FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ

COLÉGIO: ESTADUAL JOSÉ GARCIA DE FREITAS

PROFESSOR: CÁRLAS DE OLIVEIRA REIS

MATRÍCULA: 0914412-2

SÉRIE: 2ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

TUTOR (A): FLÁVIA CRISTINA E SILVA HENRIQUES

Cárlas de Oliveira Reis
carlasdeoliveira@gmail.com

1. Introdução:

Muitas vezes, para designar com clareza certas situações, é necessário formar grupos ordenados de números que se apresentam dispostos em linhas e colunas numa tabela. Essas tabelas são chamadas em Matemática de matrizes. Com o advento da computação e a crescente necessidade de se guardar muita informação, as matrizes adquiriram uma grande importância.

As matrizes e os determinantes não são encontrados apenas no estudo da matemática, mas também na engenharia, informática, tabelas financeiras etc.

Determinante é uma matriz quadrada representada de uma forma diferente, pois calculamos o seu valor numérico, o que não acontece com a matriz. Nela, aplicamos as quatro operações, ou seja, somamos, multiplicamos, dividimos, subtraímos, obtendo outra matriz.

Utilizarei de uma apostila para fazer a abordagem de matrizes (os tipos , igualdade e conceito). As operações, com situações-problemas, roteiros de ações 1 - Operações com matrizes e 2 - Matrizes Inversas e Decodificação de Mensagens; os determinantes com o roteiro de ação 5 - Determinante, Matriz inversa e Planilhas Eletrônicas, na expectativa de alcançar uma aprendizagem mais dinâmica e significativa.

2. Estratégias adotadas no Plano de Trabalho

A apostila será entregue a cada aluno (a) para fazer a leitura, após os questionarei a cerca do que leram (os tipos de matrizes, igualdade e conceito). As atividades propostas na apostila serão feitas individualmente.

Situações-problemas serão passadas no quadro das operações adição e subtração, um exercício de pesquisa será utilizado para introduzir a multiplicação de matrizes (ambos retiradas da apostila da Elaine Pimentel/ Midioteca).

O roteiro de ação 1 será utilizado para reforçar e melhorar o aprendizado das operações com matrizes, principalmente a multiplicação; o roteiro de ação 2 para trabalhar com matrizes inversas e decodificação de mensagens e o roteiro de ação 5 para o cálculo do determinante e a obtenção de matriz inversa usando planilhas eletrônicas.

Habilidades relacionadas:

* Identificar e representar os diferentes tipos de matrizes.

* Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes

*Resolver problemas utilizando as operações com matrizes e a linguagem matricial.

*Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem 2 e 3.

Pré-requisitos:

* Definição de matrizes, operações elementares com números reais.

* Operações com matrizes.

*Conhecimentos mínimos em manipulação de softwares.

Tempo de Duração:

12 horas/aulas

Recursos Educacionais Utilizados:

* Apostila impressa sobre os tipos de matrizes e conceito.

* Situações-problemas no quadro das operações (adição e subtração).

***** Roteiro de ação 1- Operação com Matrizes.

*Roteiro de ação 2- Matrizes Inversas e Decodificação de Mensagens.

* Roteiro de ação 5 - Determinante, Matriz inversa e Planilhas Eletrônicas.

* Livro Texto.

*Atividades impressas ou xerocadas.

Organização da turma:

A turma será organizada: individualmente ou em duplas.

Objetivos:

* Desenvolver as habilidades relacionadas às operações com matrizes.

* Trabalhar com as operações e propriedades das matrizes por meio da codificação e decodificação de mensagens.

* Usar planilhas eletrônicas para o cálculo de determinantes e a obtenção de matriz inversa.

Metodologia adotada:

A apostila será utilizada como instrumento reflexivo para a aprendizagem. Depois de feita a leitura, eles serão questionados sobre o que entenderam e farão as atividades propostas na mesma; as atividades de fixação dessa apostila serão retiradas do livro texto.

