

**Avaliação da implementação do Plano de trabalho 1 – Números complexos**  
**Por Inara Zaú**  
**Tutor:Rodolfo Gregório de Moraes**

**PONTOS POSITIVOS:**

A introdução história, a história da matemática e principalmente o “completar a reta numérica” foi de extrema importância, isso prendeu a atenção dos alunos e eles conseguiram vivenciar uma aula preparada para eles, e isso os fizeram sentir importantes e parte do contexto educacional.

**PONTOS NEGATIVOS:**

A falta de tempo para poder expor o conteúdo de forma mais profunda e a falta de computadores para permitir o manuseio do Geogebra.

**ALTERAÇÕES:**

O plano de trabalho foi executado em sua totalidade, visto que foi desenvolvido com a sapiência dos recursos da unidade escolar.

**IMPRESSÕES DOS ALUNOS:**

Toda vez que uma aula é apresentada com um conteúdo historia e é conversado sobre a importância de tal assunto, não somente para o momento presente da vida dos alunos, mas, sobretudo pela importância do fato no que tange a disciplina o todo mundo que nos cerca, o retorno é imediato e prazeroso e devolve ao docente a prazer em lecionar. Eis alguns comentários por parte dos educandos:

**Mayara:** “ como não vimos que seria impossível dizer que uma equação não poderia ter solução” (referindo-se ao resultado  $\sqrt{-4}$  de uma equação do 2º grau).

**Uili :** “ Essa matemática tem o dom de complicar as coisas e depois explicar o que antes não teria jeito”

## **PLANO DE TRABALHO:**

### **INTRODUÇÃO**

Ao iniciar o estudo de números complexos, por muitas vezes entramos em um complicado problema, apresentar um número complexo como sendo qualquer número que pode ser escrito na forma de  $a + bi$  ( com  $a$  e  $b \in \mathbb{R}$ ), com  $i^2 = -1$ , ou como um par ordenado  $(a,b)$ , real, onde todas as operações conhecidas também podem ser definidas, mas sucintamente, a simplicidade aparente do primeiro ou uma explicação mais elaborada e completa da segunda forma, que nos renderá e nos remeterá a uma educação moderna e não estagnada aos conceitos do século XVI.

Historicamente, a primeira referência aos números complexos surgiu com H.Cardano, em 1545, que foi seguida em 1572 por R. Bombelli, que se utilizou das propriedades dos números Reais e introduziu o símbolo  $\sqrt{-1}$ , quase 200 anos depois Euler, “batizou” este símbolo de unidade imaginária e representou por  $i$ .

Com tudo isso, os números complexos não só resolveram problemas associados a equações de grau 2, mas deram resolução e forma a questões associadas a todas as equações polinomiais, independente da ordem, e essa importante situação deu origem ao teorema fundamental da álgebra que foi, inicialmente “estrelado” por Gauss em 1816, que designou os NÚMEROS COMPLEXOS.

## **DESENVOLVIMENTO**

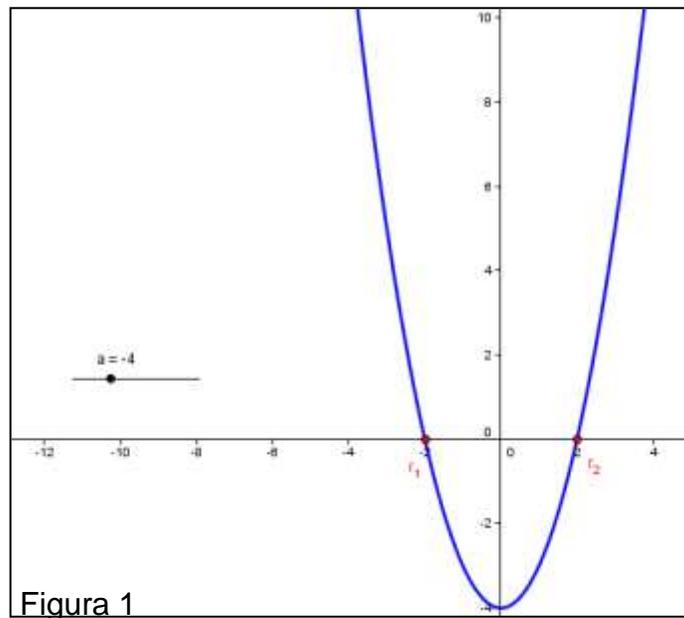
### **ROTEIRO DE AÇÃO 1- UM ENCONTRO INESPERADO**

- Duração prevista: 100 minutos
- Objetivos: Apresentar os números complexos como mais uma ferramenta matemática.
- Pré-requisitos: Operações elementares com números reais; identificação de raízes de uma função a partir da sua representação

gráfica; determinação das raízes de uma função a partir da sua representação algébrica; produtos notáveis.

