AVALIAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DO PLANO DE TRABALHO 1

O presente trabalho foi implementado pela Profª. Vandete Freire de Souza no C. E. Rui Guimarães de Almeida- Santo Antônio de Pádua/RJ na turma 3002 – 3ª série do Ensino Médio com a participação de aproximadamente 30 alunos.

Pude observar que os alunos participaram ativamente das atividades tendo mais pontos positivos que negativos, levando em consideração que eles ficaram motivados para realizar as atividades.

Considero como ponto positivo: através da aplicação do plano pude observar que atividades investigativas prendem mais a atenção dos alunos, embora alguns prefiram respostas prontas. Como negativo: aplicação de um plano de trabalho que leve o aluno a construir seu próprio conhecimento demanda muito tempo, embora seja muito mais gratificante perceber a descoberta por parte dos alunos.

Como inconveniente, pude verificar que vários alunos ainda apresentam muitas dificuldades para lidar com números com sinais. Vou ter mais cuidados com isso de agora em diante. No entanto, tal fato não atrapalhou o sucesso da aplicação das atividades, pois o trabalho foi realizado em grupos e, um colega ajudava o outro.

Penso que posso organizar atividades envolvendo outros assuntos dentro do tema para serem trabalhadas, com o auxílio do computador, no entanto trabalhar com um número reduzido de máquinas funcionando em perfeitas condições fica inviável para se alcançar a aprendizagem desejada.

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ
COLÉGIO: C. E. Rui Guimarães de Almeida – Santo Antônio de Pádua/RJ
PROFESSOR: Vandete Freire de Souza
MATRÍCULA: 245752.1/194815.7
SÉRIE: 3ª Série do Ensino Médio
TUTOR A: Edna Rosa de Vetromille

PLANO DE TRABALHO SOBRE NÚMEROS COMPLEXOS

Vandete Freire de Souza
vandetefreire@gmail.com

INTRODUÇÃO

Neste plano de trabalho explorou-se alguns conteúdos sobre Números Complexos ministrados no 3º bimestre, tendo como inspiração os roteiros 2 e 3. Foram realizadas atividades para que os alunos conhecessem a definição de um número complexo como sendo: “um objeto da forma a+bi, em que a e b são números reais, $i^2 = -1$” e lembrando que as propriedades comutativa (da adição e da multiplicação), associativa (da adição e da multiplicação) e distributiva continuam sendo válidas neste universo.

Quando introduzimos os números complexos no Ensino Médio, começamos com a abordagem da necessidade da resolução de uma equação do segundo grau, em que o conjunto dos Números Reais, torna-se incompleto. Nesse período o aluno ainda não teve contato com as equações polinomiais de terceiro ou quarto grau, apenas as equações polinomiais de primeiro e segundo graus. Essa abordagem é bem diferente da real origem dos números complexos, na qual o interesse era a busca de soluções para equações de terceiro grau. Desde que os babilônios descobriram a forma de resolver equações quadráticas, passaram-se mais de 3000 anos até a descoberta da fórmula que permite encontrar as raízes das equações de terceiro grau por Del Ferro, Cardano e Tartaglia no início do século XVI.

Em 1535 houve uma disputa matemática entre Fior e Tartaglia. Tais confrontos intelectuais eram freqüentes na época. Cada um dos adversários propôs ao outro, trinta problemas. Tartaglia preparou questões variadas, mas todos os problemas propostos por Fior implicavam equações do tipo: $\mathbf{x^3 + ax = b}$

O matemático Tartaglia conseguiu descobrir o método de resolução de tais equações e, na hora do confronto, verificou-se que Tartaglia tinha resolvido todas as questões propostas por Fior, enquanto este não tinha conseguido resolver a maioria das questões submetidas por Tartaglia.

Buscou-se com as atividades dar ênfase às manipulações geométricas, as quais deverão conduzir à manipulação de um operador algébrico, que será chamado de *i* com a finalidade de se encontrar ou descobrir um número (não real) cujo quadrado vale -1, dentro de um contexto significativo.