As atividades propostas nos roteiros de ações: Operação com Matrizes, Matrizes Inversas e Decodificação de Mensagens e Determinante, Matriz inversa e Planilhas Eletrônicas, serão resolvidas de acordo com as sugestões contidas neles.

Conduzir e organizar o trabalho em sala de aula, buscando desenvolver a autonomia dos alunos. Motivá-los a refletir, investigar, levantar questões e interagir com a professora e com os colegas, durante todo o processo de aprendizado.

3. Avaliação:

A avaliação deve ser vista como um diagnóstico contínuo e dinâmico, tornando-se um instrumento fundamental para fornecer informações sobre como está se realizando o processo ensino-aprendizagem, para repensar e reformular os métodos, os procedimentos e as estratégias de ensino, para que realmente o aluno aprenda. Nessa perspectiva, a avaliação deixa de ter o caráter "classificatório" de simplesmente aferir o acúmulo de conhecimento para promover ou reter o aluno.

Um bom planejamento é o primeiro passo para atingir uma avaliação dentro de parâmetros estabelecidos previamente. O que se pretende é que os alunos assimilem, ou aprendam ao final de um procedimento, depende, na maioria das vezes, da forma como esse processo evolui, da sua coerência, da sua pertinência, das metas propostas e da conquista paulatina de cada uma delas.

Avaliar constantemente é uma maneira de estar sempre a par do andamento da turma e do indivíduo, sem deixar" lacunas ou hiatos" no processo de aprendizagem.

Assim sendo, as avaliações serão: A participação efetiva de cada aluno durante as aulas e as atividades feitas nas mesmas, tarefa de casa, pesquisas, provas xerocadas ou impressas, dos descritores: H32 e H33.

C. E. José Garcia de Freitas

Aluno(a):____Turma: 2001

1ª apostila do 3º Bimestre – 01/08/12

Tipos de Matrizes: Uma matriz recebe certo tipo de nome dependendo da quantidade de elementos em suas linhas e colunas ou apenas por características específicas.

►Matriz linhas

Recebe o nome de Matriz linha toda matriz que possui apenas uma linha. O número de colunas é independente. Por exemplo:

$$\begin{Vmatrix} -5 & 1 & 2 \end{Vmatrix}_{1 \times 3}$$

►Matriz coluna

Recebe o nome de Matriz coluna toda matriz que possuir apenas uma coluna. O número de linhas é independente. Por exemplo:

$$\begin{bmatrix} 50 \\ -63 \\ -8 \\ -11 \\ 7 \end{bmatrix}_{5 \times 1}$$

►Matriz nula

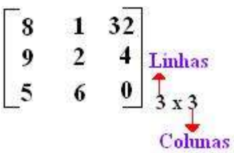
Recebe o nome de Matriz nula toda matriz que independentemente do número de linhas e colunas todos os seus elementos são iguais a zero. Por exemplo:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$$

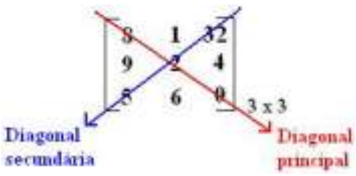
Podendo ser representada por $0_{3 \times 2}$.

►Matriz quadrada

Matriz quadrada é toda matriz que o número de colunas é o mesmo do número de linhas. Por exemplo:



Quando a matriz é quadrada nela podemos perceber a presença de uma diagonal secundária e uma diagonal principal.



►Matriz diagonal

Será uma matriz diagonal, toda matriz quadrada que os elementos que ***não pertencem*** à ***diagonal principal*** sejam iguais a zero. Sendo que os elementos da diagonal principal podem ser iguais a zero ou não. Por exemplo:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{3x3} \qquad \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{3x3}$$

diagonal principal   diagonal principal

$$\begin{bmatrix} -9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}_{4x4}$$

diagonal principal

►Matriz identidade

Para que uma matriz seja matriz identidade ela tem que ser quadrada e os elementos que pertencerem à diagonal principal devem ser iguais a 1 e o restante dos elementos iguais a zero. Veja o exemplo:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{4x4}$$

diagonal principal

►Matriz oposta

Dada uma matriz B, a matriz oposta a ela é - B. Se tivermos uma matriz:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 50 & -11 \\ -63 & 7 \\ -8 & 10 \end{bmatrix}_{3x2}$$

A matriz oposta a ela é:

$$-\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -50 & 11 \\ 63 & -7 \\ 8 & -10 \end{bmatrix}_{3x2}$$

Concluímos que, para encontrar a matriz oposta de uma matriz qualquer basta trocar os sinais dos elementos.

►Matrizes iguais ou igualdade de matrizes

Dada uma matriz A e uma matriz B, as duas poderão ser iguais se somente seus elementos correspondentes forem iguais.

$$A = \begin{bmatrix} -50 & 11 \\ 63 & -7 \\ 8 & -10 \end{bmatrix}_{3x2} \qquad B = \begin{bmatrix} -50 & 11 \\ 63 & -7 \\ 8 & -10 \end{bmatrix}_{3x2}$$

As matrizes A e B são iguais, pois seus elementos correspondentes são iguais.

Resumindo: Matrizes são objetos matemáticos organizados em linhas e colunas. Por exemplo, podemos colocar os dados referentes a altura, peso e idade de uma família de cinco pessoas descritos na tabela:

	altura (metros)	peso (quilogramas	Idade (anos)
João (pai)	1,82	93	62
Mariana (mãe)	1,70	70	60
Jorge (irmão)	1,85	80	35
Marina (irmã)	1,74	78	33
Júnior (irmão)	1,80	75	30

Cada um dos seus elementos tem dois índices ($a_{i\,j}$). O primeiro índice i indica à linha e o segundo índice j a coluna. O número de linhas e colunas que uma matriz tem chama dimensão da matriz. A matriz ao lado tem m linhas e n colunas e dizemos que ela tem dimensão m x n (m por n) e a representamos por $A = (a_{i\,j})_{m\,x\,n}$. Quando o número de linhas é igual ao número de colunas dizemos que a matriz é de ordem n e a chamamos de matriz quadrada.

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{vmatrix}$$

Atividades propostas

1 - As vendas em uma loja de departamentos em relação aos produtos bolsa, sapato e cintos, no primeiro trimestre de determinado ano podem ser expressas pela tabela a seguir.

	Janeiro	Fevereiro	Março
Bolsa	20000	18000	23000
Sapato	17500	23000	22000
Cinto	12350	12000	15000

a)Escreva a matriz que representa a tabela mostrada.

b) Qual a sua ordem (indique linhas e colunas: A_{mxn})?

c) Que elemento ocupa a posição $\mathbf{a_{23}}$**?**

2) (Curso Impacto – PA) Uma rede é composta por cinco lojas, numeradas de 1 a 5. A tabela a seguir representa o faturamento, em reais, de cada loja nos quatro primeiros dias de janeiro:

$$\begin{bmatrix} 1.950 & 2.030 & 1.800 & 1.950 \\ 1.500 & 1.820 & 1.740 & 1.680 \\ 3.010 & 2.800 & 2.700 & 3.050 \\ 2.500 & 2.420 & 2.300 & 2.680 \\ 1.800 & 2.020 & 2.040 & 1.950 \end{bmatrix}$$

a) Qual foi o faturamento da loja 3 no dia 2?

b) Qual foi o faturamento de todas as lojas no dia 3?

c) Qual o faturamento da loja 1 nos 4 dias?

3)**(UFRJ)** Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ em que a_{ij} representa quantas unidades do material **j** serão empregados para fabricar uma roupa do tipo **i** em uma confecção que vai fabricar 3 tipos de roupas utilizando materiais diferentes.

Quantas unidades do material 3 serão empregados na confecção de uma roupa do tipo 2?

4) Escreva as matrizes de acordo com as relações entre as posições **i** e **j**.
a) $A = (a_{ij})_{2x3}$, onde $a_{ij} = 2i - j$

b) $B = [b_{ij}]_{2x2}$, onde $b_{ij} = \begin{cases} i + j, i = j \\ i - 2j, i \neq j \end{cases}$

obs.: Passei as atividades no quadro, citadas na avaliação acima, da apostila Eliane Gouvêa Pimentel o que foi muito proveitoso.

Atividades do descritor H32 – Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem 2 ou 3 e H33 – Operações com matrizes

1)

(M121001RJ) Veja a matriz.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 9 & 2 \end{bmatrix}$$

O valor do determinante dessa matriz é

A) –17

B) –5

C) 5

D) 17

E) 37

2)

(M111011RJ) Dadas as matrizes $k = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $L = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 0 \\ -3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$, qual é o resultado de 2k - L?

A) $\begin{bmatrix} 8 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

B) $\begin{bmatrix} -2 & 7 & 2 \\ 2 & -1 & -5 \end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix} 1 & 12 & 4 \\ 1 & -1 & -6 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 11 & 8 & 4 \\ -5 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix} 1 & 12 & 4 \\ -4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

3)

(M121003RJ) Observe as matrizes R e S.

$R = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$ e $S = \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$

O produto das matrizes R e S é igual à matriz

A) $\begin{bmatrix} 15 & 16 \\ 7 & 24 \end{bmatrix}$

B) $\begin{bmatrix} 17 & 36 \\ 39 & 80 \end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix} 17 & 36 \\ 35 & 31 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 18 & 28 \\ 39 & 80 \end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix} 13 & 12 \\ 31 & 32 \end{bmatrix}$

4) Ana precisa comprar três medicamentos diferentes que o médico receitou para seu filho. Como os preços dos remédios não são tabelados, ela resolveu fazer uma pesquisa nas três farmácias do bairro.
A tabela abaixo fornece os valores de cada medicamento em cada farmácia.

	1º Medicamento	2º Medicamento	3º Medicamento
Farmácia A	R$12,90	R$13,30	R$14,90
Farmácia B	R$11,90	R$13,60	R$16,20
Farmácia C	R$13,10	R$12,50	R$15,90

Sabendo que Ana terá que comprar 3 caixas do 1° medicamento, 1 caixa do 2° medicamento e 2 caixas do 3° medicamento. Qual o valor pago por Ana na farmácia que ofereceu o melhor orçamento?

a) R$ 78,00 b) R$ 81,85 c) R$ 81,70 d) R$ 83,60 e) R$ 76,80

Questão 03 M111012RJ

O determinante da matriz $Q = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 0 & -2 & \frac{1}{2} \\ -1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ é igual a

A) $-\frac{57}{2}$

B) -26

C) $-\frac{49}{2}$

D) -24

E) -22

Questão 37 M111013RJ

Dadas as matrizes $M = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ e $N = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$, qual o resultado do produto M x N?

A) $\begin{bmatrix} -4 & 5 \\ 0 & -1 \\ -6 & -2 \end{bmatrix}$

B) $\begin{bmatrix} -20 & 10 \\ 0 & 0 \\ 12 & -6 \end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix} 6 \\ -4 \\ 0 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 8 \end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -8 \end{bmatrix}$

5)D. Lucinda preocupada com a notas de Português, Matemática e Física do 2° bimestre de seus 3 filhos. Resolveu montar tabelas com as notas do teste e prova das disciplinas, para saber as notas que teriam ao final do bimestre, veja as tabelas:

Teste	Português	Matemática	Física
Lucia	4	3	2
Luciano	5	4	3
Lavinia	3	5	3

Prova	Português	Matemática	Física
Lucia	4	2	2
Luciano	3	4	3
Lavinia	3	3	2

Para saber suas notas bimestrais ela somou as notas de teste e prova de cada um deles. Qual foi o resultado desta soma? (transforme as tabelas em Matrizes T e P e efetue).

4)(SAERJINHO – 2011) Mara tomou emprestado R$ 1.500,00 de sua amiga. Combinou de pagar em 2 meses, a uma taxa de 3% ao mês, no regime de capitalização simples. Quanto Mara deverá pagar à sua amiga?
a. R$ 90,00 b. R$ 1.414,42 c. R$ 1.590,00 d. R$ 1.591,35 e. R$ 1.950,00

5)(SAERJINHO – 2011) Uma empresa comercializa embalagens de suco na forma de um prisma reto, cuja base é um quadrado de lado 6 cm e a altura é 10 cm. Qual o volume máximo para esta embalagem?
a. 16 cm³ b. 36 cm³ c. 60 cm³ d. 240 cm³ e. 360 cm³

6)ENEM (2000) – Uma editora pretende despachar um lote de livros agrupados em 100 pacotes de 20 cm x 20 cm x 30 cm. A transportadora acondicionara esses pacotes em caixas com formato de bloco retangular de 40 cm x 40 cm x 60 cm. A quantidade mínima necessária de caixas para esse envio é:
a. 9 b. 11 c. 13 d. 15 e. 17

Exercícios de fixação de determinantes

1)Calcule os seguintes determinantes:

a) $\begin{pmatrix} -4 & 8 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 8 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -7 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} -4 & 6 & -9 \\ -3 & 4 & 6 \\ -1 & 3 & 8 \end{pmatrix}$

2) Se a = $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}$, b = $\begin{vmatrix} 21 & 7 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}$ e c = $\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$, determine A = $a^2 + b - c^2$.

3) Resolva a equação $\begin{vmatrix} x & x \\ 5 & x \end{vmatrix} = -6$.

4)Calcule o valor do determinante da matriz A = $\begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 5 & 7 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

5) Resolva a equação $\begin{vmatrix} x+1 & 2 & 3 \\ x & 1 & 5 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ x & -2 \end{vmatrix}$

6)Resolva as equações:

a) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & x \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$ b) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & x \\ 2 & x & -3 \end{vmatrix} = 2$ c) $\begin{vmatrix} x+1 & 3 & x \\ 3 & x & 1 \\ x & 2 & x-1 \end{vmatrix} = 0$

7) Foi realizada uma pesquisa, num bairro de determinada cidade, com um grupo de 500 crianças de 3 a 12 anos de idade. Para esse grupo, em função da idade *x* da criança,

concluiu-se que o peso médio p(x), em quilogramas, era dado pelo determinante da matriz *A*, em que: $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -x \\ 0 & 2 & \frac{2}{3} \end{vmatrix}$, com base na fórmula p(x) = det A, determine:

a)O peso médio de uma criança de 7 anos
b)A idade mais provável de uma criança cuja o peso é 30 kg.

4. Referências:

ROTEIROS DE AÇÃO e TEXTOS – Matrizes e Determinantes – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 3º bimestre/2012. Disponíveis em: http://projetoseeduc.cecierj.edu.br. Acesso em 08 de Agosto de 2012.

MATEMÁTICA CONTEXTO & APLICAÇÕES, 2º ano/Dante, Luiz Roberto. – 1ª Edição, Editora Ática, Volume 2, São Paulo, 2012.

TIPOS DE MATRIZES – Disponível em: www.brasilescola.com/matrizedeterminante Acesso em 30 de julho de 2012.

DEFINIÇÃO DE MATRIZES – disponível em: www.igm.mat.br/.../index.php?...def matrizes...Acesso em 30 de julho de 2012.

MATRIZES E DETERMINANTES – Disponível em: http//www.mat.ufmg.br/~elaine/GAAL/matriz.pdf. Acesso em 08 de agosto de 2012.