AVALIAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DO PLANO DE TRABALHO 2

O presente trabalho foi implementado pela Profª. Vandete Freire de Souza no C. E. Rui Guimarães de Almeida- Santo Antônio de Pádua/RJ na turma 3002 – 3ª série do Ensino Médio com a participação de aproximadamente 30 alunos.

Pude observar que os alunos participaram com bastante interesse das atividades tendo mais pontos positivos do que negativos, fato comprovado pela motivação dos alunos durante a realização das tarefasa.

Considero como ponto positivo: o conteúdo foi ministrado de forma tranquila e os alunos compreenderam sem muitos problemas que interferissem para o sucesso da aprendizagem.

Como inconveniente, pude constatar que vários alunos ainda apresentam dificuldades para lidar com números com sinais, tal fato compromete a conclusão de certas atividades que com uma troca de sinal geram uma resposta errada.

Penso que posso organizar atividades envolvendo outros assuntos dentro do tema para serem trabalhadas, com o auxílio do computador, no entanto trabalhar com um número reduzido de máquinas funcionando em perfeitas condições fica inviável para se alcançar a aprendizagem desejada; alguns softwares não rodam com facilidade nos nossos computadores. Quando a escola contava com um técnico para nos auxiliar tudo era feito com mais facilidades.

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ
COLÉGIO: C. E. Rui Guimarães de Almeida – Santo Antônio de Pádua/RJ
PROFESSOR: Vandete Freire de Souza
MATRÍCULA: 245752.1/194815.7
SÉRIE: 3ª Série do Ensino Médio
TUTOR A: Edna Rosa de Vetromille

PLANO DE TRABALHO SOBRE GEOMETRIA ANALÍTICA

Vandete Freire de Souza
vandetefreire@gmail.com

INTRODUÇÃO

Neste plano de trabalho foram explorados conteúdos sobre Geometria Analítica Plana ministrados no 3º bimestre, tendo como inspiração os roteiros 1 e 2. Foram realizadas atividades que possibilitaram aos alunos conhecer de forma simples e clara os conteúdos requisitados pelo currículo mínimo do Estado.

Foi realizada uma pequena discussão inicial instigada pela famosa frase “Penso, logo existo” do filósofo, matemático e físico francês René Descartes (1596-1650), considerado o criador da chamada Geometria Analítica.

Também, foram feitos comentários para que os alunos ficassem informados de que a Geometria Analítica estuda curvas e figuras através de suas equações e analisa as equações através de seus gráficos. Ressaltando dessa forma que o que ocorre é uma integração da Álgebra com a Geometria. Aproveitando para mostrar que René Descartes para fazer tal estudo idealizou um sistema de coordenadas, chamado sistema cartesiano.

Além disso, foi reforçado que o princípio fundamental da Geometria Analítica é: num referencial cartesiano plano, os pontos associados a pares ordenados de números reais que satisfazem a uma equação de duas variáveis, em geral descrevem uma curva.

OBJETIVOS

- Identificar as coordenadas de um ponto e conhecer sua interpretação geométrica.
- Relembrar os conceitos sobre o ângulo de inclinação definido por uma reta.
- Compreender o significado dos coeficientes da equação de uma reta.
- Determinar a equação que permite calcular a distância entre dois pontos, conhecendo as suas coordenadas.
- Verificar a relação existente entre o coeficiente angular e o ângulo de inclinação.

METODOLOGIA

Os temas centrais deste projeto são a compreensão dos conhecimentos relacionados com Geometria Analítica Plana. Foram desenvolvidas várias atividades que possibilitaram o entendimento dos conceitos relativos ao conteúdo citado.

Habilidades relacionadas

- Resolver problemas utilizando o cálculo da distância entre dois pontos.
- Identificar e determinar as equações geral e reduzida de uma reta.
- Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.

Pré-requisitos:

- Identificar um ponto no plano através de suas coordenadas.
- Teorema de Pitágoras
- Módulo de um número real.
- Conhecer a definição da razão trigonométrica tangente e saber calcular essa razão em triângulos retângulos.

Tempo de Duração: 8 horas-aula

Organização da turma:

A atividade foi desenvolvida com os alunos organizados em grupos de 4 componentes.

1) Os alunos eram divididos em grupos.
2) Cada grupo recebeu uma folha com as atividades sugeridas.
3) De acordo com a orientação da professora realizaram as atividades e responderam aos questionamentos feitos.

1ª Atividade – Relembrando ou conhecendo o traçado de algumas curvas através da visualização de seu gráfico

Utilizando um software (winplot ou geogebra) construa o gráfico das seguintes curvas.

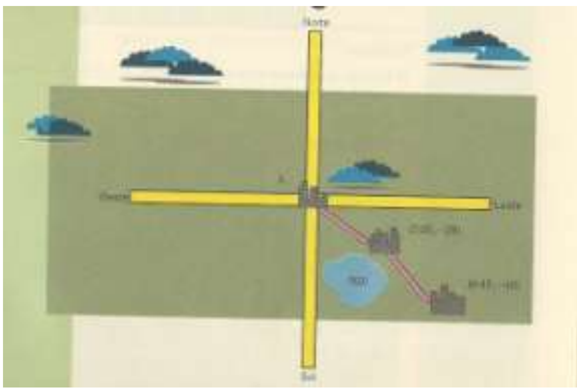
a) $2x - y + 1 = 0$
b) $y = x^2 - 5x + 6$
c) $y = ½ x$
d) $y = /x/$
e) y = sem x
f) $y = \cos x$
g) y = tg x
h) $y = 2^x$
i) $x^2 + y^2 = 16$

2ª Atividade – O referencial cartesiano ortogonal no plano

Utilizando papel quadriculado faça o que se pede.

a) Escolha um ponto O (origem) e fixe dois eixos, perpendiculares entre si no ponto O.
b) Localize os pontos A=(2,3), B=(-2,-3) , C=(-1,4) e D=(3,-5) identificando o quadrante em estão localizados.
c) Localize os pontos E=(0,5), F=(0,-4), G=(2,0) e H=(-1,0) . O que podemos concluir sobre a localização desses pontos?
d) Localize I= (3,-3), J=(-2,2), K=(1,1) e L=(-6,-6). O que podemos observar sobre a localização desses pontos?
e) Desenhe outros sistema cartesiano ortogonal, localize o ponto P=(4,3). Encontre o ponto P_1, simétrico de P em relação ao eixo x. Encontre o ponto P_2, simétrico de P em relação ao eixo y. Encontre o ponto P_3, simétrico de P em relação à origem.

3ª Atividade – Estudando a Geometria através da Álgebra

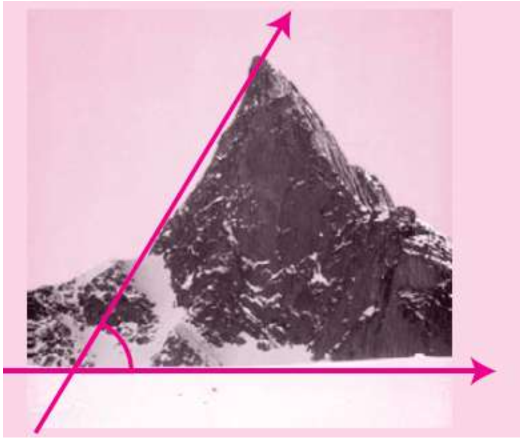


Uma ferrovia será construída para ligar a cidade A à cidade B, que está a 40 km ao sul de A. Mas existe um lago na planície onde estão A e B, que impede a construção da ferrovia em linha reta. Para contornar o lago, a estrada de ferro deverá ser feita em dois trechos, passando pela cidade C, que está a 35 km a leste e 28 km ao sul de A. Qual será o comprimento do trecho CB?

Problemas como esse exigem a aplicação de uma fórmula que permite calcular a distância entre dois pontos.

- Será demonstrada a fórmula para calcular a distância entre dois pontos no plano para poder resolver o problema.

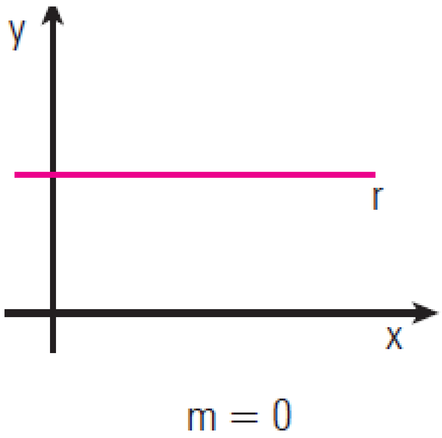
4ª Atividade – O conceito de coeficiente angular



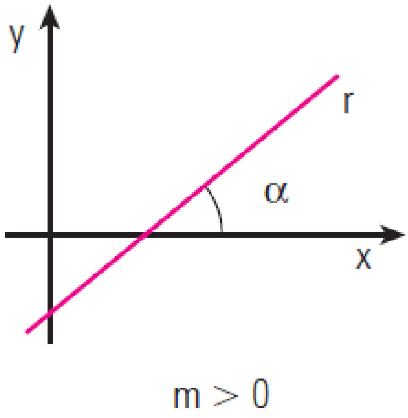
Qual será a inclinação da montanha? Ela será dada pela tangente do ângulo formado pelo solo e a montanha.
Quando olhamos uma montanha, observamos que podemos aplicar a definição de coeficiente angular.

I – Inclinação de uma reta

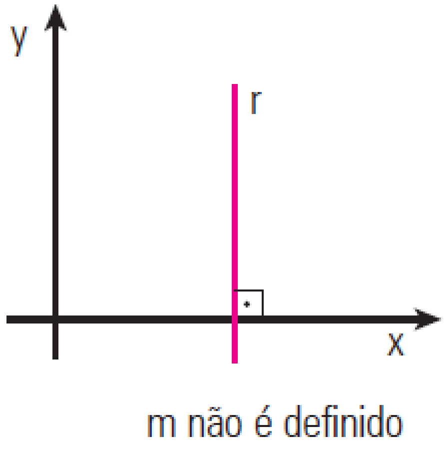
Consideremos P o ponto de interseção de uma reta r com o eixo x. A inclinação da reta r é dada pela medida do menor ângulo de que deve girar o eixo x em torno de P, no sentido anti-horário, de modo a coincidir com a reta r. Há 4 possibilidades para esse ângulo.

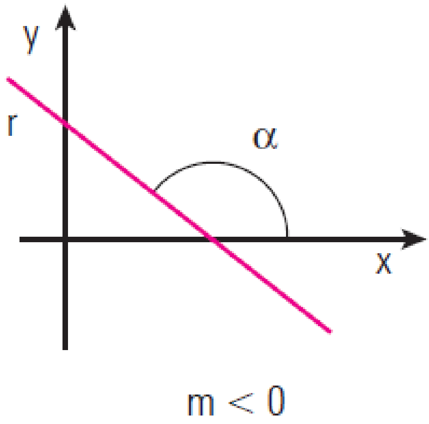


O ângulo formado mede 0º



O ângulo é agudo





O ângulo formado mede 90º **O ângulo é obtuso**

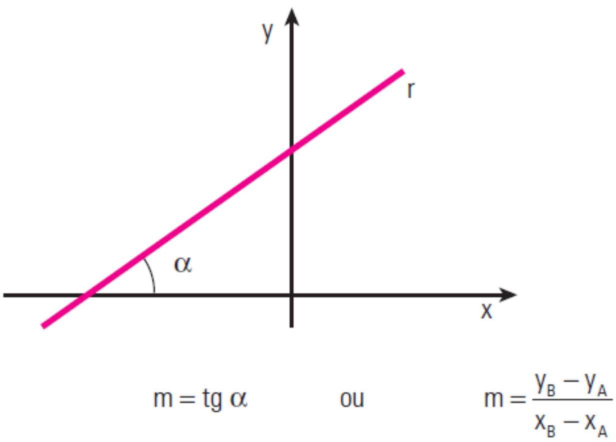
Assim, a inclinação de uma reta r, num referencial cartesiano ortogonal plano, é a medida α de um ângulo nas seguintes condições: $0º \leq \alpha < 180º$.

II- Coeficiente angular ou declividade de uma reta

Coeficiente angular ou declividade de uma reta é a tangente de sua inclinação α. Assim, observando os ângulos dados nas figuras acima, temos:

- tg 0º = 0 (coeficiente angular m = 0)
- tg 90º não existe (coeficiente angular m não é definido)
- tg α > 0 quando α é agudo (coeficiente angular m positivo)
- tg α < 0 quando α é obtuso (coeficiente angular m negativo)

Como calcular o coeficiente angular de uma reta?



Ex.: Determine o coeficiente angular da reta formada pelos pontos A=(-2,6) e B=(1,4).

5ª Atividade – Equações de uma reta

Algumas roupas são apropriadas para determinadas ocasiões. Na praia e no trabalho, por exemplo, os trajes são bem diferentes.
Podemos imaginar a mesma situação em Matemática. As equações de reta variam de acordo com as circunstâncias, embora a reta continue sendo a mesma.

I- Equação fundamental de uma reta não vertical

Um dos postulados de Geometria Plana é: "Por dois pontos distintos passa uma única reta". Portanto, basta conhecendo dois pontos de uma reta para encontrarmos sua equação.
Ex.: Obter a equação da reta que passa pelos pontos A=(2,3) e B=(4,7).

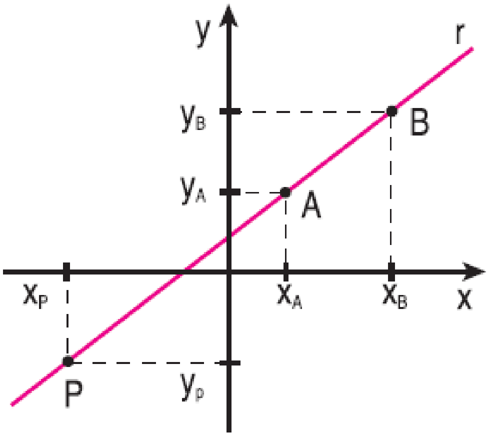
Vamos encontrar o coeficiente angular e utilizando um dos pontos podemos representar a equação da reta.

$$\mathbf{y - y_0 = m\,(x - x_0)}$$

II- Equação geral da reta

Toda equação de uma reta pode ser escrita na forma ax + by + c = 0, conhecida como equação geral da reta.

Ex.: Achar a equação geral da reta que passa pelos pontos A=(2,4) e B=(3,7).
Para calcular a equação geral podemos partir do cálculo do coeficiente angular m e da equação fundamental da reta ou usarmos o cálculo do determinante.



$$\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_P & y_P & 1 \end{vmatrix} = 0$$

III- Equação reduzida da reta

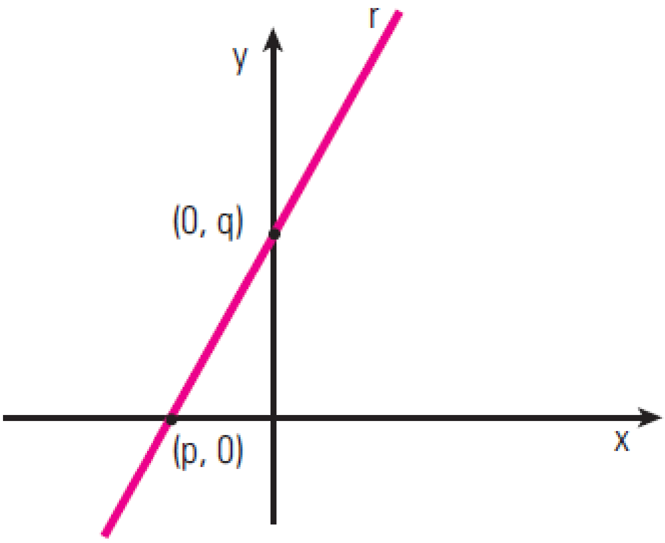
A equação de reta mais utilizada é a chamada equação reduzida da reta, que tem a forma $y = mx + n$. Ela deixa bem evidente o valor do coeficiente angular m e do coeficiente linear n, além de ser usada na linguagem de função : $y = f(x) = mx + n$. O coeficiente linear é a ordenada n do ponto em que a reta intersecta o eixo y. O coeficiente angular m é igual à tangente da inclinação da reta ($m = \text{tg}\ \alpha$)

$$y = mx + b \rightarrow \text{coeficiente linear}$$
$$\downarrow$$
$$\text{coeficiente angular}$$

Ex.: Obter o coeficiente angular e o coeficiente linear da reta de equação
$3x – 4y + 8 = 0$.

IV- Equação segmentária da reta

A equação segmentária da reta é dada pela fórmula $\frac{x}{p} + \frac{y}{p} = 1$, em que p é onde a reta corta o eixo x (p,0) e q é onde a reta corta o eixo y (0,q).



Ex.: Determine a equação segmentária da reta que passa pelos A=(-3,0) e B=(0,4).

6ª Atividade – Formalizando os conhecimentos adquiridos

1) Os alunos trabalharam individualmente.
2) Cada aluno fez o registro, em seu caderno, dos conhecimentos adquiridos durante as atividades em grupo, sob a orientação da professora e com sugestões de todos os colegas.

AVALIAÇÃO

Os alunos foram avaliados no decorrer das atividades levando em consideração os objetivos propostos.

Em aulas posteriores foi feita uma avaliação formalizada para saber se os conteúdos trabalhados foram consolidados, levando em conta, principalmente, os descritores:
H15- Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.

H16- Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano.

Questões Propostas

1. A equação da reta que passa pela origem e pelo ponto A (2, 5) é

a. y = 2x
b. y = 5x/2
c. y = x/2
d. y = x/5
e. y + x = 0

2. A reta que passa pelos pontos A (1, 2) e B (-1, 6) intersecta o eixo das abscissas no ponto

a. (1, 0)
b. (2, 0)
c. (0, 2)
d. (-2, 0)
e. (-1, 0)

3. A reta que passa pelos pontos A (2, -1) e B (3, 5) intersecta o eixo das ordenadas no ponto

a. (0, 17)
b. (0, -17)
c. (0, 13)
d. (0, -13)
e. (0, -31)

4. A reta que passa pela origem do sistema cartesiano e pelo ponto P (2, 3) é

a. $2x - 3y = 0$
b. $3x - 2y = 0$
c. $y = 2x$
d. $y = 3x$
e. $y = 2/3\ x$

5. Uma equação da reta que intersecta os eixos coordenados nos pontos (0, 3) e (-1, 0) é

a. $y = -3x$
b. $y = -3x + 3$
c. $y = -3x - 1$
d. $y = 3x + 3$
e. $y = x + 1$

6. Dados os pontos A (1, 1), B (3, 0) e C (-1, 2) podemos afirmar que

a. os pontos estão alinhados
b. os pontos formam um triângulo retângulo
c. os pontos formam um triângulo de área igual a 6
d. os pontos pertencem a uma reta de coeficientes angular -2
e. os pontos formam um triângulo isósceles.

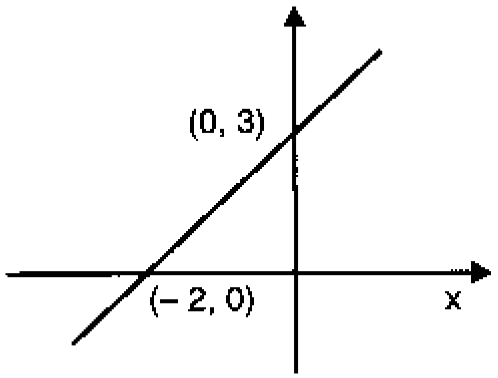
7. O valor de m para que a reta de equação $m.x + y - 2 = 0$ passe pelo ponto A (1, 8) é

a. 10
b. -10
c. 6
d. -6
e. -1/8

8. As retas $2x + 3y = 11$ e $x - 3y = 1$ passam pelo ponto (a, b). Então a + b vale

a. 4
b. 5
c. 6
d. -4
e. 3

9. Escreva a equação da reta da figura na forma segmentária, fundamental, geral e reduzida.



10. O ponto P(3k+6, - k+2) pertence à bissetriz dos quadrantes pares, pergunta-se
   a) Qual a ordenada do ponto P?
   b) Em que quadrante encontra-se o ponto P?
   c) Qual a distância do ponto P à origem?

11. Sejam os ponto A(-3, 1) e B(4, 3). A distância entre eles é
   a) 10
   b) $\sqrt{15}$
   c) $\sqrt{53}$
   d) 2
   e) 16

12. (UFRGS) A distância entre os pontos A(-2, y) e B(6, 7) é 10. O valor de y é
   a)-1
   b)0
   c)-1 ou 10
   d)2 ou 12
   e) NDA

13. Situe no mesmo sistema de eixos cartesianos os pontos A(3, 4), B(-2, 3), C(2, 0), D(0, -3), E($\frac{-3}{2}$, - 5), F(-1, 1) e G(2, -2).

14.A distância entre A(1, 3) e B(5, 6) é
   a)5
   b)10
   c)15
   d)20
   e)25

15.Sendo A(-5, 2) uma das extremidades do segmento de reta AB e M(-2, 4) o seu ponto médio, o ponto B vale

a) (1, 6)
b) (2, 12)
c) (-5, 4)
d) (-2, 2)
e) NDA

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática.** V. único. São Paulo: Ática, 2005.

IEZZI, Gelson. et all**. Fundamentos de Matemática Elementar : geometria analítica.**V. 7. São Paulo: Atual, 2005.

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo C. P.; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto. C. **A Matemática do Ensino Médio.** V 3. 9 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

SMOLE, Katia C.Stocco; DINIZ, Maria Ignez de S.Vieira . **Matemática Ensino Médio**. V. 3. 5 ed. São Paulo: Saraiva, 2005.