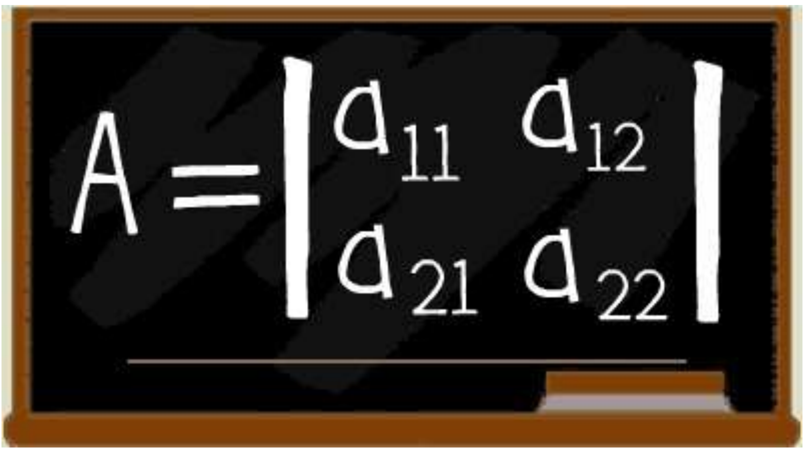
Formação continuada em Matemática
Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ

Matemática 2º ano / 3º Bimestre/ 2012

AVALIAÇÃO DO PLANO DE TRABALHO

MATRIZES E DETERMINANTES



TAREFA 3:

Cursista: *Vanessa de Souza Machado*

Matrícula: *00/097440-0*

Tutor: Daiana da Silva Leite

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem por objetivo permitir que os alunos percebam a aplicabilidade do conteúdo denominado “Matrizes e Determinantes” para resolução de problemas. Foi elaborado visando a transmissão do conhecimento através da construção feita pelos alunos com resoluções de situações problema e generalizações.

Geralmente os alunos apresentam dificuldades concernentes a interpretação de enunciados e utilização de raciocínio logico, além da falta de interesse. Por isso, e extremamente importante utilizar assuntos atraentes.

Para a totalização do plano, serão necessários doze tempos de cinquenta minutos para desenvolvimento dos conteúdos juntamente com a avaliação da aprendizagem.

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 1 - Identificando e classificando uma matriz.

- HABILIDADE RELACIONADA: Identificação de matrizes classificando seu tipo de acordo com o número de linhas e colunas dispostas, percebendo também suas características especiais para classifica-la.

- PRÉ-REQUISITOS: Interpretação de tabelas

- TEMPO DE DURAÇÃO: 150 minutos

- RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Recortes de revistas/jornais..

- ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.

- OBJETIVOS:
  - Identificar uma matriz classificando seu tipo de acordo com número de linhas e colunas e percebendo características especiais para classifica-la.
  - Localizar elementos na matriz de acordo com o posicionamento linha x coluna.

- METODOLOGIA ADOTADA: A partir da pesquisa proposta previamente levar o aluno a reconhecer e identificar uma matriz como uma tabela com organização de linhas e colunas fazendo-o localizar seus elementos de acordo com esse “endereço” linha x coluna.

Previamente solicite aos alunos que pesquisem em jornais e/ou revistas e levem para a aula pelo menos uma tabela com informações numéricas organizadas com linhas e colunas.

Ex:

Plano	iPhone 8GB	iPhone 16GB
Vivo Escolha 50	R$ 1.499	R$ 1.789
Vivo Escolha 90	R$ 1.389	R$ 1.669
Vivo Escolha 150*	R$ 1.299	R$ 1.579
Vivo Escolha 180	R$ 1.249	R$ 1.529
Vivo Escolha 350	R$ 1.199	R$ 1.479
Vivo Escolha 650	R$ 999	R$ 1.279
Vivo Escolha 900	R$ 999	R$ 1.279
Vivo Completo	R$ 899	R$ 1.199

TABELA DE PREÇOS DAS ASSINATURAS		
Modalidade	Anual	Semestral
Diária	624,00	312,00
Executiva (2ª a 6ª)	390,00	195,00
Super Fim de Semana	390,00	195,00
Fim de Semana Estendido (+ 1 dia)	312,00	156,00
Fim de Semana	234,00	117,00

Em sala se aula cada aluno mostrará sua tabela pesquisa[...]ssa aula informando que em matemática essas tabelas são chamadas de ***MATRIZES***. Definindo então que uma matriz m x n é uma tabela de m linhas e n colunas, pedido assim que cada um diga seu tipo de matriz de acordo com sua tabela.

