FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ
COLÉGIO: Colégio Estadual Alberto Torres
PROFESSOR (a): Viviane Barcelos Barreto
MATRÍCULAS: 914.580-6/920.499-1
SÉRIE: 3ª E.M.
TUTOR (A): Ramon Silva de Freitas

AVALIAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DO PLANO DE TRABALHO 1: NÚMEROS COMPLEXOS

Viviane Barcelos Barreto
vivi.b.barreto@hotmail.com

PONTOS POSITIVOS:

Ao preparar o plano de trabalho 1 sobre números complexos, pude melhorar a maneira de ensinar este conteúdo, que havia dado apenas no ano passado, mas neste ano, com uma diferença, consegui introduzir uma aplicação de números complexos, que desconhecia, fui saber, ao trabalhar com o livro adotado pelo colégio: Coleção Novo Olhar do autor Joamir Souza, editora FTD.

O trabalho no Laboratório de Informática foi bem aceito e entendido pelos alunos, sem falar que foi uma aula diferente e interessante para eles, o que faz mudar a atenção dos alunos para com o conteúdo.

Observei que a resolução da equação do 2º grau foi fácil para eles, pois já sabiam, e também na habilidade com o GeoGebra e o plano cartesiano ou Argand-Gauss, fizeram eles se interessarem mais pelo conteúdo.

A última atividade eles gostaram e não tiveram dificuldades em resolver. Gostaram de ler os textos nas questões e aprenderam mais sobre os números complexos.

PONTOS NEGATIVOS:

Como tenho três turmas de 3ª série/E.M., por problemas de horário, não pude levar uma das turmas ao laboratório para ensiná-los a trabalhar com o GeoGebra e fazer a atividade 3, sendo assim, tive que trabalhar no quadro mesmo, mas não deixei de falar sobre esta ferramenta.

Os alunos tiveram dificuldades ao calcular a divisão entre números complexos, eles acharam chato e sem finalidade. Mas tentei contornar a situação, e por isso não pude me aprofundar tanto.

ALTERAÇÕES:

Pela reação dos alunos, não mudaria muito meu Plano de Trabalho, pois foi na medida certa para o entendimento sobre o assunto. Apenas não aprofundaria muito na divisão de números complexos e acrescentaria mais textos contextualizados que mostrassem a importância dos números complexos. Em relação à apresentação do trabalho mudaria algumas partes dele, remodelando sua introdução e acrescentando algumas questões às atividades, pois senti necessidade durante sua implementação. Fiz alterações na carga horária colocada para cada atividade, pois em alguns casos achei que demoraria mais tempo e na verdade deram duas aulas, ou seja, uns 100 minutos.

IMPRESSÕES DOS ALUNOS:

Alguns alunos principalmente os rapazes e os que farão vestibular de Engenharia, ficaram muito interessados quando fiz a leitura e explicação do Texto da Transformação de Joukowski, eles simplesmente gostaram tanto que pesquisaram por conta própria sobre o assunto e na outra aula, me deram uma aula sobre ele. Eu adorei a participação deles, e a turma também ficou interessada.

Na atividade 3, quando os levei ao Laboratório, eles adoraram aprender a ferramenta do GeoGebra. Tiveram muita facilidade.

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ
COLÉGIO: Colégio Estadual Alberto Torres
PROFESSOR (a): Viviane Barcelos Barreto
MATRÍCULAS: 914.580-6 / 920.499-1
SÉRIE: 3ª E.M.
TUTOR (A): Ramon Silva de Freitas

PLANO DE TRABALHO REFEITO SOBRE NÚMEROS COMPLEXOS

Viviane Barcelos Barreto
vivi.b.barreto@hotmail.com

1. Introdução:

O objetivo deste Plano de Trabalho é de explicitar que o ensino da Matemática não está somente ligado à memorização de fórmulas, sentenças, propriedades e definições, e sim à capacidade de leitura e compreensão de textos, os quais são uma mistura da língua falada com os símbolos e as relações matemáticas. Essa nova maneira de ensino-aprendizado valoriza a experiência sociocultural do aluno, enfatizando os conhecimentos adquiridos durante o decorrer de seu amadurecimento.

O uso do livro didático adotado pelo Colégio trouxe um texto contextualizado e introdutório sobre o conteúdo de Números Complexos. Assim, o aluno obteve o privilégio de perceber a amplitude deste conteúdo, aumentando seu campo de conhecimento.

No estudo de Números Complexos, será mostrado a sua presença no nosso cotidiano através de texto contextualizado e softwares que auxiliam no ensino deste conteúdo, levando o aluno a perceber que o estudo de Números Complexos não é apenas uma coleção de fórmulas prontas e que o mesmo faz parte de diversas áreas do conhecimento, fazendo uma modelagem matemática de situações cotidianas.

2-Desenvolvimento:

Mostrar, através da leitura do texto do livro e acompanhado pelo Datashow, o texto previamente selecionado:

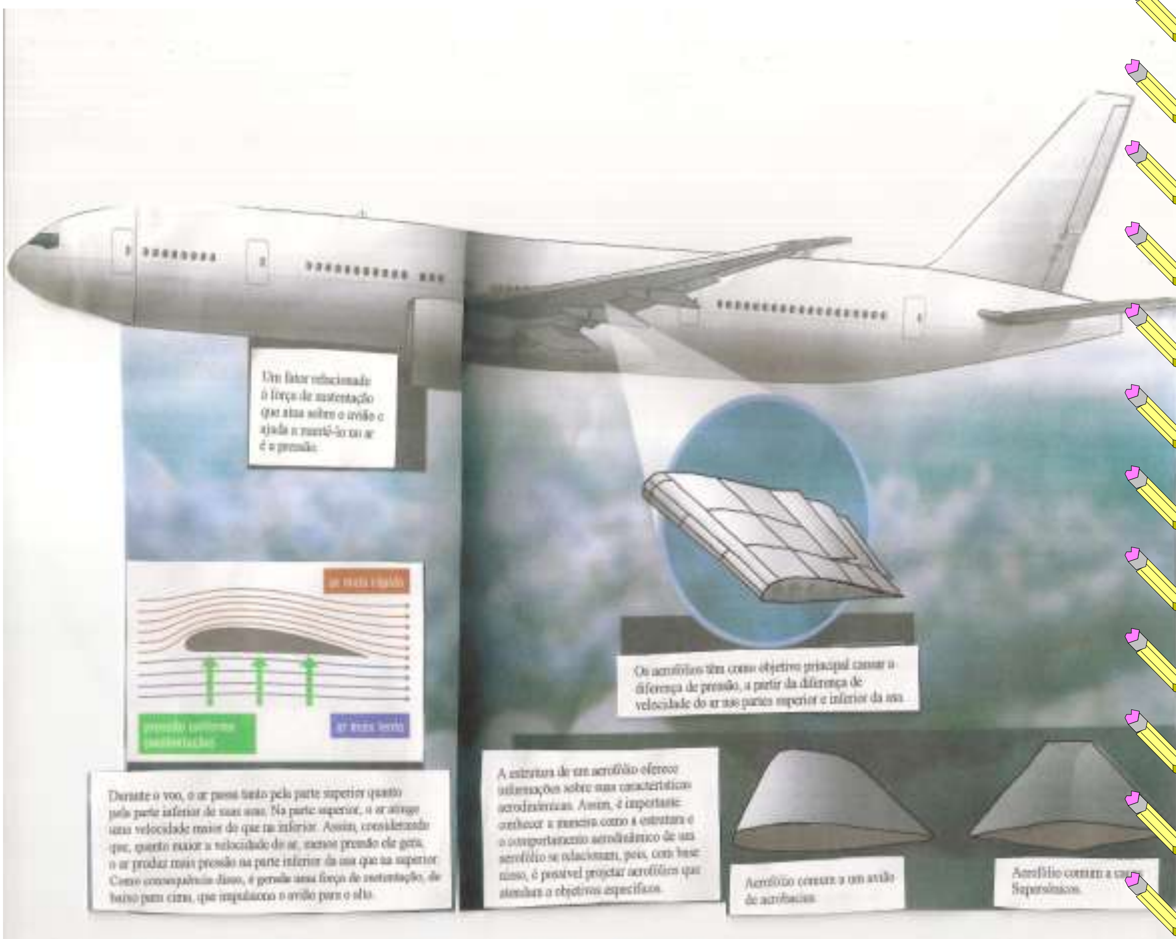
Entre as forças aerodinâmicas que atuam sobre o avião durante o voo, podemos destacar a de sustentação, considerada responsável por manter o avião no ar. Grande parte dessa força é gerada pelas asas, que geralmente são projetadas para serem rígidas, de modo a evitar movimentos excessivos durante o voo, colaborando para a tranquilidade de passageiros e pilotos.

Para entender o funcionamento das asas de um avião, existem alguns elementos que podem ser utilizados, como os aerofólios – formatos da seção transversal das asas –, que influenciam, entre outros aspectos, na força de sustentação gerada pelas asas.

No ano de 1915, o Naca (*National Advisory Committee for Aeronautics* – Comitê Consultivo Nacional sobre Aeronáutica), precursor da Nasa (*National Aeronautics and Space Administration* – Administração Aeronáutica e Espacial Nacional), foi criado pelo Congresso norte-americano, a fim de superar o atraso em relação à Europa na área de aviação. Nas décadas de 1920 e 1930, o Naca realizou vários testes em aviões, com os mais diferentes aerofólios, possibilitando aos engenheiros melhorar aspectos referentes à aerodinâmica dos aviões, pois eles obtiveram informações acerca da sustentação que os aerofólios podiam desenvolver em diversas condições de voo.

Um nome frequentemente associado ao estudo de aerofólios é o do matemático russo Nikolai Joukowski (1847-1921), que desenvolveu um método que ficou conhecido como a Transformação de Joukowski, possibilitando a engenheiros aeronáuticos realizar estudos sobre aerofólios e suas influências na força de sustentação dos aviões. Na Transformação de Joukowski, os conceitos utilizados estão relacionados ao conjunto dos números complexos.

Através deste texto, introduzir o Conteúdo números complexos, mostrando sua aplicação no cotidiano e através da ilustração abaixo, explicar a funcionalidade de Números Complexos nos voos de aviões de acrobacias e caças supersônicos.



Após leitura e explicação, mostrar que os conceitos utilizados estão relacionados ao Conjunto dos números complexos; a transformação de Joukowski possibilita aos engenheiros aeronáuticos a realização de estudos sobre aerofólios e suas influências na força de sustentação dos aviões. Alguns questionamentos podem ser feitos como: Qual é a função principal de um aerofólio em um avião?

Os conceitos utilizados na Transformação de Joukowski estão relacionados a que elementos da matemática? Quais as contribuições dessa transformação para engenheiros aeronáuticos?

Assim, começar a falar como surgiram os números complexos, que a esta altura os alunos já estarão curiosos para saber quem o que é este novo conjunto.

Fazer uma breve introdução do surgimento dos números complexos ao falar que desde que os babilônios descobriram a forma de resolver equações quadráticas, se passaram mais de 3000 anos até a descoberta da fórmula que dá as raízes das equações de terceiro grau por Del Ferro, Cardano e Tartaglia no início do século XVI. Explicar que construção da teoria dos números complexos tem sua origem na análise e busca de soluções de equações de terceiro grau. Apesar de muitos livros didáticos divulgarem que a sua construção se originou na análise das equações do segundo grau, mas, foram as equações de terceiro grau que impuseram a necessidade de trabalhar com os números complexos.

Após esta introdução, será proposto o começo das atividades:

Atividade 1 : Resolver uma equação do 2º grau com delta negativo para chegar a forma algébrica do número complexo.

Habilidade relacionada:

- ✓ Identificar e conceituar a unidade imaginária;
- ✓ Identificar o conjunto dos números complexos e representar um número complexo na forma algébrica.

Pré-requisitos:

- ✓ Resolver situações-problema envolvendo equação do 2º grau.

Tempo de Duração:

- ✓ 100 minutos

Recursos Educacionais Utilizados:

- ✓ Folha de atividades

Organização da turma:

- ✓ A tarefa será realizada individualmente pelos alunos com meu auxílio no quadro.

Objetivos:

- ✓ Desenvolver a abstração;
- ✓ Compreender novas estruturas matemáticas.

Metodologia adotada:

Resolver uma equação do 2º grau como, por exemplo, $x^2 + 2x + 5 = 0$ através da fórmula de Bháskara, $\dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, que por consequência depara-se com a raiz quadrada de um número negativo, que não pertence a IR. A resolução destas raízes só foi possível com a criação dos números complexos. O conjunto dos números complexos é representado pela letra ℂ e mais conhecido como o número da letra i, sendo designada nesse conjunto a seguinte fundamentação: $i^2 = -1$. Assim, ao encontrar as respostas os alunos identificarão a forma algébrica de um número complexo e suas partes Real (Re) e Imaginária (Im).

Folha de Atividade:

1- Resolva, em C, cada equação:

a) $x^2 + 4x + 5 = 0$ b) $x^2 - 2x + 5 = 0$ c) $9x^2 - 12x + 8 = 0$

2- (Saerjinho 2011) Considere a equação $x^2 - 6x + 25 = 0$, onde $x \in C$. O conjunto solução dessa equação é:

(a)S = { $3 - \sqrt{34}$, $3 + \sqrt{34}$}

(b)S = { -1 , 7}

(c)S = { 3 -4i , 3 + 4i}

(d) S= { 3 -8i, 3+8i}

(e) S = { }

3-Complete os espaços com as partes reais e imaginárias dos complexos a seguir:

a) $z = 3 + 4i \rightarrow \begin{cases} Re(z) = \_\_\_\_ \\ Im(z) = \_\_\_\_ \end{cases}$

b) $z = \dfrac{3 - 4i}{5} \rightarrow \begin{cases} Re(z) = \_\_\_\_ \\ Im(z) = \_\_\_\_ \end{cases}$

c) $z = -4i \rightarrow \begin{cases} Re(z) = \_\_\_\_ \\ Im(z) = \_\_\_\_ \end{cases}$

d) $z = -3i + 7 \rightarrow \begin{cases} Re(z) = \_\_\_\_ \\ Im(z) = \_\_\_\_ \end{cases}$

e) $z = 7 \rightarrow \begin{cases} Re(z) = \_\_\_\_ \\ Im(z) = \_\_\_\_ \end{cases}$

f) $z = \dfrac{-i}{3} \rightarrow \begin{cases} Re(z) = \_\_\_\_ \\ Im(z) = \_\_\_\_ \end{cases}$

Avaliação:

A avaliação desta atividade será feita de acordo com o descritor H36, que consiste em efetuar cálculos envolvendo operações com números complexos e de acordo com as respostas obtidas pelos alunos das questões propostas e do questionamento e troca de ideias e informações entre eles, mesmo sendo uma atividade individual.

Atividade 2: Números complexos no Plano.

Habilidade relacionada:

- ✓ Identificar o conjunto dos números complexos e representar um número complexo no Plano Cartesiano.

Pré-requisitos:

- ✓ Plano Cartesiano e Representação algébrica dos números complexos.

Tempo de Duração:

- ✓ 200 minutos (4 aulas), sendo 50 minutos para preparar a sala e os computadores, 50 min para ensinar a ferramenta do GeoGebra e os 100 min para os alunos fazerem as atividades.

Recursos Educacionais Utilizados:

- ✓ Datashow, computadores com software GeoGebra instalado, arquivos disponibilizados.

Organização da turma:

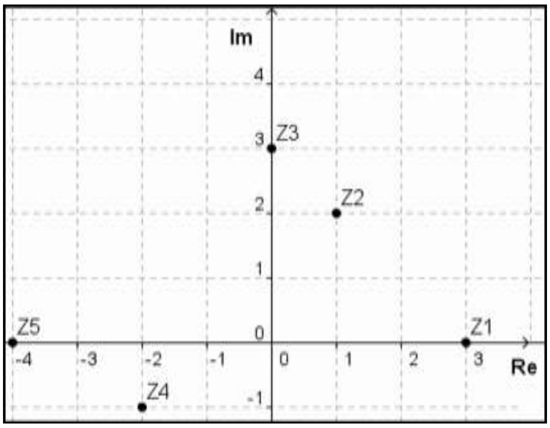
- ✓ A tarefa será realizada pelos alunos em grupos de três componentes no Laboratório de Informática.

Objetivos:

- ✓ Apresentar o Plano Cartesiano;
- ✓ Identificar no Plano cartesiano a representação geométrica dos números complexos.

Metodologia adotada:

Levar os alunos ao Laboratório e ensiná-los a usar a ferramenta do GeoGebra, após esta introdução, os alunos já tendo conhecimento que os números complexos podem também ser interpretados geometricamente, pois podemos associar ao número complexo $z = a + bi$ o par ordenado (a, b), mostrar na tela do computador, o plano cartesiano e vários pontos assinalados e a partir daí pedir aos alunos para escrever cada número complexo representado pelos pontos assinalados conforme a figura:



Escreva cada complexo na forma (a + bi).

z_1 = __________ z_2 = __________ z_3 = __________ z_4 = __________

z_5 = __________

Após esta atividade, propor aos alunos que construam outro plano cartesiano, inventando três pontos e representando os números complexos de acordo com a localização dada por cada trio no plano.

Avaliação:

- ✓ A avaliação desta atividade será pautada na integração dos trios ao manusear o computador e a dificuldade em identificar o número complexo no plano, além de ver as dificuldades em identificar no plano os eixos x(Real) e y(Imaginário) para dar o resultado correto dos números complexos. Também se deve levar em conta o ritmo de cada trio, e sempre que possível o professor dar um auxílio às dúvidas apresentadas. A avaliação desta atividade será feita de acordo com o descritor H36 - que consiste em efetuar cálculos envolvendo operações com números complexos, H47 - resolver situações-problema envolvendo equação do 2º grau e H02 - associar pontos no plano cartesiano às suas coordenadas e vice-versa.

Atividade 3 : Apresentar as operações básicas com números complexos.

Habilidade relacionada:

- ✓ Resolver problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação);
- ✓ Reconhecer números reais e números complexos em diversos conceitos.

Pré-requisitos:

- ✓ Operações básicas com números reais e produtos notáveis.

Tempo de Duração:

- ✓ 100 minutos

Recursos Educacionais Utilizados:

- ✓ Folha de atividades

Organização da turma:

- ✓ A tarefa será realizada pelos alunos em duplas.

Objetivos:

- ✓ Reconhecer a necessidade da ampliação do conjunto dos números reais;
- ✓ Operar com números complexos e identificar suas partes real e imaginária: somar, subtrair, multiplicar, dividir, calcular uma potência e o conjugado de um número complexo.

Metodologia adotada:

Nesta atividade, os alunos terão contato com as operações de adição, subtração, multiplicação, divisão, potências e o conjugado de um número complexo. Na folha de atividades, mostra bem as questões:

1) Resolver a equação do 2º grau $x^2 - 4x + 5 = 0$ e responder:

a) Qual o número complexo x_1?

b) Qual o número complexo x_2?

c) Qual é a diferença entre x_1 e x_2?

Os alunos chegarão à conclusão: O resultado encontrado é que x_1 é um número conjugado de x_2. A diferença é no sinal da parte imaginária.

d) O que acontece com o resultado $x_1 + x_2$?

e) Qual é o resultado de $x_1 - x_2$?

f) Qual é o produto entre x_1 e x_2?

g) Como resolver $(x_1)^2$?

h) Qual é o resultado do quociente $x_1 \div x_2$?

Obs.: Nesta questão, deve-se mostrar que para dividir um número complexo por outro se deve escrevê-los na forma de fração $\frac{x_1}{x_2}$ e multiplicarmos o numerador e denominador pelo conjugado do denominador.

2- Sendo dados os números complexos $z_1 = 3 + 4i$, $z_2 = -2 - i$, $z_3 = 1 - 2i$, $z_4 = 2i$ e $z_5 = 3$, realize os cálculos pedidos:

a) $z_1 + z_2 + z_3 =$

b) $z_1 - z_2 =$

c) $z_4 \cdot z_1 =$

d) $(z_1)^2 =$

e) $z_3 / z_4 =$

Avaliação:

- ✓ Observar a criatividade dos alunos em responder os questionamentos e também as perguntas e dificuldades encontradas durante a atividade. Considerar nesta avaliação não somente a capacidade de saber fazer as operações, mas também a integração com a dupla. A avaliação desta atividade será feita de acordo com o descritor H36, que consiste em efetuar cálculos envolvendo operações com números complexos e H47, resolver situações-problema envolvendo equação do 2º grau.

Atividade 4 : Questões contextualizadas relacionadas ao texto usado na introdução do conteúdo de números complexos.

Habilidade relacionada:

- ✓ Resolver problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação);
- ✓ Reconhecer números reais e números complexos em diversos conceitos.
- ✓ Identificar e conceituar a unidade imaginária;
- ✓ Identificar o conjunto dos números complexos e representar um número complexo na forma algébrica.

Pré-requisitos:

- ✓ Operações básicas com números reais e complexos.
- ✓ Geometria Plana.
- ✓ Cálculo de áreas.

Tempo de Duração:

- ✓ 60 minutos

Recursos Educacionais Utilizados:

- ✓ Atividade avaliativa (Teste).

Organização da turma:

- ✓ A tarefa será realizada pelos alunos em duplas.

Objetivos:

- ✓ Reconhecer a necessidade da ampliação do conjunto dos números reais;
- ✓ Operar com números complexos e identificar suas partes real e imaginária: somar, subtrair, multiplicar, dividir, potenciação e identificar o conjugado de um número complexo;

Metodologia adotada:

Aplicação de uma atividade onde os alunos, em duplas, mas sem a ajuda do docente, possam resolver questões relacionadas a todos os conteúdos dados durante as três atividades anteriores.

Avaliação:

A avaliação desta atividade será feita de acordo com os descritores:

- ✓ H36, que consiste em efetuar cálculos envolvendo operações com números complexos.
- ✓ H47, resolver situações-problema envolvendo equação do 2º grau.
- ✓ H52, resolver problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação e potenciação).
- ✓ H26, resolver problemas envolvendo noção de área de figuras planas, com ou sem malhas quadriculadas.
- ✓ H02, associar pontos no plano cartesiano às suas coordenadas e vice-versa.

C.E.A.T. – Colégio Estadual Alberto Torres.

Alunos:__________________ e___________________ Turma: ____ 3º Bimestre/2012

Professora: Viviane

<u>Atividade Avaliativa</u>

Atenção! As questões objetivas deverão ser justificadas.

1- Os aerofólios têm como objetivo principal causar a diferença de pressão, a partir da diferença de velocidade do ar nas partes superior e inferior da asa de um avião. Um nome frequentemente associado ao estudo de aerofólios é o matemático russo Nikolai Joukowski conhecido como a Transformação de Joukowski, que envolve o estudo do conjunto dos números complexos. Esta transformação, possibilitando aos engenheiros aeronáuticos, realizar estudos sobre aerofólios na força de sustentação de aviões. Considerando o conjunto dos números complexos, o valor do número complexo definido por Z = $\overline{(-4-2i)}$ – 2.(2 + 5i) é:

a) $-8-12i$

b) $-8-7i$

c) $-8-8i$

d) $-4-12i$

e) $-2-12i$

2- (UFF 2009) Reformulado

No período da "Revolução Científica", a humanidade assiste a uma das maiores invenções da Matemática que irá revolucionar o conceito de número: o número complexo. Rafael Bombelli (1526 – 1572), matemático italiano, foi o primeiro a escrever as regras de adição e multiplicação para os números complexos.

Dentre as alternativas a seguir, assinale aquela que indica uma afirmação incorreta.

a) O conjugado de (1 + i) é (1- i)

b) (1 + i).(1 - i) = 2

c) (1 + i) é raiz da equação $x^2 - 2x + 2 = 0$

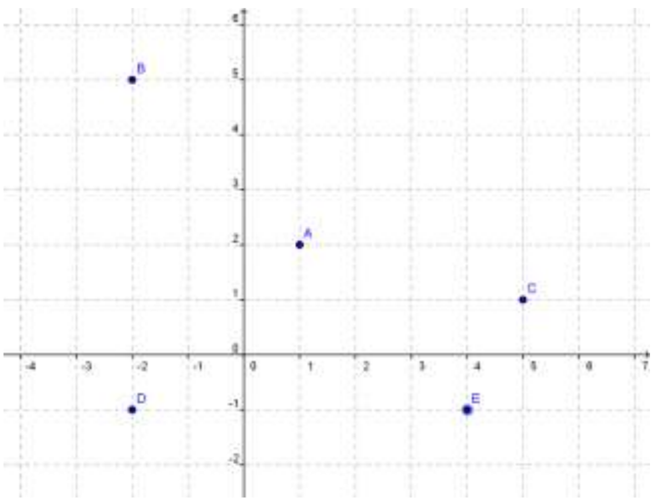
d) (1 + i) – (1 – i) = 2i

e) $(1 + i)^2 = 2i$

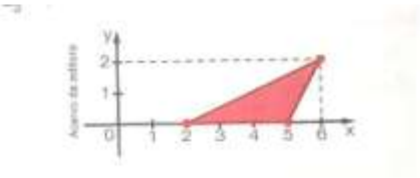
3- Se $f(z) = z^2 - z + 1$, então f(1 - i) é igual a:

a) i b) -i + 1 c) i – 1 d) i + 1 e) -i

4- Represente na forma algébrica os pontos assinalados no Plano Cartesiano abaixo:



5- Considere, no Plano complexo, conforme a figura, o triângulo de vértices $z_1 = 2$, $z_2 = 5$ e $z_3 = 6 + 2i$.



Determine o que se pede:

a) Os pares ordenados que determinam os vértices do triângulo:

b) Quanto aos ângulos como vocês classificariam este triângulo:

( ) Acutângulo ( ) Retângulo ( ) Obtusângulo

c) Lembrando que a fórmula da área de um triângulo é $A = \frac{b \times h}{2}$, calcule a área da figura, sabendo que as medidas de seus lados estão em centímetros.

Esta avaliação será conferida e avaliada pelo professor. Espera-se que o interesse e o entendimento dos alunos sejam maiores que o esperado. Pois, foram quatro etapas, bem formuladas para o entendimento dos alunos na medida certa.

Referências:

SOUZA, Joamir. **Coleção Novo Olhar**. 1. Ed. São Paulo: FTD.v.3.

NOÉ, Marcos. **Ensino contextualizado de Matemática.** Disponível em: <http:// educador.brasilescola.com/estrategias-ensino/ensino-contextualizadomatematica.htm. Acesso em 23 ago. 2012.

MIRANDA, Danielle de. **Adição, subtração e multiplicação de número complexo.** Disponível em: <http://www.brasilescola.com/matematica/adicao-subtracao-multiplicacao-numero-complexo.htm>. Acesso em 23 ago. 2012.

SABATUCCI, Jorge. **Orientação Pedagógica: Números Complexos.** Disponível em: <http://crv.educacao.mg.gov.br/SISTEMA_CRV/documentos/op/em/matematica/2010-08/op-em-ma-36.p>. Acesso em 23 ago.2012.

NÚMEROS Complexos – Exercícios. Disponível em: <http://www.coladaweb.com/exercicios-resolvidos/exercicios-resolvidos-de-matematica/numeros-complexos>. Acesso em 24 ago.2012.

EXERCÍCIOS - Números Complexos. Rio de Janeiro: UFF, 2009. Disponível em: <http://www.infoescola.com/matematica/numeros-complexos/exercicios/>. Acesso em 24 ago.2012.

GEOGEBRA. Disponível em: <http://geogebra.org/cms/>. Acesso em 23 ago.2012.