FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ

COLÉGIO ESTADUAL VÁRZEA DA ALEGRIA

PROFESSOR: MARCIO SANTOS DA CONCEIÇÃO

MATRÍCULA: 0918719-6

TUTOR: Cláudio Rocha

Tarefa 1

MARCIO SANTOS DA CONCEIÇÃO

e-mail: profmsc@yahoo.com.br

Avaliação da Execução do Plano de Trabalho 1

Pontos Positivos:

Ao elaborar o Plano de Trabalho sobre Números Complexos criei grandes expectativas entre a utilização de ferramentas tradicionais (régua, lápis, papel,...) e atuais software matemáticos, data show,...) sejam minimizados e as dificuldades impostas se transformam em desafios a serem enfrentados e resolvidos, pois assim estaremos dando a oportunidade aos estudantes de tornar a sua aprendizagem mais significativa.

Criei um plano de aula bem detalhado e complementei com vídeo aula, aula no you tube e disponibilizei vídeo aula nas redes sociais. Utilizei questões do Saerjinho como trabalho valendo ponto e competições em sala de aula, com isso, aula ficou bem dinâmica e os conceitos bem amarrados e juntamente com as revisões dos conteúdos do ensino fundamental obtive na grande maioria bastantes êxitos nas minhas expectativas.

Pontos Negativos:

O assunto exige o conhecimento de Equação do 2º grau nos Complexos, e para isso fez-se necessário revisar equação do 2º grau para transmitir o conhecimento de operações com números complexos, também foi necessário revisar operações com números inteiros. Com essas revisões foi um facilitador para os alunos apresentarem um grande entendimento do conteúdo transmitido.

Alterações:

Infelizmente não consegui finalizar o conteúdo, por causa das revisões que tornam-se essencial para o ensino e aprendizado, e também por causa da redução da carga horária portanto, se faz necessário o aumento da mesma devido a grande gama do conteúdo a ser aplicado no terceiro bimestre.

Impressões dos alunos:

De início os alunos ficaram um pouco assustados, pois somente o nome números complexos já assusta mas, depois da explanação da história falando Jerônimo Cardano, Bombelli e Gauss e a iniciação de todo conteúdo detalhado, as aulas foram sendo cadenciadas e tornando-se interessantes, pois utilizei competições entre os alunos com listas de exercícios valendo ponto em sala de aula, vídeo aula transmitida através do data show, e uso da Internet para toda turma (como reforço). Alguns alunos reclamaram dizendo que o conteúdo era muito extenso.

PLANO DE TRABALHO – NÚMEROS COMPLEXOS

Introdução:

A importância dos números complexos está marcada pelas suas múltiplas aplicações em diversas áreas (Matemática, Física, Engenharia, Tecnologia,...). Números Complexos introduzem-se para dar sentido à raíz quadrada de números negativos. Sendo assim abre-se assim a porta a um curioso e surpreendente mundo em que todas as operações (exceto a divisão por zero) são possíveis.

O ensino e aprendizagem dos números complexos para os nativos digitais não pode mais se furtar da utilização da tecnologia.

Atualmente, além das aulas tradicionais (quadro, pilot, papel, régua, lápis, ...) é necessário que o professor acrescente formas mais dinâmicas de aprendizagem acerca do conteúdo dos números complexos.

O que propomos com o plano de trabalho em tela é que os conflitos entre a utilização de ferramentas tradicionais (régua, lápis, papel,...) e atuais software matemáticos, data show,...) sejam minimizados e as dificuldades impostas se transformam em desafios a serem enfrentados e resolvidos, pois assim estaremos dando a oportunidade aos estudantes de tornar a sua aprendizagem mais significativa.

Desenvolvimento:

Estratégias adotadas no Plano de Trabalho

Este plano de trabalho tem por **objetivo**:

1. Definição e explicação dos números complexos;
2. Resolver equações em **C;**
3. Representar números complexos na forma algébrica;
4. Efetuar operações com números complexos na forma algébrica;
5. Complementar a aula sobre os Números Complexos com vídeo aula, e

6. Lista de exercícios.

Metodologia: Aulas expositivas, Vídeo aula transmitida através do Data show e uso da Internet para toda turma (como reforço) e competição em sala de aula com listas de exercício valendo pontuação.

Material: folha de atividades, caneta, lápis e borracha.

Tempo: 400 minutos ou 08 (oito) tempos de aula.

Pré-requisitos para assistir Vídeo aula: ter assistido a todas as “aulas tradicionais” sobre o conteúdo.

Atividade 1

Explicação da aula (com lápis, caderno, borracha, régua,...) - (02 tempos de aula)

Números complexos

Def: Chama-se conjunto dos números complexos, e representa-se por **C, o conjunto de pares ordenados de números reais.**

Representamos um número complexo z = (x,y) sendo x Є R e y Є R, na seguinte forma: z = a + bi (forma algébrica) , onde a é a parte real de z e b a parte imaginária de z.
Exemplos:

z = 2 + 4i : Re(z) = 2 Im(z) = 4
z = 5 – 2i : Re (z) = 5 Im (z) = –2

- **Forma Algébrica de um Número Complexo:**

É uma das maneiras de representar um número complexo.
Z = a + bi Onde:
- **a** e **b** pertence aos Reais;
- **a** é a parte real do complexo. Indicamos: Re(Z) ;
- **b** é a parte imaginária do complexo. Indicamos IM(Z) ;

Exemplos:
- Z1 = -10 + 4 i (-10 = Re(Z1) , 4 = Im(Z1)) - Número Imaginário;
- Z2 = 11 (11 = Re(Z2) , 0 = Im(Z2)) - Número real ;
- Z3 = 3i (0 = Re(Z3) , 3 = Im(Z3)) - Número Imaginário Puro ;

Resolver equações em C.

Ao resolver uma equação do 2º grau podemos obter três resultados, dependendo do valor do discriminante:
$\Delta > 0$, duas raízes reais diferentes.
$\Delta = 0$, uma raiz real.
$\Delta < 0$, nenhuma raiz real.

Resolvendo a equação do 2º grau dentro do universo dos números reais, os casos em que $\Delta < 0$ não podem ser resolvidos, pois não existe raiz de número negativo dentro do conjunto dos números reais.
O surgimento dos números complexos possibilitou obter soluções para casos em que é necessário descobrir novos conjuntos numéricos, onde o quadrado de um número negativo tem como resultado um número negativo.
Iremos representar essa proposição utilizando uma unidade imaginária i, assim poderemos dizer que o quadrado de um número é um número negativo, então $i * i = -1$, isto é, $i^2 = -1$.

A equação do 2º grau $x^2 + 25 = 0$ é impossível de ser resolvida no conjunto dos números Reais, mas pode ser resolvida dentro do conjunto dos números Complexos, da seguinte forma:
$x^2 + 81 = 0$ (Equação incompleta do 2º grau)
$x^2 = -81$
$x = \pm\sqrt{-81}$
Temos $(\pm 9i)^2 = (\pm 9)^2 * i^2 = 81 * (-1) = -81$
$x = \pm 9i$

$2x^2 - 16x + 50 = 0$ (Equação completa do 2º grau)
$a = 2, b = -16, c = 50$
$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = (-16)^2 - 4 * 2 * 50$
$\Delta = 256 - 400$
$\Delta = -144$

Temos $(\pm 12i)^2 = 144i^2 = 144*(-1) = -144$.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$x = \frac{16 \pm \sqrt{-144}}{2*2}$$
$$x = \frac{16 \pm 12i}{4}$$

$x' = 4 + 3i$ e $x'' = 4 - 3i$

Atividade 2

Explicação da aula (com lápis, caderno, borracha, régua,...) - (02 tempos de aula)

- **Forma Algébrica de um Número Complexo:**

É uma das maneiras de representar um número complexo.
$Z = a + bi$ Onde:
- **a** e **b** pertence aos Reais;
- **a** é a parte real do complexo. Indicamos: Re(Z) ;
- **b** é a parte imaginária do complexo. Indicamos IM(Z) ;

Exemplos:
- $Z1 = -10 + 4i$ (-10 = Re(Z1) , 4 = Im(Z1)) - Número Imaginário;
- $Z2 = 11$ (11 = Re(Z2) , 0 = Im(Z2)) - Número real ;
- $Z3 = 3i$ (0 = Re(Z3) , 3 = Im(Z3)) - Número Imaginário Puro ;

- **<u>Operações com Complexos:</u>**

- **Igualdade entre números complexos:** Dois números complexos são iguais se, e somente se, apresentam simultaneamente iguais a parte real e a parte imaginária. Assim, se **z_1=a+bi e z_2=c+di,** temos que:

$z_1 = z_2 \iff a=c$ e $b=d$

- **Adição**: Para adicionarmos dois ou mais complexos, deveremos somar suas partes reais e imaginárias respectivamente; Ex: Z1+Z2 = (a + bi) + (c + di) = a +bi + c + di = **(a+b) + (b+d)i**
- **Subtração**: Para subtrairmos dois ou mais complexos, devemos subtrair suas partes reais e imaginárias respectivamente; Ex: Z1- Z2 = (a + bi) – (c + di) = a+ bi – c - di = **(a-c) + (b-d)i**
- **Multiplicação**: Para multiplicarmos números complexos, aplicamos a propriedade distributiva; Ex: Z1. Z2 = (a+bi) (c+di) = ac + adi + bci + + bdi^2 = ac +adi +bci +bd(-1) = **(ac-bd) + (ad+bc)i**
- **Divisão**: Para dividirmos 2 complexos basta multiplicar o numerador e o denominador pelo conjugado do denominador;

  - **<u>Observação: Conjugado de um número complexo:</u>**
    <u>- Troca o sinal da parte imaginária; Ex: Z= a + bi, Z = a – bi</u>

- **<u>Potências de i:</u>**

- $i^0 = 1$;
- $i^1 = i$;
- $i^2 = -1$;
- $i^3 = -i$;
- $i^4 = 1$: ($i^2 . i^2$);
- $i^5 = i$: ($i^4 . i$);
- $i^6 = -1$: ($i^4 . i^2$);
- $i^7 = -i$: ($i^6 . i$);

<u>Para calcularmos uma potência de i, divide-se o expoente por 4 e adota-se como novo expoente do i o resto dessa divisão.</u>

Exemplo: i^{78} e $(-2i)^8$:

a) i^{78}

Resolução:

78 : 4 = 19 + 2¬resto

Assim: $i^{78} = i^2 = -1$

Resposta: $i^{78} = -1$

b) $(-2i)^8$

Resolução:

$(-2i)^8 = (-2)^8 \cdot i^8 = 256 \cdot i^8$

Como $i^8 = i^0 = 1$,

$(-2i)^8 = 256$

Resposta: $(-2i)^8 = 256$

Atividade 3

Competição em sala de aula com listas de exercício valendo pontuação (com lápis, caderno, borracha,...) - (02 tempos de aula)

LISTA DE EXERCÍCIOS – OPERAÇÕES COM COMPLEXOS

1. Calcule as seguintes somas:

a) (2 + 5i) + (3 + 4i) b) i + (2 - 5i)

2. Calcule as diferenças:

a) (2 + 5i) - (3 + 4i) b) (1 + i) - (1 - i)

3. Calcule os seguintes produtos:

a) (2 + 3i) (3 - 2i) b) (1 + 3i) (1 + i)

4. Escreva os simétricos dos seguintes números complexos:

a) 3 + 4i b) -3 + i c) 1 - i d) -2 + 5i

5. Escreva os conjugados dos seguintes números complexos:

a) 3 + 4i b) 1 - i

6. Efetue as seguintes divisões de números complexos:

a) $\frac{-10+15i}{2-i}$ b) $\frac{1+3i}{1+i}$

7. Calcule as potências:

a) $(1 + i)^2$

b) $(-2 + i)^2$

8. Sendo $\mathbf{z = (m^2 - 5m + 6) + (m^2 - 1).i}$, determine **m** de modo que **z** seja um imaginário puro.

9. Determine a parte real do número complexo $z = (1 + i)^{12}$.

10. Calcule o número complexo $i^{126} + i^{-126} + i^{31} - i^{180}$

Atividade 4

Assistir e tiradas de dúvidas dos tutoriais disponíveis (Uso do Data show e internet): (02 tempos de aula)

Vídeo aula tv educativa - mídia DVD

http://youtu.be/pOCUumUAkhA

http://youtu.be/7yDNB7iAg-U

Avaliação

- Somativa

- competições – divisão da turma em grupos e os alunos vão resolvendo as questões no quadro. O grupo que acertar mais questões ganha o maior número de ponto;

- trabalho – resolução das questões do Saerjinho 2011, e

- prova - utilização da prova do Saerjinho com método de avaliação.

Referências

Livro de Matemática volume único – Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn e Roberto Perigo.
Coleção Horizontes – Matemática atende aos Parâmetros Curriculares do Ensino Médio – IBEP.
Desenvolvendo a Matemática – Prof. Marcus Vinícius Reis Ferreira.
http://www.brasilescola.com/matematica/numeros-complexos1.htm
Lista de exercícios - www.professorwaltertadeu.mat.br

Fonte

- Plataforma do Curso.