

## Avaliação da Execução do Plano de Trabalho 1

Professor: Carlos Alberto Lopes dos Santos de Oliveira.

Tema: Números Complexos.

Série de Atuação: 3º ano.

Cabe nessa avaliação apontar os resultados obtidos no plano de trabalho executado em minha turma, seus pontos positivos, negativos, e as eventuais mudanças que faria levando em conta as experiências vividas por mim e meus alunos.

### Aula 1 : Apresentação do conteúdo.

A primeira aula funcionou como esperado, uma vez que segui todo o plano estabelecido. Meus alunos a princípio, mostraram dificuldades por que é infeliz a realidade de que muitos deles não têm pré-requisitos para compreender os conceitos. Neste caso, por exemplo, teria melhor sucesso nesta aula o aluno que dominasse razoavelmente o método de resolução de Pitágoras e que estivesse familiarizado com a idéia das equações, pelo menos, na suas concepções mais básicas. No entanto, tive pontos positivos a respeito.

### Aula 2

Com a aula 2 tive melhores resultados, pelo menos no entendimento sobre o que estaríamos de enfrentar, ou melhor, de conhecer. O sonho complexo é um vídeo que usaria mais vezes em outras oportunidades. Chamo a atenção para a parte que trata da dualidade presente nas coisas a nossa volta. Realmente faz sentido.

### Aula 3

As operações com números complexos seguiram a ordem programada. Tive felizes resultados por que procurei construir devagar cada conceito, uma vez que para cada operação precisava do conhecimento prévio discutido. Usei muitos exercícios para fixar o conteúdo, e assim consegui um aproveitamento considerado bom. Volto a afirmar que alunos com falta de pré-requisitos, que no caso seriam, operações com monômios, polinômios, que de passagem muito se assemelham com as operações com complexos, tiveram mega dificuldade em compreender os conceitos. Alguns, infelizmente, não alcançaram o resultado esperado. Usei incansáveis exercícios de fixação.

### Aula 9

Com a forma polar do complexo não obtive muito sucesso. Os alunos em geral têm uma tamanha dificuldade em Geometria por razões aqui não relacionadas. Para entender por exemplo o conceito de módulo, consegui melhores resultados, uma vez que pude fazer referência ao triângulo retângulo e ao Teorema de Pitágoras. Os alunos

conseguiram também, razoavelmente, compreender o plano de Argand Gauss e fixar alguns números complexos.

Já com o argumento de cada complexo, não obtive significativos resultados. Os alunos precisariam de uma boa base de trigonometria, que infelizmente não tiveram. Com isso tive imensas barreiras para corromper e em geral, pouco os alunos aproveitaram do conteúdo. Utilizei matérias de apoio tentando contornar essa deficiência e entre eles o software Geogebra. Felizmente alguns avanços foram dados e consegui terminar o conteúdo.

Em geral, os métodos utilizados foram recebidos com êxito, etive um rendimento considerado satisfatório na média de toda a turma. A falta de pré-requisitos assombra ainda a Matemática e torna-se uma bola de neve em um cenário hoje que praticamente é contra a reprovação. Não obstante, não mudaria nada em meu plano, o que faria seria acrescentar outros recursos que achasse viável e peculiar à turma trabalhada.

O plano de trabalho então, seguiria o mesmo:

### **Estratégia de trabalho**

Aula 1 – Apresentação do conteúdo.

No primeiro encontro, a apresentação de um novo conteúdo causará surpresa e curiosidade da parte dos alunos. Ainda mais quando se trata de uma turma que ao final do último ano, já foi apresentada a vários ramos da matemática.

Para um bom começo, seria interessante partir de duas simples equações do 2º grau, onde você professor pediria para que eles as resolvessem. A primeira tendo uma solução real (ou duas) se preferir, e a segunda aparentemente sem solução. Essas equações podem ser completas ou não. Eu preferiria uma completa, pois assim, poderia partir da tão aclamada “Fórmula de Bhaskara” que com certeza os alunos adoram e não esquecem.

Uma boa turma as resolveria sem problemas a primeira equação, e na segunda, afirmaria que não há solução. Ficariam satisfeitos com o resultado.

Você, professor, com aquele ar de quem está pensando: “vocês não sabem o que vos espera”, não obstante, felicitaria seus alunos pelas resoluções e logo lançaria: E se eu lhes dissesse que a segunda equação possui solução?

Os alunos espantados retrucariam dizendo que isto não é possível, uma vez, que não existe raiz quadrada de número negativo. Esse conhecimento já foi previamente alcançado por eles e está cravado como algo sólido e redigido em seus conceitos matemáticos.

A porta para introduzir o número imaginário está aberta e logo após essas calorosas discussões o aluno se espantará com o apresentado: Mas porque motivos tinham que inventar isso? Ou então: Tinham que arrumar um jeito pra fazer com que equações como essa tivessem soluções.

A meu ver, essa seria a parte mais tensa da aula. Não é fácil introduzir algo novo e pior: desconstruir algo previamente concretizado. Alguns recursos me fariam melhor compreendido: Mostre para seu aluno que todos os conjuntos que ele antes conheceu também se fizeram pelo mesmo princípio: para que tenhamos elementos que representem solução de novos problemas. Seria interessante fazer uma analogia

descrevendo o problema: Quanto é 8 menos 10? Eles responderiam -2. Certamente. Mas se a pergunta tivesse feita há longos anos atrás, quando estavam no 3º ou no 4º ano, a resposta seria: não dá. E isso faria sentido.

Seu aluno acabará por compreender que os números complexos representam o último conjunto numérico que por fim compreendem todos aqueles já trabalhados em outras instâncias de sua trajetória escolar.

Procure nesta aula, não ser mais extensivo. Eles já têm o suficiente para um primeiro encontro. Para os minutos finais dê a eles outras equações sem solução para que treinem a parte mecânica do processo algébrico. Corrija as no quadro ao final da aula se for possível.

## Aula 2 –

Nesta aula seria interessante uma abordagem mais formal sobre o número complexo. Principalmente sobre sua forma mais simples: Forma algébrica.

A utilização de recursos audiovisuais seria de muita utilidade. Sugiro o vídeo: Um onho complexo. Recurso educacional presente no site: <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1187>.

### Sinopse:

O Jovem Hans se depara com as palavras complexo e imaginário e fica muito incomodado, pois para ele, matemática deveria ser real, concreta e exata. Resolve dormir e sonha com um personagem estranho, que tem meia barba, usa bermudas e fraque e é uma mistura dos dois personagens do livro “O Médico e o monstro” o qual representa uma dualidade do mundo. Ao acordar entende que o sonho mostrou um pouco da magia dos números complexos.

Discuta os aspectos presentes no vídeo e o aluno certamente se encantará como a dualidade presente no universo complexo. Com o tempo restante discuta alguns conceitos específicos como: Número complexo real, imaginário puro, complexo como junção de uma parte real e imaginária.

## Aula 3 –

Assim como todos os conjuntos numéricos, os números complexos também possuem suas operações aritméticas. Comece trabalhando devagar, respeitando o andamento da turma e procure introduzir separando entre uma operação e outra seguindo a ordem:

Soma => diferença => Produto => Potências => Conjugado => Divisão.

É bastante intuitivo que a sequência proposta seja seguida uma vez que o nível de dificuldade aumenta à medida que trabalhamos as diversas operações. Para se fazer uma multiplicação, precisamos conhecer como somar e diminuir, para se fazer uma divisão, por sua vez, todas as outras operações já devem ter sido trabalhadas.

Nesta tarefa, longas aulas poderão se arrastar e é importante que muitos exercícios sejam feitos para fixar o conteúdo. Estes exercícios podem ser bastante variados: individual, em grupo, em casa, e até mesmo oral.

## A forma trigonométrica de um número complexo. (Forma polar)

A forma trigonométrica de um número complexo, por sua vez, não é tão fácil de trabalhar com nossos alunos. Talvez por que pouco se trabalha em geometria nos ensino médio e fundamental, comparada com a total atenção dada a Álgebra. Nesta altura acredito já estarmos pela aula 8 ou 9, ou é possível que foram precisos mais aulas. O que importa é que cada conteúdo seja trabalhado de forma eficiente e dentro da condição que a turma oferece.

Primeiramente o plano Argand-Gauss precisa ser apresentado.

O plano complexo, também chamado de Plano de Argand-Gauss ou Diagrama de Argand, é um [plano cartesiano](#) usado para representar [números complexos geometricamente](#). Nele, a [parte imaginária](#) de um número complexo é representada pela [ordenada](#) e a [parte real](#) pela [abscissa](#).

É legal nessa parte fazer associações com o plano cartesiano. O aluno tirará isso de letra.

Mais complicado será o conceito de módulo e argumento de um número complexo.

Para o auxílio ferramentas computacionais serão indispensáveis. O software Geogebra hoje caracteriza a melhor ferramenta que um professor de matemática pode usar como complemento para suas aulas. Assim como proposto nos texto base e também nos dois arquivos do Geogebra presentes no site, o programa consegue enriquecer as aulas dando certo materialismo o que até então o professor não consegue alcançar, principalmente aqueles com pouca habilidade de desenho. As funções trigonométricas serão imprescindíveis no que diz respeito ao argumento de um complexo. Nesta parte a criatividade será relevante. Quanto mais materiais de apoio forem utilizados, melhor será o desenvolvimento do aluno.

No caso das atividades com o Geogebra, tenha instalado previamente o GeoGebra em todos os computadores do laboratório de informática. Como documentação do software, temos:

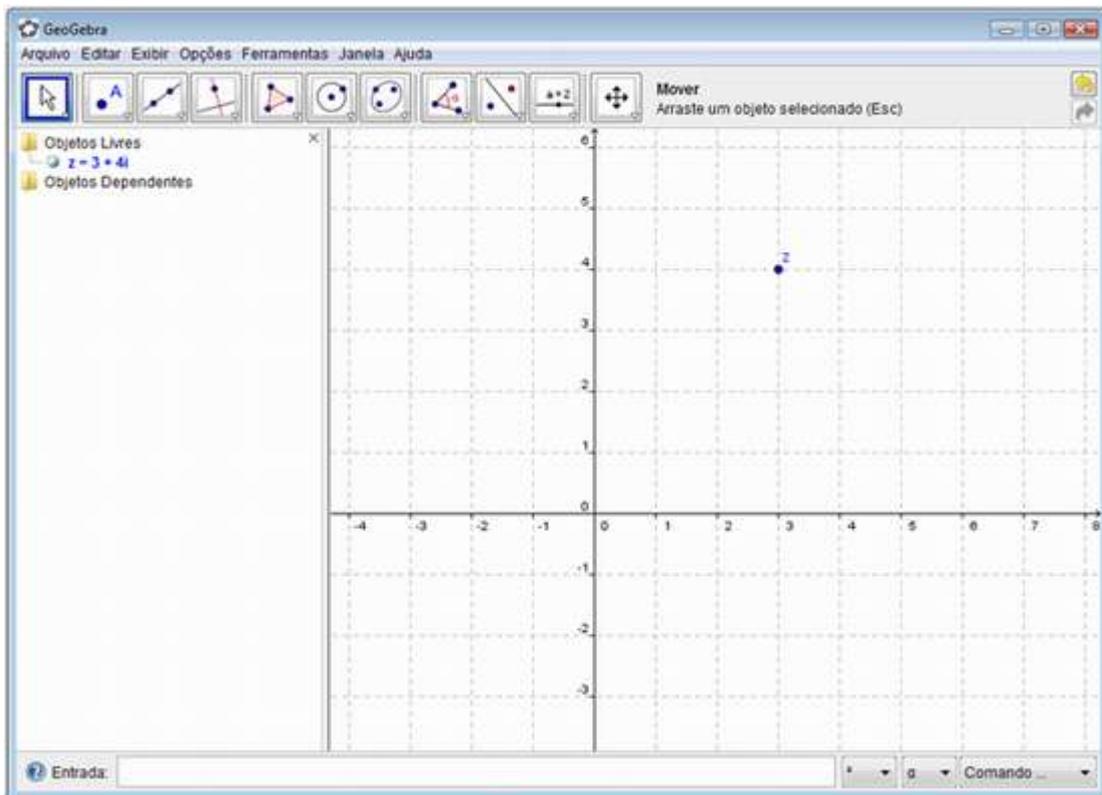
O manual disponível em [http://www.geogebra.org/help/docupt\\_BR.pdf](http://www.geogebra.org/help/docupt_BR.pdf) e outro [http://www.geogebra.org/help/docupt\\_PT.pdf](http://www.geogebra.org/help/docupt_PT.pdf), este em português de Portugal, mas um pouco mais completo;

Uma apostila sobre a utilização esta disponível em [http://www.tinaeducacao.com.br/wp-content/uploads/2008/11/apostilageogebra\\_2007.pdf](http://www.tinaeducacao.com.br/wp-content/uploads/2008/11/apostilageogebra_2007.pdf), nesta apostila temos várias atividades utilizando o software, e

Um guia rápido de comandos, disponível em [http://cattai.mat.br/site/files/geogebra/guia\\_rapido\\_geogebra.pdf](http://cattai.mat.br/site/files/geogebra/guia_rapido_geogebra.pdf).

O GeoGebra não suporta números complexos diretamente, mas pode usar pontos para simular operações com números complexos.

Exemplo: Se inserirmos  $3+4i$  na Entrada de Comandos, obtém o ponto (3, 4) na Zona Gráfica. As coordenadas deste ponto são mostradas na Zona Algébrica como  $3+4i$ .



## Recursos Complementares

Parte teórica:

<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/euler/numeroscomplexos.htm>

<http://gabaritocerto2.googlepages.com/numeros-complexos.pdf>

<http://www.dmat.ufr.br/~gentil/images/stories/Artigos/complexos.pdf>

Vídeos:

Parte 1, <http://www.youtube.com/watch?v=oZHb6A-Ot2o&feature=related>

Parte 2, <http://www.youtube.com/watch?v=IscYm-Wmz1k&feature=related>

Parte 3, <http://www.youtube.com/watch?v=ojTIHIKtcNU&feature=related>

Parte 4, <http://www.youtube.com/watch?v=ImsGOfqjFsQ>

Parte 5, <http://www.youtube.com/watch?v=Ff05zPEO37U&feature=related>

Parte 6, <http://www.youtube.com/watch?v=XFBt6p96V-Y&feature=related>

Números complexos nas calculadoras científicas:

[http://minerva.ufpel.edu.br/~egcneves/Textos/elger/num\\_complex\\_calc.pdf](http://minerva.ufpel.edu.br/~egcneves/Textos/elger/num_complex_calc.pdf)

Atividades on-line com números complexos:

<http://www.ies.co.jp/math/java/comp/index.html>

## Avaliação

A avaliação das atividades precisa ser diária e após cada aula. Seguindo esse roteiro, os alunos desenvolverão as habilidades presentes no currículo mínimo.

São elas:

H98 – Resolver equação do 2º grau no conjunto dos números complexos.

H99 – Resolver operações com números complexos na forma algébrica.

A avaliação (1 aula) poderá ser da seguinte forma:

Atividades em sala.

Listas de exercícios envolvendo aplicações do assunto no cotidiano.

Durante as aulas observando o interesse e a participação do aluno.

Estimular os alunos a criarem e participarem de Blogs sobre o assunto. Caso queira utilizar algum Blog já existente, sugerimos o

seguinte <http://br.answers.yahoo.com/question/index?qid=20090524071642AA4ISNr>.

Fóruns, [http://www.ajudamatematica.com/search.php?keywords=complexo+complexos&terms=any&sid=f1eee5fd07a2efe3e38db074ad28ca0b#start\\_here](http://www.ajudamatematica.com/search.php?keywords=complexo+complexos&terms=any&sid=f1eee5fd07a2efe3e38db074ad28ca0b#start_here)

Webquest, [http://www.webquestbrasil.org/criador/webquest/soporte\\_tabbed\\_w.php?id\\_actividad=14493&id\\_pagina=1](http://www.webquestbrasil.org/criador/webquest/soporte_tabbed_w.php?id_actividad=14493&id_pagina=1)

Competição entre grupos, de no máximo quatro alunos, onde cada grupo apresenta um problema outro grupo caso consiga resolvê-lo, continua na competição, caso erre, será eliminado.

Seminários sobre as atividades indicadas na aula.

#### Bibliografia:

- Roteiro de ação 1,2 e 3.
- Texto base: Uma palavra antes de começar.
- <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=13307>
- <http://lidimariano79.blogspot.com.br/2011/08/plano-de-acao-para-trabalhar-com.html>
- [http://pt.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero\\_complexo](http://pt.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_complexo)