As matrizes com número de linhas e colunas iguais são denominadas matrizes quadradas

Na matriz $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 7 & -9 \end{vmatrix}$, temos que cada elemento ocupa seu espaço de acordo com a seguinte localização:

O elemento 2 está na 1ª linha e 1ª coluna.
O elemento 5 está na 1ª linha e 2ª coluna.
O elemento 7 está na 2ª linha e 1ª coluna.
O elemento –9 está na 2ª linha e 2ª coluna.

Portanto, temos:
aij, onde i = linhas e j = colunas.
$a_{11} = 2$
$a_{12} = 5$
$a_{21} = 7$
$a_{22} = -9$

Podemos construir uma matriz de acordo com uma lei de formação baseada em situações variadas. Por exemplo, vamos construir uma matriz de ordem 3 x 3, seguindo a orientação $a_{ij} = 3i + 2j$.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 3*1+2*1 & 3*1+2*2 & 3*1+2*3 \\ 3*2+2*1 & 3*2+2*2 & 3*2+2*3 \\ 3*3+2*1 & 3*3+2*2 & 3*3+2*3 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 5 & 7 & 9 \\ 8 & 10 & 12 \\ 11 & 13 & 15 \end{vmatrix}$$

Vamos escrever a matriz B dada por $(a_{ij})4x4$, de modo que ***i + j, se i = j e i – j, se i ≠ j***.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1+1 & 1-2 & 1-3 & 1-4 \\ 2-1 & 2+2 & 2-3 & 2-4 \\ 3-1 & 3-2 & 3+3 & 3-4 \\ 4-1 & 4-2 & 4-3 & 4+4 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & -1 & -2 & -3 \\ 1 & 4 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 6 & -1 \\ 3 & 2 & 1 & 8 \end{vmatrix}$$

A partir disso conheceremos matrizes especiais:
Algumas matrizes, por suas características, recebem denominações especiais.

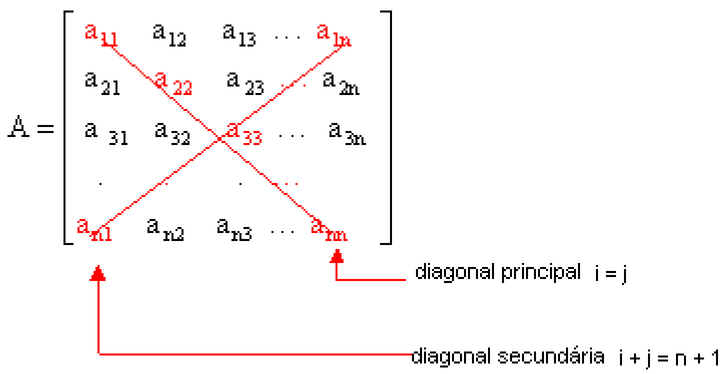
- **Matriz linha**: matriz do tipo 1 x n, ou seja, com uma única linha. Por exemplo, a matriz A =[4 7 -3 1], do tipo 1 x 4.

- **Matriz coluna**: matriz do tipo m x 1, ou seja, com uma única coluna. Por exemplo, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, do tipo 3 x 1

- **Matriz quadrada:** matriz do tipo n x n, ou seja, com o mesmo número de linhas e colunas; dizemos que a matriz é de ordem **n**. Por exemplo, a matriz $C = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ é do tipo 2 x 2, isto é, quadrada de ordem 2.

Numa matriz quadrada definimos a diagonal principal e a diagonal secundária. A principal é formada pelos elementos $\mathbf{a_{ij}}$ tais que i = j. Na secundária, temos i + j = n + 1.

Veja:



Observe a matriz a seguir:

$$A_3 = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -5 \\ 3 & 0 & -3 \\ 5 & 7 & -6 \end{bmatrix}$$

ordem da matriz

diagonal principal

diagonal secundária

$a_{11} = -1$ é elemento da diagonal principal, pois i = j = 1

$a_{31} = 5$ é elemento da diagonal secundária, pois i + j = n + 1 (3 + 1 = 3 + 1)

- **Matriz nula**: matriz em que todos os elementos são nulos; é representada por $0_{m \times n}$.

  Por exemplo, $0_{2x3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

- **Matriz diagonal**: matriz quadrada em que todos os elementos que não estão na diagonal principal são nulos. Por exemplo:

  $a)\ A_{2x2} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\qquad b)\ B_{3x3} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$

- **Matriz identidade**: matriz quadrada em que todos os elementos da diagonal principal são iguais a 1 e os demais são nulos; é representada por **I_n,** sendo **n** a ordem da matriz. Por exemplo:

  $a)\ I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\qquad b)\ I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Assim, para uma matriz identidade $I_n = [a_{ij}],\ a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{se } i = j \\ 0, \text{se } i \neq j \end{cases}$.