OBJETIVOS

- Apresentar os números complexos como mais uma ferramenta matemática.
- Dar significação e contextualizar o estudo dos números complexos.
- Compreender e efetuar operações com números complexos.

METODOLOGIA

Os temas centrais deste projeto são a compreensão dos conhecimentos relacionados com Números Complexos. Foram desenvolvidas várias atividades que possibilitaram o entendimento dos conceitos relativos ao conteúdo citado.

Habilidades relacionadas

- Identificar e conceituar a unidade imaginária.
- Identificar o conjunto dos números complexos e representar um número complexo na forma algébrica.
- Efetuar cálculo envolvendo operações com números complexos na forma algébrica.
- Calcular potências de expoente inteiro na unidade imaginária.

Pré-requisitos: Compreender e operar com as leis básicas da Álgebra.

Tempo de Duração: 8 horas-aula

Organização da turma:

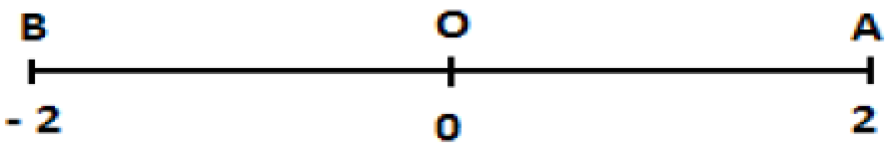
A atividade foi desenvolvida com os alunos organizados em grupos de 4 componentes.

1) Os alunos serão divididos em grupos.
2) Cada grupo receberá uma folha com as atividades sugeridas.
3) De acordo com a orientação da professora deverão realizar as atividades e responder aos questionamentos feitos.

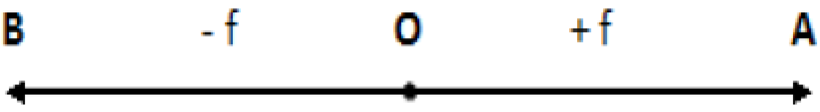
1ª Atividade –

I)Considerando o ***Km*** como unidade de comprimento, responda. Qual a distância entre a cidade **A** e a cidade **O** representadas na imagem abaixo? E da cidade **O** a cidade **B**?

II)

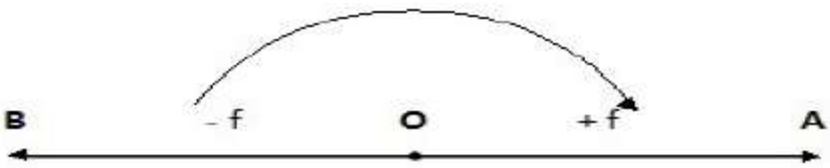


Considere na imagem abaixo o vetor AO igual a +f e o vetor OB igual a –f.



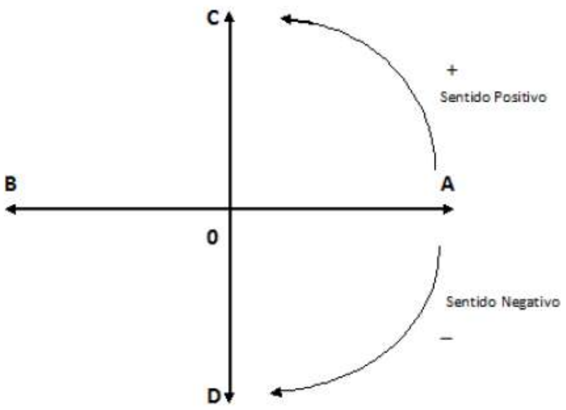
a) Como passar algebricamente da quantidade +f, representada por AO, para a quantidade –f, representada por OB?

b) Como passar geometricamente da quantidade +f, representada por AO, para a quantidade –f, representada por OB?



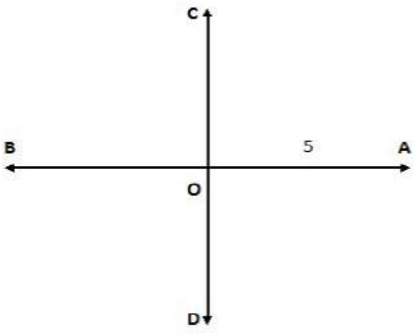
2ª Atividade –

Considere a imagem dos vetores AO, OC, OB e OD, todos de mesmo módulo.



Vamos considerar um fator i como operador algébrico que faz um vetor girar 90º no sentido positivo (senti anti-horário) e responder

a)Como fazer o vetor OA girar 90º, levando-o a OC, efetuando a rotação no sentido positivo.
b) Como fazer o vetor OC girar 90º, levando-o a OB, efetuando a rotação no sentido positivo.
c) Como fazer o vetor OA girar 90º, levando-o a OC, e logo depois OC, girar 90º, levando a OB?
d) Qual o fator que devemos considerar como operador algébrico para fazer um vetor girar -90º, efetuando uma rotação no sentido negativo.
e) Considere a seguinte imagem em que o vetor AO é igual a 5.



Então faremos

- OA girar 90º, encontramos OC igual a ....
- OA girar -90º, encontramos OD igual a ....
- OA girar 90º, encontramos OC e OC girar 90º, encontramos OB igual a ....
- OA girar 180º, encontramos OB igual a ....
- AO girar -90º , encontramos OD e OD girar -90º, encontramos OB igual a ....

3ª Atividade –

a) Qual é o valor de i?

b) Representem num mesmo sistema, de eixos perpendiculares, os vetores
z_1=OA, vetor de origem em (0,0) e extremidade em (2,0).
Z_2=OB, vetor de origem em (0,0) e extremidade em (-2,0).
Z_3=OC, vetor de origem em (0,0) e extremidade em (0,2).
Z_4=OD, vetor de origem em (0,0) e extremidade em (0,-2).

c) Os vetores z_1,z_2,z_3 e z_4 possuem módulo 2 (distância da extremidade à origem) igual a 2. Represente num mesmo sistema, de eixos perpendiculares, todos os vetores com origem em (0,0) e módulo 2. O que podemos concluir?

4ª Atividade –
I - Responda
a) O número $\sqrt{-4}$ pertence ao universo dos reais? Qual o valor de $\sqrt{-4}$ utilizando a definição de unidade imaginária?
b) O que são números complexos?
c) Todo número real é um número complexo?
d) Existe a raiz quadrada de um número negativo?Justifique.
e) O valor de $(-\mathbf{i})^2$ é o mesmo de $-\mathbf{i}^2$?

II- Observe a expressão abaixo e aponte qual é a passagem incorreta.

$$-1 = i \cdot i = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{(-1) \cdot (-1)} = \sqrt{1} = 1$$

5ª Atividade –

Para responder às questões propostas considere $i^2 = -1$

i	i^2	i^3	i^4
i^5	i^6	i^7	i^8
i^9	i^{10}	i^{11}	i^{12}
i^{13}	i^{14}	i^{15}	i^{16}

Quadrado1 – potências de i

i	-1	-i	1
i	-1	-i	1
i	-1	-i	1
i	-1	-i	1

Quadrado 2 – valores das potências i do quadrado 1

a) Calcule a soma de todos os números do quadrado 1.

b) Calcule a soma de todos os números do quadrado 2.

c) Calcule i^{200}, i^{31}, i^{1001} e i^{502}.

d) Calcule $(1 + i)^2$ e $(1-i)^2$.

6ª Atividade –

Sendo z_1 = 2+3i e z_2=-1 + 3i, calcule as operações indicadas.

a) $z_1 + z_2$

b) $z_1 - z_2$

c) $z_1 . z_2$

d) $1 / z_1$

e) z_1 / z_2

f) $- z_1 + z_2$

7ª Atividade – Formalizando os conhecimentos adquiridos

1) Os alunos trabalharam individualmente.
2) Cada aluno fez o registro, em seu caderno, dos conhecimentos adquiridos durante as atividades em grupo, sob a orientação da professora e com sugestões de todos os colegas.

AVALIAÇÃO

Os alunos foram avaliados no decorrer das atividades levando em consideração os objetivos propostos. Em aulas posteriores foi feita uma avaliação formalizada para conhecer se os conteúdos trabalhados estavam consolidados, levando em conta, principalmente, o descritor:

H36 - Efetuar cálculo envolvendo operações com números complexos na forma algébrica.

Questões Propostas

1. Calcule as seguintes somas.

a) (2 + 5i) + (3 + 4i)

b) i + (2 - 5i)

2. Calcule as diferenças.

a) (2 + 5i) - (3 + 4i)

b) (1 + i) - (1 - i)

3. Calcule os seguintes produtos.

a) (2 + 3i) (3 - 2i)

b) (1 + 3i) (1 + i)

4. Escreva os simétricos dos seguintes números complexos.

a) $3 + 4i$ b) $-3 + i$ c) $1 - i$ d) $-2 + 5i$

5. Escreva os conjugados dos seguintes números complexos.

a) $3 + 4i$ b) $1 - i$

6. Efetue as seguintes divisões de números complexos.

a) $\dfrac{-10+15i}{2-i}$ b) $\dfrac{1+3i}{1+i}$

7. Calcule as potências.

a) $(1 + i)^2$ b) $(-2 + i)^2$

8. Determine a parte real do número complexo $z = (1 + i)^{12}$.

9. Calcule o número complexo $i^{126} + i^{-126} + i^{31} - i^{180}$

10. (UFBA) - Sendo $a = -4 + 3i$, $b = 5 - 6i$ e $c = 4 - 3i$, calcule o valor de **a.c + b**.

11. (Mackenzie-SP) – Calcule o valor da expressão $y = i + i^2 + i^3 + ... + i^{1001}$.

12. A soma de um número complexo z com o triplo do seu conjugado é igual a (-8 - 6i). Calcule $\bar{z}$.

13. (FESP/UPE) - Seja $z = 1+ i$, onde i é a unidade imaginária. Calcule a potência z^8.

14. Sendo i a unidade imaginária e escrevendo $z = \frac{(3+i)^2}{1+i}$ na forma z = a +bi tem-se a + b igual a

A) -1 B) 2 C)1 D)6 E) 8

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CARNEIRO, José Paulo. A geometria e o ensino de números complexos**. Revista do professor de Matemática**. N. 55. São Paulo: RPM, 2004.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática.** V. único. São Paulo: Ática, 2005.

IEZZI, Gelson. et all**. Fundamentos de Matemática Elementar: complexos, polinômios e equações**. V. 6. 7 ed. São Paulo: Atual, 2005.

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo C. P.; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto. C. **A Matemática do Ensino Médio.** V 3. 9 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

______________. **Meu Professor de Matemática e outras histórias**. Coleção Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM:1991.

MILIES, César Polcino. A Emergência dos Números Complexos**. Revista do professor de Matemática**. N. 24. São Paulo: RPM, 1993.

PINTO JÚNIOR, Ulício. **A História dos Números Complexos: "das quantidades sofisticadas de Cardano às linhas orientadas de Argand"**. Rio de Janeiro: 2009. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Departamento de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro.

REIS NETO, Raimundo Martins. **Alternativa Metodológica para o Ensino e Aprendizagem de Números Complexos: uma experiência com professores e alunos**. Belo Horizonte, 2009. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Departamento de Matemática, PUC Minas Gerais.

SMOLE, Katia C.Stocco; DINIZ, Maria Ignez de S.Vieira . **Matemática Ensino Médio**. V. 3. 5 ed. São Paulo: Saraiva, 2005.

SPINELLI, Walter. **Nem tudo é abstrato no reino dos complexos.** Disponível em http://www.nilsonmachado.net/sema20091027.pdf. Acesso em 04.8.2012.