Formação Continuada em Matemática
Fundação CECIERJ/ Consórcio CEDERJ

Matemática 2º ano
3º Bimestre de 2012

Plano de Trabalho 1: MATRIZES

Cursista: **Josiane da Cunha Souza Page**
Tutor: **Deivis de Oliveira Alves**

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem por objetivo permitir com que os alunos compreendam a Matemática por meio de situações-problema que os façam pensar, analisar, julgar e decidir-se pela melhor solução. O pré-requisito básico destas atividades propostas serão a leitura, interpretação e as operações básicas matemáticas.

No primeiro momento da tarefa iremos ler um livro de Oscar Guelli, intitulado "**Queimem os livros de Matemática**", pois este nos dará suporte para a Introdução do conteúdo de Matrizes que será trabalhado. O próximo passo será a resolução de dez situações-problemas que irão conduzir o estudo de matrizes que irão trabalhar as habilidades H33 da Matriz de Referência do Saerjinho. Depois utilizaremos a abordagem histórica para compreender todo o processo de desenvolvimento das matrizes e por fim os alunos serão desafiados através de um jogo para fixar o aprendizado decorrente da aula.

As matrizes constituem um importante instrumento de cálculo, com aplicações em Matemática, Engenharia, Informática e outras ciências. Também em nosso cotidiano as matrizes podem ser (são) utilizadas em diferentes situações, sendo comum e freqüente nos jornais e revistas a presença de tabelas relativas aos mais variados assuntos, apresentando números dispostos em linhas e colunas.

A História nos ensina que as civilizações da Índia e da China são anteriores às civilizações grega e romana, mas não mais antigas que as do Egito e Babilônia. Nas obras Matemáticas de autoria chinesa nota-se que os chineses gostavam bastante de diagramas de formato quadrado e o primeiro registro de um quadrado mágico é encontrado em obras chinesas.

Contando história, um jeito divertido, inteligente e instigante de iniciar o aprendizado. Por exemplo, o quadrado mágico, na qual as somas nas horizontais, nas verticais e nas duas diagonais é sempre a mesma, remonta aos dias de um lendário imperador de nome Yii. Embora os chineses já tivessem noções sobre matrizes e até mesmo fizessem aplicações com elas, só no século XIX, um dos maiores matemáticos franceses dessa época, o parisiense Augustin-Louis Cauchy (1789-1857), num famoso artigo matemático publicado em 1812, fala sobre as matrizes. Os historiadores citam o inglês Arthur Cayley (1821-1895) como o descobridor e criador da álgebra das matrizes.

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 1:

HABILIDADE RELACIONADA: Ler e interpretar a história selecionada. Construir quadrados mágicos utilizando várias operações. Associar o quadrado mágico com matriz.

PRÉ-REQUISITOS: Leitura e interpretação de textos.

TEMPO DE DURAÇÃO: 50 minutos.

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Livro: "QUEIMEM DOS LIVROS DE MATEMÁTICA" de Oscar Guelli.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Grupos de no máximo 4 alunos.

OBJETIVOS: Apresentar e interpretar a história do quadrado mágico, construir quadrados mágicos e visualizar esses quadrados como matrizes.

METODOLOGIA ADOTADA: Leitura compartilhada em grupos do livro Queimem os livros de Matemática de Oscar Guelli que descreve a história do quadrado mágico. Em seguida, entenderemos o texto com algumas questões propostas:

1) Explique com suas palavras para que o astuto imperador Ti queria mandar queimar todos os livros de Matemática.
2) Qual foi a reação dos sábios?
3) O que aconteceu com eles?
4) Escreva com suas palavras as qualidades que fizeram com que o imperador Lii ficasse conhecido como o Bondoso Lii.
5) Por que você acha que a pequena tartaruga entregou a Ti um quadrado mágico incompleto, com apenas um número?

Logo após, passaremos para a construção de um quadrado mágico conforme orientação do livro e ampliaremos os nossos conhecimentos construindo outros quadrados mágicos não somente de soma mas também de multiplicação, visualizando que cada quadrado mágico constitui uma matriz.

ATIVIDADE 2:

HABILIDADE RELACIONADA: Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes H33.

PRÉ-REQUISITOS: Operações básicas: soma, subtração e multiplicação.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos.

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha fotocopiada (xerox).

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Grupos de no máximo 4 alunos.

OBJETIVOS: Representar genericamente uma matriz; Construir uma matriz a partir da lei de formação; reconhecer elementos correspondentes em matrizes de mesmo tipo; adicionar, subtrair e multiplicar matrizes.

METODOLOGIA ADOTADA: Resolver dez situações-problema levando os alunos a representar e construir uma matriz através de uma lei de formação e efetuar operações. Em cada atividade os conceitos serão transmitidos gradativamente para garantir um aprendizado concreto.

1) Um professor de Matemática, para avaliar 5 alunos de uma classe, fez uma prova de 3 questões. Depois da prova, construiu uma matriz $A = (a_{ij})$ de modo que cada linha corresponda a um aluno e cada coluna a uma questão proposta na prova. Se o aluno acerta a questão, o professor coloca a nota 1 e quando erra, coloca 0.

Sabendo que $a_{ij} = \begin{cases} 0, se i \rangle j \\ 1, se i \leq j \end{cases}$, pergunta-se:

a) Quantos alunos acertaram todas as questões?
b) Quantos alunos erraram todas?

2) Uma confecção vai fabricar 3 tipos de roupa utilizando materiais diferentes. Considere a matriz $A = (a_{ij})$ abaixo, na qual a_{ij} representa quantas unidades do material j serão empregadas para fabricar uma roupa do tipo i.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

a) Quantas unidades do material 3 serão empregadas na confecção de uma roupa do tipo 2?
b) Calcule o total de unidades do material 1 que será empregado para fabricar cinco roupas do tipo 1, quatro roupas do tipo 2 e duas roupas do tipo 3.

3) Uma empresa é formada pelas lojas A e B, concessionárias de automóveis. Realizado um estudo sobre a aceitação de dois novos modelos de veículos nos quatro primeiros dias de fevereiro, foram obtidos os seguintes resultados:

$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ sendo que:

- A matriz A descreve o desempenho da loja A, de modo que cada elemento a_{ij} é o número de unidades vendidas do modelo i no dia j;
- A matriz B descreve o desempenho da loja B, de modo que cada elemento b_{ij} é o número de unidades vendidas do modelo i no dia j.

a) Quantas unidades do modelo 2 foram vendidas no dia 3 de fevereiro pela loja A?
b) Quantas unidades do modelo 1 foram vendidas no dia 2 de fevereiro pela loja B?
c) No período considerado, construa uma matriz que descreva, dia a dia, as vendas de cada modelo nas duas lojas juntas.
d) No período considerado, construa uma matriz que compare o desempenho da loja A em relação à loja B, nas vendas diárias de cada modelo.

4) Em maio de 2007, um dos maiores jogadores de todos os tempos marca seu milésimo gol. Romário faz o gol de número mil contra o Sport após uma cobrança de pênalti. O dia da

semana em que Romário realizou essa façanha é o mesmo de um dos elementos da matriz AB, em que A é a matriz 4 x 7 formada apenas pelos números do calendário $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 15 & 16 & 17 & 18 & 19 & 20 & 21 \\ 22 & 23 & 24 & 25 & 26 & 27 & 28 \end{pmatrix}$ e B é a matriz $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Portanto, Romário marcou seu milésimo gol em qual desses dias da semana?

a) domingo
b) segunda-feira
c) terça-feira
d) quarta-feira
e) quinta-feira

5) A 1ª linha da matriz abaixo representa quantos quilogramas de farinha são utilizados por uma padaria para fazer certas receitas, e a 2 linha, o número respectivo de ovos utilizados em cada uma delas.

$$\begin{pmatrix} 1,5 & 0,9 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

Escreva a matriz que representa a quantidade necessária de farinha e ovos para preparar 15 receitas de cada tipo.

6) A partir da matriz abaixo, escreva uma situação semelhante à apresentada na atividade anterior. Depois, elabore algumas perguntas e dê para um colega resolver. Ao final, verifiquem se as respostas estão corretas.

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 0,5 \\ 1,5 & 3 & 1 \\ 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

7) Observe parte da tabela do quadro de medalhas dos jogos Pan-americanos do Rio de Janeiro em 2007:

País	**Medalhas**			
	Tipos			**Total**
	1º ouro	**2º prata**	**3º bronze**	
1 – Estados Unidos	97	88	52	237
2 – Cuba	59	35	41	135
3 - Brasil	54	40	67	161

Com base na tabela, é possível formar a matriz quadrada A cujos elementos a_{ij} representam o número de medalhas do tipo j que o país i ganhou, sendo i e j pertencentes ao conjunto $\{1,2,3\}$.

Para fazer outra classificação desses países, são atribuídos às medalhas os seguintes valores:

- ouro: 3 pontos; - prata: 2 pontos; - bronze: 1 ponto.

Esses valores compõem a matriz $V = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Determine, a partir do cálculo do produto A x V, o número de pontos totais obtidos pelos três países separadamente.

8) Uma indústria farmacêutica produz, diariamente, p unidades do medicamento X e q unidades do medicamento Y, ao custo unitário de r e s reais, respectivamente. Considere as matrizes M, 1x2, e N, 2x1:

$$M = \begin{bmatrix} 2p & q \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad N = \begin{bmatrix} r \\ 2s \end{bmatrix}$$

A matriz produto M x N representa o custo da produção de:

a) 1 dia
b) 2 dias
c) 3 dias
d) 4 dias
e) 5 dias

9) Um empresário produz goiabada e bananada. A produção desses doces passa por dois processos: a colheita das frutas e a fabricação das compotas. O tempo necessário para a conclusão dos processos é dado, em dias, pela matriz:

$$M = \begin{array}{cc} \scriptstyle colheita & \scriptstyle fabricação \\ \end{array}$$
$$M = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 6 & 5 \end{pmatrix} \begin{array}{l} goiaba \\ banana \end{array}$$

Esse empresário possui duas fábricas: I e II. Os gastos diários, em milhares de reais, para realização de cada um dos processos são dados pela matriz:

$$\begin{array}{cc} \scriptstyle fábrica\ I & \scriptstyle fábrica\ II \end{array}$$
$$N = \begin{pmatrix} 12 & 4 \\ 8 & 10 \end{pmatrix} \begin{array}{l} colheita \\ fabricação \end{array}$$

Considerando essa situação:

a) Calcule o produto M x N
b) Explicite que informação cada elemento da matriz produto M x N fornece.

10) Uma doceira produz dois tipos de bombons, A e B. Para a produção desses bombons, são utilizados três ingredientes: X, Y e Z, nas seguintes proporções:

$$\begin{cases} bombomA: 5unidadesDeX, \\ 3UnidadesDeYe4UnidadesDeZ \\ bombomB: 8unidadesDeX, \\ 2unidadesDeYe7unidadesDeZ \end{cases}$$

A doceira recebeu a seguinte encomenda para os meses de outubro e setembro:

$$\begin{cases} outubro: 50bombonsAe \\ 20bombonsB \\ setembro: 30bombonsAe \\ 40bombonsB \end{cases}$$

Com base nesses dados, escreva uma matriz que represente:

a) a quantidade de ingredientes por bombons

b) a quantidade de bombons por meses
c) a quantidade de ingredientes por meses

ATIVIDADE 3:

HABILIDADE RELACIONADA: perceber que o desenvolvimento progressivo no qual surgiram dúvidas e contradições permite a compreensão da matemática como uma construção humana, com influências sociais e culturais.

PRÉ-REQUISITOS: Leitura e interpretação de texto.

TEMPO DE DURAÇÃO: 20 minutos.

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: notebook, projetor de multimídia.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Grupos de no máximo 4 alunos.

OBJETIVOS: Despertar a consciência crítica e perceber que os conteúdos de Matemática foram descobertos em consequência da necessidade de resolver problemas existentes.

METODOLOGIA ADOTADA: Será apresentado aos alunos através de slides o histórico do estudo das Matrizes.

A álgebra das matrizes foi criada pelo matemático inglês Arthur Cayley (1821-1895) que estudou no Trinity College, Cambridge, granduando-se em 1842 como primeiro colocado nos exames de classificação.

"Por um período de sete anos, Cayley dedicou-se ao estudo e à prática do Direito, sempre tomando cuidado para que essas atividades não o impedissem de estudar Matemática. (...)

Cayley ocupa o terceiro lugar entre os escritores de Matemática mais prolíficos em toda a história dessa ciência, sendo superado apenas por Euler e Cauchy. (...)

Dificilmente se encontrará uma área da Matemática que não tenha sido abordada e enriquecida por Cayley. (...)

O estilo matemático de Cayley reflete sua formação jurídica, pois seus artigos são rigorosos, diretos, metódicos e claros. Tinha uma memória excepcional e parecia não esquecer nunca o que tinha visto ou lido. Era dotado, também, de um temperamento singularmente sereno, equilibrado e gentil. Cayley foi chamado 'o matemático dos matemáticos'.

Cayley era, segundo a tradição britânica genuína, um alpinista, tendo feito freqüentes viagens ao Continente para longas caminhadas e para escalar montanhas. Conta-se uma história segundo a qual ele declarava que a razão que o levava a escalar montanhas era que, embora achasse a subida árdua e cansativa, a sensação de entusiasmo que advinha de chegar ao cume era a mesma experimentada ao resolver um problema de Matemática difícil ou ao completar uma teoria matemática intrincada, e era mais fácil para ele obter essa sensação escalando uma montanha."

ATIVIDADE 4:

HABILIDADE RELACIONADA: Estimular o raciocínio através de uma atividade lúdica (jogo).

PRÉ-REQUISITOS: Matrizes.

TEMPO DE DURAÇÃO: 50 minutos.
RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha fotocopiada (Xerox) com as regras e lápis/borracha.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Duplas.

OBJETIVOS: Desempenhar papel ativo na construção de seu conhecimento; Desenvolver raciocínio, autonomia e interação com o colega.

METODOLOGIA ADOTADA: Para fixar os conteúdos abordados nada melhor que uma atividade lúdica através de um jogo que incentivará e aguçará o espírito investigativo e competitivo de nossos alunos.

A Teoria dos Jogos oferece muitas possibilidades; uma delas são os jogos matriciais. Nessa teoria, uma matriz $A = (a_{ij})_{mxn}$ pode definir um jogo. Veja as regras:

a) Existem dois jogadores, um chamado L (de linha) e outro C (de coluna).
b) Temos um lance quando L escolhe uma linha de A e, ao mesmo tempo, C escolhe uma coluna.
c) Depois de cada lance, se o elemento da linha e da coluna escolhidas é positivo, L recebe de C este valor, e se é negativo, C recebe de L este valor. Se o elemento é nulo, ninguém recebe nada de ninguém.

Consideremos, como exemplo, a matriz $A = (a_{ij})_{3x4}$ abaixo:

$$\begin{bmatrix} -2 & 6 & -4 & -1 \\ 3 & 4 & 2 & -3 \\ -3 & -4 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

Se L joga sempre a 1ª linha, esperando ganhar 6, C pode jogar sempre a 3ª coluna e ganhar 4.

Porém, se C joga sempre a 3ª coluna, L pode jogar a 3ª linha e ganhar 5.

Percebemos, então, que se um jogador escolhe sempre uma linha ou coluna, o outro pode ter vantagem com isso.

O jogo matricial também é chamado de jogo a duas pessoas com soma nula porque a soma dos ganhos e das perdas dos dois jogadores, depois de cada lance, é nula.

Quando todos os elementos de uma linha são iguais ou menores que os da outra, dizemos que ela é uma linha recessiva.

Evidentemente, o jogador L sempre preferirá uma linha não-recessiva para jogar, portanto a linha recessiva pode ser omitida do jogo.

Quando todos os elementos de uma coluna são iguais ou maiores que os da outra, dizemos que ela é uma coluna recessiva e, por isso, também pode ser omitida do jogo.

Agora, que você aprendeu algo sobre jogos matriciais, construa uma matriz $A = \lfloor a_{ij} \rfloor_{4x3}$ que não possua linha e colunas recessivas e convide um colega para jogar.

AVALIAÇÃO

A avaliação é parte integrante do processo de ensino e aprendizagem, e não uma etapa isolada. Deve ser feita de forma continuada e com a utilização de diversos recursos. A prática dessa avaliação permite ao professor a verificação constante da produção do aluno. A avaliação é mais do que buscar um resultado.

É um processo de observação e verificação de como os alunos aprendem os conhecimentos matemáticos e o que pensam sobre a matemática. É parte integrante do próprio processo de ensino/aprendizagem e tem como objetivo aprimorar a qualidade dessa aprendizagem. A avaliação deve ser contínua, dinâmica e, com freqüência, informal, para que através de uma série de observações sistemáticas possamos emitir um juízo valorativo sobre a evolução do aluno no aprendizado de matemática.

A avaliação do desempenho dos alunos tem suas finalidades baseadas no desenvolvimento dos alunos e no próprio trabalho do professor.

A avaliação durante esse roteiro de atividades deverá ser feita através de:

- Resolução das atividades propostas em grupos (H33);
- Observação do comportamento do aluno (motivação, interesse, realização das tarefas, esforço, disciplina, responsabilidade e rendimento no grupo).
- Auto-avaliação.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**. São Paulo: Ática, 2010.

EVES, Howard. **Introdução à história da Matemática**. Campinas: Unicamp, 1995.

FACCHINI, Walter. **Matemática para a escola de hoje**: livro único. São Paulo: FTD, 2006.

GUELLI, Oscar. **Queimem os livros de Matemática**. 7ª Ed. São Paulo: Ática, 2010.

PAIVA, Manoel. **Matemática**: volume único. 1ª ed. São Paulo: Moderna, 2005.

ROTEIROS DE AÇÃO – Matrizes e Determinantes – Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 3º bimestre/2012 – http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 16/08/2012.

EXEMPLO DE TAREFA 1 – Função Polinomial do 1º grau – Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 2º bimestre/2012 – http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 20/08/2012.

MATRIZ DE REFERÊNCIA DO SAERJINHO 2012 – Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 3º bimestre/2012 – http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 16/08/2012.