- Material necessário: Folha de atividades, computador com Geogebra instalado e um Datashow.
- Organização da classe: Turma disposta em grupos de quatro organizados em duplas
- Descritor associado  
H46 - Reconhecer números reais em diferentes contextos.

Seguindo orientação do roteiro de ação 1, os seguintes gráficos foram apresentados, utilizando o programa geogebra:

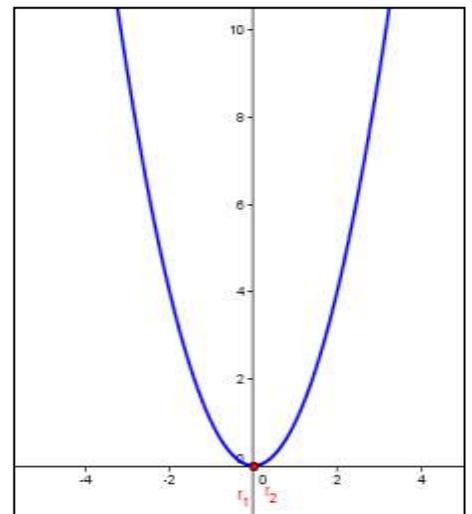


As seguintes perguntas foram feitas:

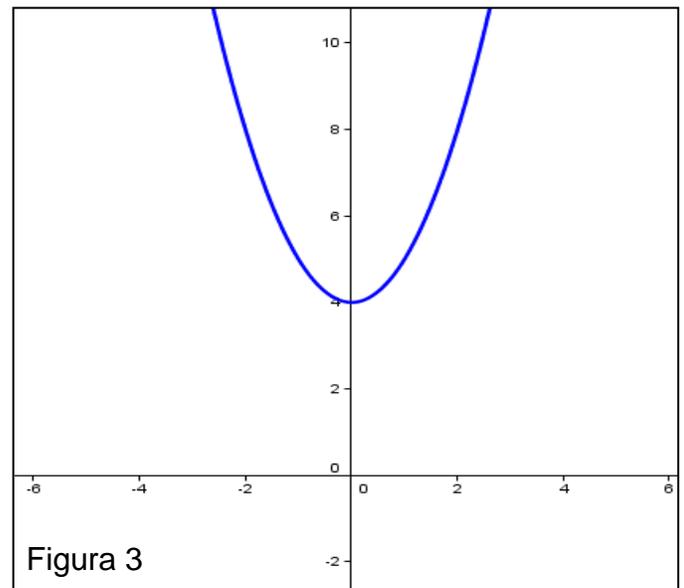
1) Esse gráfico representa uma equação de qual grau?

2) Quais as raiz da equação do gráfico 1?

Figura 2



- 3) Agora quais são as raízes da equação do segundo grau?
- 4) Ao movermos a parábola acima do eixo x, o que acontecerá com as raízes?
- 5) Observe a figura abaixo e relate o que você observa:



Após o término das tarefas acima citadas, será exposto, em quadro, as representações de um número complexo.

#### AVALIAÇÃO

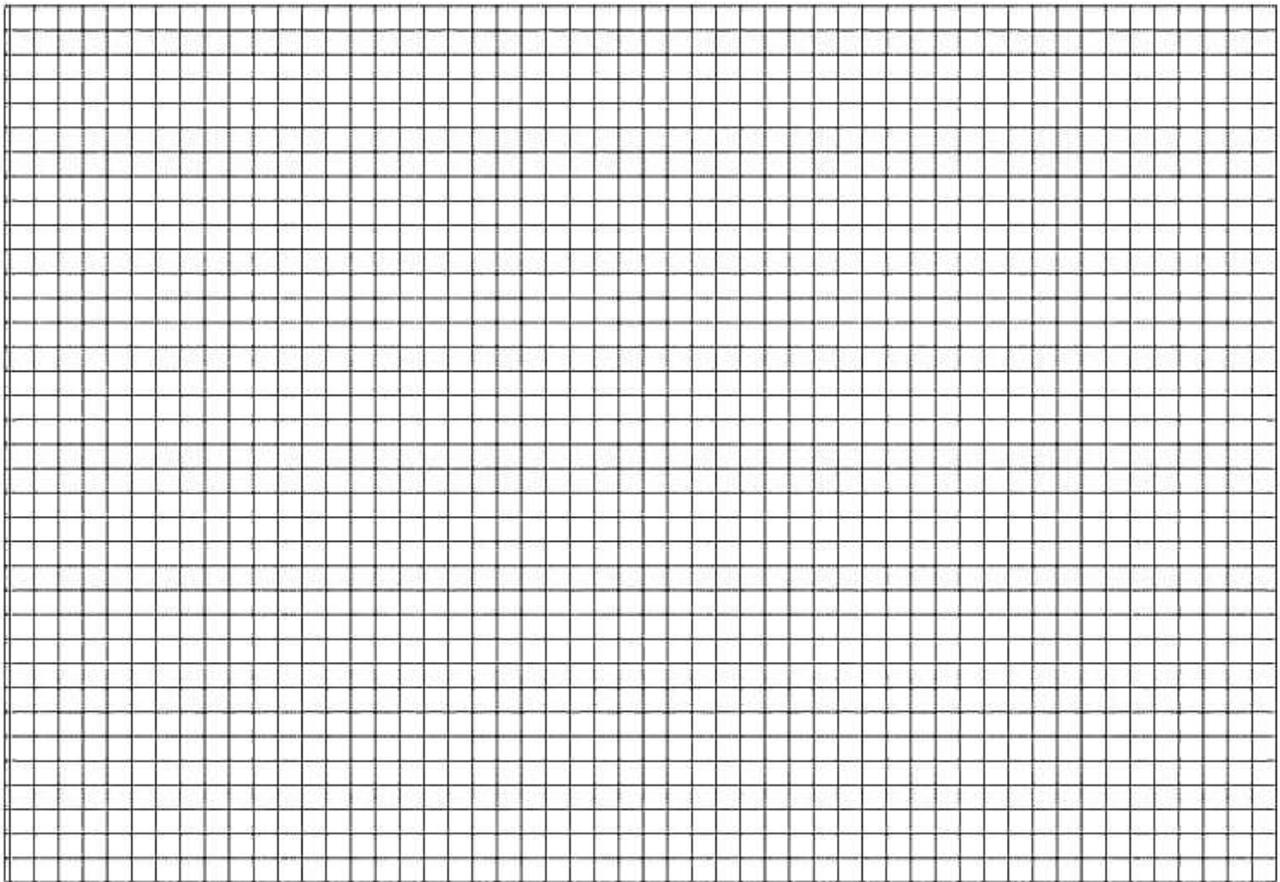
Todas as perguntas, interesse, participação e organização do grupo serão utilizadas como tarefa avaliativa.

#### ROTEIRO DE AÇÃO 2- REPRESENTANDO GRAFICAMENTE NÚMEROS COMPLEXOS.

- Duração prevista: 100 minutos
- Objetivos: Apresentar o plano de Argand-Gauss e a representação polar dos números complexos.
- Pré-requisitos: Representação algébrica dos números complexos; plano cartesiano; razões trigonométricas no triângulo retângulo; razões trigonométricas na circunferência; Teorema de Pitágoras

- Material necessário: Folha de atividades; computador com o software GeoGebra instalado e os arquivos disponibilizados, papel milimetrado.
- Organização da classe: individualmente
- Descritores associados:
  - H36 – Efetuar cálculo envolvendo operações com números complexos na forma algébrica.

Para a elaboração do PT2, será oferecido papel milimetrado, ao invés da utilização do laboratório de informática.



1) Os alunos deverão construir o plano cartesiano e marcar os seguintes pares ordenados e determiná-los sobre a forma  $a+bi$ .

A(2,3)

B(-3,1)

C(0,0)

D(-4,-3)

E(4, -2)

F(0, -3)

G(2, 0)

H(-1,0)

I(0,-5)

As seguintes questões deverão ser respondidas:

- a) Qual o eixo do plano que representa a parte real e qual representa a parte imaginaria?
- b) Quais desses pontos são reais puros?
- c) Quais desses pontos são imaginários puros?

2) Agora em outro papel milimetrado os alunos deverão representar os seguintes complexos, que satisfazem as seguintes propriedades:

- a) Parte real igual a zero
- b) Parte imaginária igual a zero
- c) Parte real igual a imaginária
- d) Parte real dobro da parte imaginária
- e) Parte imaginária igual ao triplo da real menos duas unidades.

## AVALIAÇÃO

Todas as perguntas, atividades, interesse, participação e organização do grupo serão utilizadas como tarefa avaliativa

## ROTEIRO DE AÇÃO 3.- OPERAÇÕES COM COMPLEXOS

- Duração prevista: 100 minutos
- Objetivos: Compreender e efetuar operações com números complexos em sua forma algébrica.
- Pré-requisitos: Operações elementares com números reais; compreensão sobre as representações dos números complexos.
- Material necessário: Computador com data-show.
- Organização da classe: Pequenos grupos de dois ou três alunos cada.
- Descritores associados:

H36 - Efetuar cálculo envolvendo operações com números complexos na forma algébrica

Adição e subtração:

Para essas operações, apenas termos semelhantes deverão ser operados:

1) Efetue as adições  $Z+W$ , em cada item:

a)  $z= 2i$  e  $w= 3-4i$

b)  $z= 3-8i$  e  $w= -4-2i$

c)  $z= 3$  e  $w= -8i$

d)  $z= -6-2i$  e  $w= 4,2$

e)  $z= 5,3+3i$  e  $w= -2+2i$

2) Efetue as subtrações  $Z- W$ , em cada item:

a)  $z= 2i$  e  $w= 3-4i$

b)  $z= 3-8i$  e  $w= -4-2i$

c)  $z= 3$  e  $w= -8i$

d)  $z= -6-2i$  e  $w= 4,2$

e)  $z= 5,3+3i$  e  $w= -2+2i$

## Multiplicação

Para multiplicarmos dois números complexos, devemos lembrar que  $i^2 = -1$  e que a propriedade distributiva deverá ser aplicada.

3) Efetue as seguintes multiplicações entre Z e W.

a)  $z = 2i$  e  $w = 3 - 4i$

b)  $z = 3 - 8i$  e  $w = -4 - 2i$

c)  $z = 3$  e  $w = -8i$

d)  $z = -6 - 2i$  e  $w = 4,2$

e)  $z = 5,3 + 3i$  e  $w = -2 + 2i$

## Divisão

Para dividirmos dois números complexos da forma  $a + bi$ , com  $a$  e  $b$  diferentes de zero, deveremos racionalizar seus denominadores, ou seja, multiplicar o numerador e o denominador pelo conjugado do denominador

4) Efetue as seguintes divisões entre Z e W:

a)  $z = 2i$  e  $w = 3 - 4i$

b)  $z = 3 - 8i$  e  $w = -4 - 2i$

c)  $z = 3$  e  $w = -8i$

d)  $z = -6 - 2i$  e  $w = 4,2$

e)  $z = 5,3 + 3i$  e  $w = -2 + 2i$

## Potências de i

Para efetuarmos as potências de  $i$ , demos nos lembrar que:

$$i^0 = 1$$

$$i^1 = i$$

$$i^2 = -1$$

$$i^3 = -i$$

E que qualquer outra potência de  $i$  pode ser obtida através da divisão de seu expoente por quatro, com isso a nova potência será igual a  $i$  elevado ao resto da divisão.

5) Determine as seguintes potências de  $i$ :

a)  $i^{123}$

b)  $i^{320}$

c)  $i^{22}$

d)  $i^{1203}$

e)  $i^{45674}$

6) Agora que você já sabe como efetuar multiplicações, divisões e potenciações, efetue as operações solicitadas:

a)  $z * w$ , sendo que  $z = -1 + i$ ;  $w = 3 + 5i$

b)  $z : w$ , sendo que  $z = 5 + 4i$ ;  $w = -i$

c)  $w : z$ , sendo que  $z = 2 - 2i$ ;  $w = 5 + 2i$

d)  $z * w$ , sendo que  $z = 2 + 2i$ ;  $w = 2 - 2i$

e)  $w : z$ , sendo que  $z = 4$ ;  $w = 4 + 3i$

f)  $z^3$ , sendo que  $z = 3 - i$

g)  $z^2$ , sendo que  $z = 4 + 2i$

(atividade 6 extraída do roteiro de ação 3- Números complexos)

## AVALIAÇÃO

Todas as perguntas, atividades, interesse, participação e organização do grupo serão utilizadas como tarefa avaliativa

## Bibliografia

- WATANABE, Renate. Números complexos. Uma introdução ao estudo dos números complexos . Disponível em: <http://hermes.ucs.br/lavia/pro/complex.html> . Acesso em 2-9-2012.

## Não sei como

- PROJETO CECIERJ, Roteiros de ação 1,2 e 3. Disponível em: <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=15>. Acesso em 3-9-2012.