- **Matriz transposta**: matriz A^t obtida a partir da matriz A trocando-se ordenadamente as linhas por colunas ou as colunas por linhas. Por exemplo:

$$Se\ A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}, então\ A^t = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Desse modo, se a matriz **A** é do tipo m x n, $\mathbf{A^t}$ é do tipo n x m.

Note que a 1ª linha de **A** corresponde à 1ª coluna de $\mathbf{A^t}$ e a 2ª linha de A corresponde à 2ª coluna de $\mathbf{A^t}$.

AVALIAÇÃO DA ATIVIDADE 1:

Avaliação Informal: Verificar se o aluno conseguiu transformar sua tabela em uma matriz indicando seu tipo e classificando-a.

Avaliação Formal:

As tabelas abaixo representam a venda de carros dos tipos A, B e C, em uma certa concessionária. Essas vendas estão listadas de acordo com as cores dos veículos.

Mês 1

Modelos\Cores	Branco	Preto	Prata
Tipo A	7	5	15
Tipo B	3	6	9
Tipo C	4	3	5

Mês 2

Modelos\Cores	Branco	Preto	Prata
Tipo A	1	3	7
Tipo B	6	10	8
Tipo C	14	11	13

Com base nas tabelas, o total de carros brancos do tipo A, o total de carros pretos do tipo B e o total de carros pratas do tipo C que foram vendidos são respectivamente:

a) 7, 6 e 9 (o aluno considerou apenas os automóveis vendidos no mês 1)

b) 1, 10 e 13 (o aluno considerou apenas os automóveis vendidos no mês 2)

c) 38, 42 e 50 (o aluno considerou a soma de todas as cores de cada tipo de veículo durante os dois meses)

d) 8, 16, 18 **Resposta correta!** (o aluno soube somar as matrizes e identificar cada valor que está sendo pedido)

ATIVIDADE 2 - Aplicabilidade de matrizes

- HABILIDADE RELACIONADA: Apresentação ao aluno de uma das possibilidades de aplicação de matrizes no dia a dia.

- PRÉ-REQUISITOS: Identificação de matrizes e classificação de matrizes

- TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

- RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Vídeo da Série: Matemática na Escola e Site http://www.uff.br/cdme/matrix/matrix-html/matrix_boolean/matrix_boolean_br.html

- ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Duplas

- OBJETIVOS:
  - Introduzir matrizes através da representação tabular de dados numéricos
  - Mostrar uma aplicação simples desse tipo de representação

- METODOLOGIA ADOTADA: A partir do vídeo discutir a aplicabilidade do estudo e conhecimento de matrizes no dia a dia e permitir que percebam também a noção de matriz na manipulação de imagens.

Vídeo: Cooperativa de leite **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1076**

AVALIAÇÃO DA ATIVIDADE 2:

Avaliação Informal: Discussão das aplicabilidades do conteúdo e acesso ao site http://www.uff.br/cdme/matrix/matrix-html/matrix_boolean/matrix_boolean_br.html onde os alunos poderão realizar as atividades propostas.

ATIVIDADE 3 – Cálculo com matrizes

- HABILIDADE RELACIONADA: **H33** Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes.

- PRÉ-REQUISITOS: Identificação de matrizes e matrizes especiais

- TEMPO DE DURAÇÃO: 200 minutos

- RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Livro didático, caderno e exemplos adicionais e vídeo da série Matemática na escola: Bombons a granel

- ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.

- OBJETIVOS:
  - Realizar diversos cálculos com matrizes e refletir sobre algumas propriedades.
  - Utilizar-se das operações com matrizes para a resolução de questões contextualizadas.

- METODOLOGIA ADOTADA: A partir do conhecimento das operações com matrizes (adição, subtração e multiplicação) resolver problemas contextualizados que tragam significado ao conteúdo estudado.

A operação com qualquer matriz sempre resultará em outra matriz, independentemente da operação utilizada.
Antes de falarmos da adição e da subtração de matrizes, iremos relembrar do que uma matriz é formada: toda matriz tem seus elementos que são dispostos em linhas e colunas.

A quantidade de linhas e colunas deve ser maior ou igual a 1. Cada elemento vem representado com a linha e a coluna que pertence. