Fermat foi mais feliz. Descartes superou Fermat na notação algébrica.

HYGINO H. DOMINGUES

Após desenvolver atividade usando um mapa para localizar o bairro de São Pedro na cidade de Teresópolis, despertando para a necessidade do uso de um sistema geométrico.

http://www.portaltere.com/mapageral.htm, acessado em 16/09/2012.

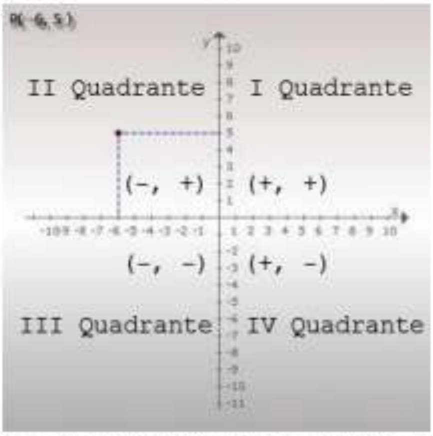
A partir do mapa será pedido que o aluno ache a Rua Manoel Carreiro de Mello.

O aluno observará a dificuldade em achar a rua do bairro. Com isso será proposto o uso das coordenadas do retângulo onde se encontra a rua no bairro, logo são necessárias duas informações. Também se pode falar sobre a questão do lugar no cinema, onde precisamos saber sobre a fila e a coluna onde está o assento.

Representação de Pontos no Plano Cartesiano

A representação de pontos neste plano é feita através de **pares ordenados**, onde o primeiro número se refere à **abscissa** e o segundo a **ordenada**.
O ponto $\mathbf{P_1(-1,\ 9)}$ tem abscissa **-1** e ordenada **9**, no qual o símbolo **(-1, 9)** representa um **par ordenado**. O ponto $\mathbf{P_2(-2,\ -3)}$ tem abscissa **-2** e ordenada **-3**. É importante frisarmos que os

pontos $\mathbf{P_1}$ e $\mathbf{P_2}$ são pontos distintos, pois **em um par ordenado a ordem dos números é relevante**.



Ao ponto localizado no cruzamento de ambos os eixos damos o nome de **origem do sistema de coordenadas cartesianas**, representado por **O(0, 0)**.

Quadrantes do Plano Cartesiano

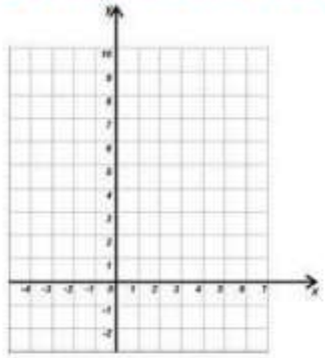
Vemos nesta figura que o **eixo x** e o **eixo y** dividem o plano em quatro regiões. A região do canto superior direito é o **primeiro quadrante**, a região à sua esquerda, do outro lado do **eixo y** é o **segundo quadrante**. Abaixo deste temos o **terceiro quadrante** e à sua direita, ou seja, abaixo do primeiro temos o **quarto quadrante**.
Os quadrantes são dispostos em sentido anti-horário.

Sinal da Abscissa e da Ordenada de um Ponto

Todos os pontos no primeiro quadrante possuem abscissa e ordenada positivas. Exemplo: $\mathbf{P_1(1,\ 6)}$.
No segundo quadrantes todos os pontos possuem abscissa negativa e ordenada positiva. Exemplo: $\mathbf{P_2(-11,\ 1)}$.
Todos os pontos no terceiro quadrante possuem abscissa e ordenada negativas. Exemplo: $\mathbf{P_3(-4,\ -5)}$.
No quarto quadrante todos os pontos possuem abscissa positiva e ordenada negativa. Exemplo: $\mathbf{P_2(-8,\ -3)}$.

Exercícios:

Localize os Pontos:



- **P(6, 5)**
- **Origem do sistema**
- **P(3, -10)**
- **P(0, -7)**
- **P(-5, -3)**

Em Quais Quadrantes se Encontram os Pontos?

- P(-3, 3)
- P(7, -3)
- P(5, -3)
- P(1, -1)
- P(0, 0)
- P(-1, 1)
- P(0, -9)

ATIVIDADE 2

- **HABILIDADE 2: H16:** Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano.

- **<u>PRÉ-REQUISITO:</u>** Conhecimento de plano cartesiano.
- **<u>TEMPO DE DURAÇÃO:</u>** 100 minutos.
- **<u>RECURSO EDUCACIONAIS UTILIZADOS:</u>** Livro didático, exemplos suplementares e papel quadriculado.

  <u>ORGANIZAÇÃO DA TURMA:</u> Grupo de no máximo 3 alunos.
- **<u>OBJETIVOS:</u>** Saber resolver problemas que envolvam distância entre dois pontos. Entender o conceito geométrico.
- **<u>METODOLOGIA ADOTADA:</u>**

Fazer a introdução prática do conceito de Distância entre dois Pontos. Par isso será feita uma tarefa usando papel quadriculado em formato PDF por padrão, que pode ser baixado da internet.

<u>ATIVIDADE Relacionada 1:</u>

Antes de iniciar a atividade, peça para que os alunos desenhem os eixos coordenados que deverão estar localizados na parte central da folha (horizontal e verticalmente)

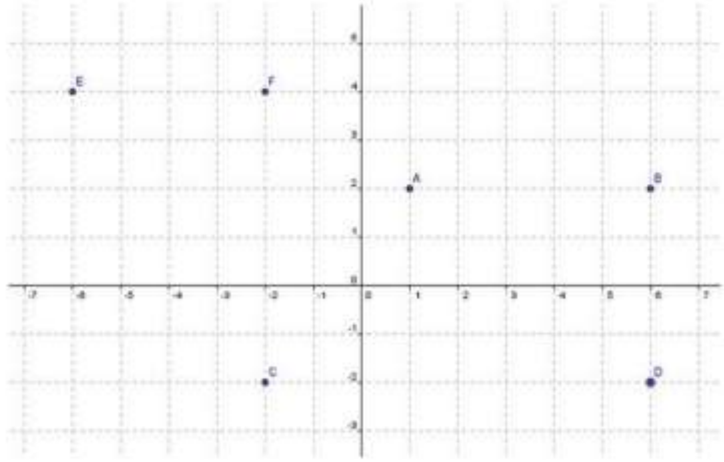


Figura 1

Ponto	Coordenada
A	(,)
B	(,)
Tabela 1	

Ponto	Coordenada
C	(,)
D	(,)
Tabela 2	

Ponto	Coordenada
E	(,)
F	(,)
Tabela 3	

Os valores esperados são:

Ponto	Coordenada
A	(1, 2)
B	(6, 2)
Tabela 1	

Ponto	Coordenada
C	(-2, -2)
D	(6 ,-2)
Tabela 2	

Ponto	Coordenada
E	(-6,4)
F	(-2,4)
Tabela 3	

2. Considerando como unidade de medida o tamanho do quadrado da malha; determine a distância entre os pares de pontos: A e B C e D, E e F, C e F, D e B. Isto é, calcule o comprimento CF e DB, mostrados nas Figuras 2 e 3. Complete as Tabelas 4 e 5 para organizar as informações.

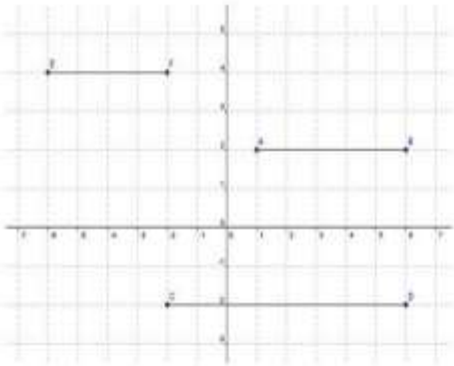


Figura 2

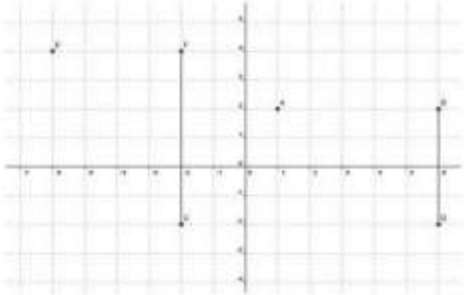


Figura 3

Segmento	Medida
AB	5
CD	
EF	
Tabela 4	

Segmento	Medida
DB	
CF	
Tabela 5	

3. Para encontrar as distâncias pedidas no item 2, você deve ter contado o número de quadrados existentes entre os pontos, pois a medida dos lados de cada quadrado da malha apresenta comprimento unitário. Esse procedimento pode ser confirmado algebricamente, fazendo apenas a diferença entre os valores das coordenadas que apresenta valores diferentes. Verifique esse fato e complete as Tabelas 7, 8, 9 e 10, seguindo o exemplo mostrado na Tabela 6, onde d(A, B) representa a distância entre os pontos A e B (o comprimento do segmento AB).

Ponto	Coord.
A	(1,2)
B	(6,2)
d(A, B) = 6 - 1 = 5	
Tabela 6	

Ponto	Coord.
C	(,)
D	(,)
D(C, D) =	
Tabela 7	

Ponto	Coord.
E	(,)
F	(,)
D(E, F) =	
Tabela 8	

Ponto	Coord.
C	(,)
F	(,)
D(C, F) =	
Tabela 9	

Ponto	Coord.
B	(,)
D	(,)
D(B, D) =	
Tabela 10	

Neste último exercício do item 3, para manter o sinal positivo no valor da distância, foi necessário manter uma ordem na subtração. Dessa forma, as coordenadas dos pontos que se encontram à direita devem ser subtraídas das coordenadas dos pontos.

que se encontram à esquerda, assim como, as coordenadas dos pontos que se encontravam na parte superior devem ser subtraídas das coordenadas dos pontos que se encontram na parte inferior. Para simplificar esse procedimento, basta tomar apenas o

módulo da diferença das coordenadas de valores diferentes. Veja o exemplo:

$d(A, B) = | 6 - 1 | =| 1 - 6 | = 5$

No exercício do item 3, é importante chamar a atenção para o fato de estarmos calculando medidas. Por isso, precisamos de valores positivos .Nesse sentido, utilizar o módulo é muito apropriado. Os valores esperados são:

Ponto	Coord.
A	(1,2)
B	(6,2)
d(A, B) = 6 - 1 = 5	
Tabela 6	

Ponto	Coord.
C	(-2,2)
D	(6,2)
D(C, D)= 6 -(-2)= 8	
Tabela 7	

Ponto	Coord.
E	(-6,4)
F	(-2,4)
D(E, F)= 6 -(-2)= 8	
Tabela 8	

Ponto	Coord.
C	(-2,-2)
F	(-2,4)
D(C, F)= 4 -(-2)= 6	
Tabela 9	

Ponto	Coord.
B	(6,2)
D	(6,-2)
D(B, D)= 2 -(-2)= 4	
Tabela 10	

5. Na Tabela 11, você deve escrever uma equação que permita determinar a distância entre dois pontos que possuem a mesma abscissa. Na Tabela 12, por sua vez, você deve escrever uma equação que permita calcular a distância entre dois pontos que possuem a mesma ordenada. Lembre-se: o módulo é importante, pois estamos tratando de medida.

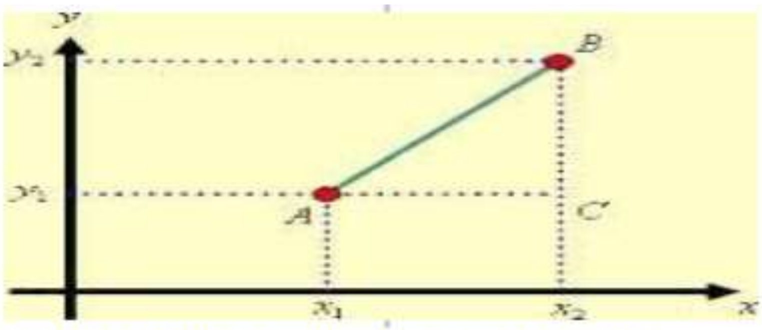
Ponto	Coordenada
M	(x_1, y_1)
N	(x_1, y_2)
d(M, N) = | |	
Tabela 11	

Ponto	Coordenada
P	(x_1, y_1)
Q	(x_2, y_1)
d(P, Q) = | |	
Tabela 12	

Neste momento, esperamos que os alunos cheguem a:

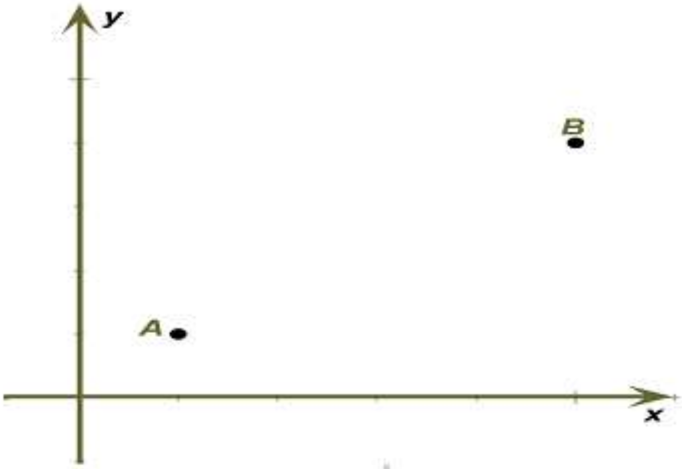
$d(M, N) = |y_1 - y_2|$ e $d(P, Q) = |x_1 - x_2|$

Vamos passar agora para a formalização da distância entre dois pontos usando o Teorema de Pitágoras.



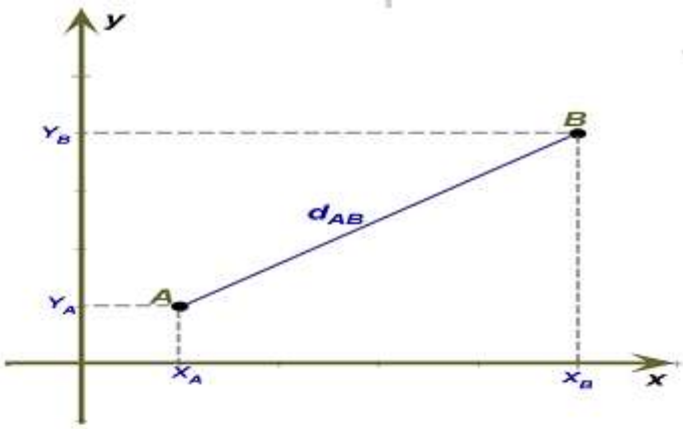
http://www.brasilescola.com/matematica/distancia-entre-dois-pontos.htm, acessado em 18/09/2012.

Um dos conceitos básicos que vimos na geometria é que a menor distância entre dois pontos é dada por uma reta, contudo, na geometria analítica esses pontos recebem coordenadas no plano cartesiano e por meio dessas coordenadas podemos encontrar o valor da distância entre dois pontos.



http://www.brasilescola.com/matematica/distancia-entre-dois-pontos.htm, acessado em 18/09/2012.

Temos que a distância entre os pontos A e B será a medida do segmento que tem os dois pontos como extremidade.



http://www.brasilescola.com/matematica/distancia-entre-dois-pontos.htm, acessado em 18/09/2012.

Podemos construir um triângulo retângulo utilizando os pontos A e B, pois os eixos coordenados são ortogonais.

Por se tratar de um triângulo retângulo, podemos aplicar o teorema de Pitágoras, no qual teremos:

$$d_{AB}^2 = AO^2 + BO^2$$

Entretanto, temos:

$$AO = x_B - x_A \text{ e } BO = y_B - y_A$$

Portanto, a expressão fica da seguinte forma:

$$d_{AB}^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

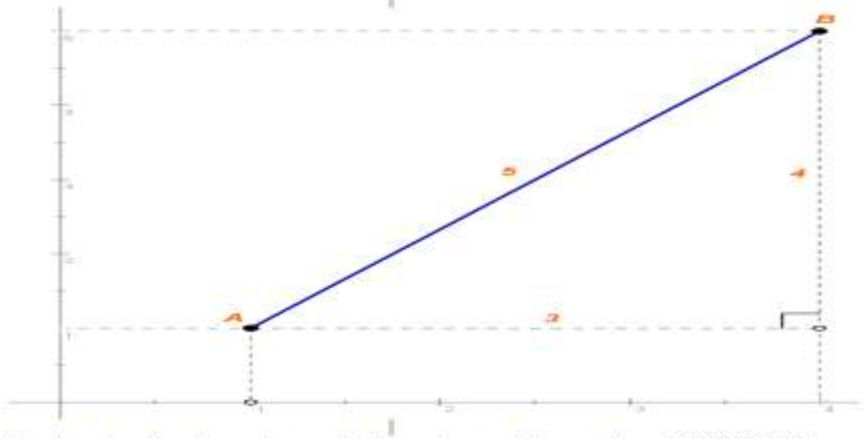
E por fim:

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

EXERCÍCIOS:

1. Calcule a distância entre os pontos: A (4,5) e B(1,1) e represente-os geometricamente.

$$d_{AB} = \sqrt{(4-1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5 \text{ unidades de medida}$$



http://www.brasilescola.com/matematica/distancia-entre-dois-pontos.htm, ACESSADO EM 18/09/2012

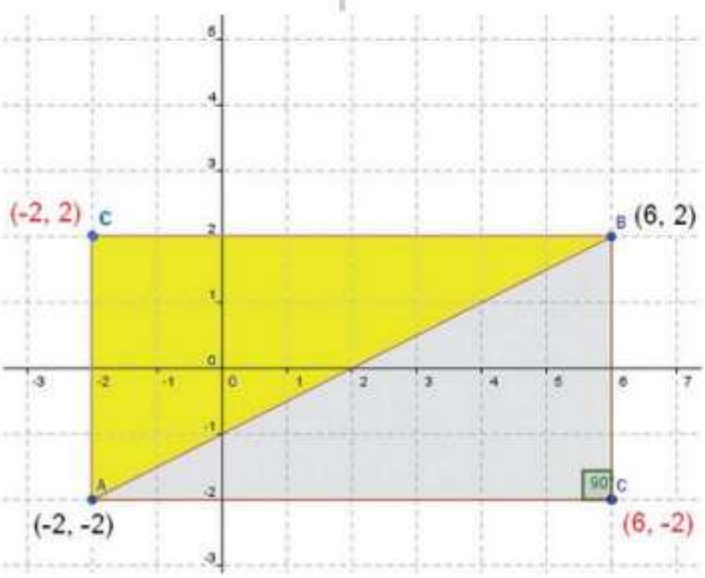
ATIVIDADE RELACIOANDA 2:

1. Utilizando um papel quadriculado com os eixos coordenados desenhados, identifique e marque os pontos A(3,-8), B(-5, -2), E(7, 10) e D(4,5).

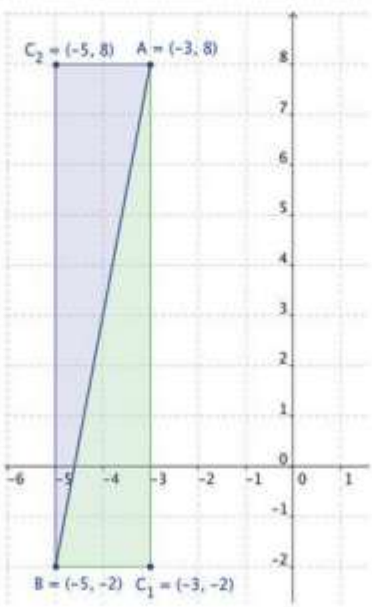
2. Ligue os pontos A e B através de um segmento de reta. Faça o mesmo para os pontos D e E.

3. Feito isso, desenhe dois triângulos retângulos cujas hipotenusas são definidas pelos segmentos AB e DE, com catetos paralelos aos eixos coordenados. Em seguida, marque os pontos C e F os quais completam o terceiro vértice em cada um dos triângulos desenhados.

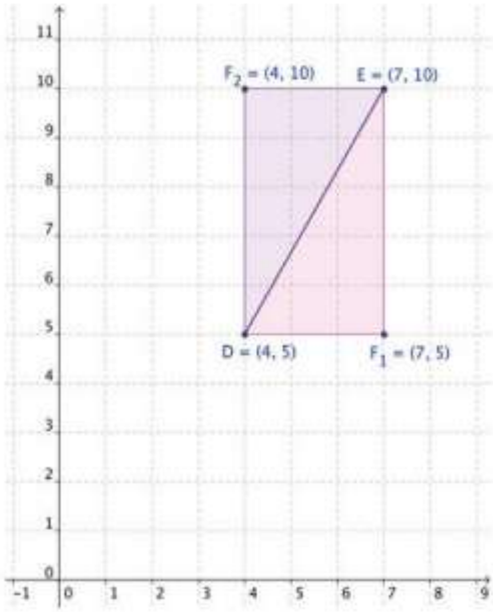
Professor, neste momento, é importante comentar com os alunos que é sempre possível construir dois triângulos retângulos com as possível construir dois triângulos retângulos com as características exigidas nos itens 1, 2 e 3. Como o exemplo abaixo:



Com os dados fornecidos nos itens 1, 2 e 3, os alunos devem chegar aos seguintes triângulos:



Triângulo 1



Triângulo 2

ATIVIDADE 3: Questões do Saerjinho

- **HABILIDADE RELACIONADA:**

H89: Determinar a distância entre dois pontos dados no plano cartesiano.

PRÉ-REQUISITO: Saber determinar a distância entre dois pontos.

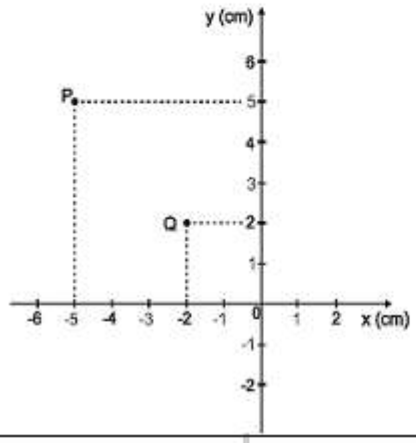
- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 Minutos.
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Folhas de atividades.

- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Grupos no máximo de 2 alunos.
- **OBJETIVOS:** Revisão e fixação em atividade em grupo com avaliação externa aplicada anteriormente (Saerjinho).
- **METODOLOGIA ADOTADA:**

Utilização de questões versando sobre distância entre dois pontos.

Exemplo do item H89:

(M120484B1) Observe os pontos P e Q no plano cartesiano abaixo.



A distância entre esses dois pontos é

A) 3 cm

B) $\sqrt{12}$ cm

C) $\sqrt{18}$ cm

D) 9 cm

E) 18 cm

A resposta correta é letra C

(M11268SI) Qual é a distancia entre os pontos M = (2, 4) e N = (5, 7) ?

A) 3

B) $3\sqrt{2}$

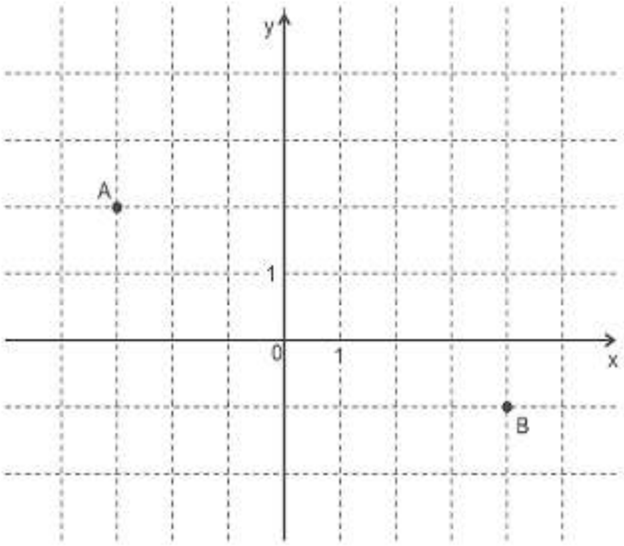
C) $\sqrt{170}$

D) 18

E) 170

A resposta correta é letra B

(M113455I) Observe o plano cartesiano abaixo onde estão marcados os pontos A e B.



A distância entre os pontos A e B é aproximadamente

A) $\sqrt{5}$

B) 3

C) 8

D) $\sqrt{73}$

E) 11

A resposta correta é letra C

AVALIAÇÃO

A avaliação nesse caso serve para poder se saber o quanto se avançou, ou não, na assimilação desses conceitos, básicos, em números complexos. O principal objetivo é apenas, apresentar plano cartesiano sua importância e a distância entre dois pontos. A avaliação será feito com uma carga horária de 100 minutos e será individual, seguindo a risca os exemplos dados. Os alunos serão medidos, na capacidade de trabalhar com o plano cartesiano e resolver questões envolvendo distância entre dois pontos.

REFERÊNCIAS BIBILOGRÁFICAS

Roteiro de Atividades 1 do Campo Conceitual de Geometria Analítica do curso de formação continuada seeduc – Setembro de 2012.

Matemática: ciência e aplicação, 3 : ensino médio/ Gelson Iezzi...[ET al.]. – 6. Ed. – São Paulo : Saraiva, 2010.

Endereços Eletrônicos acessados entre 15/09/2012 e 18/09/2012:

http://www.portaltere.com/mapageral.htm

http://www.matematicadidatica.com.br/PlanoCartesiano.aspx

http://www.brasilescola.com/matematica/distancia-entre-dois-pontos.htm

http://www.saerj.caedufjf.net/saerj/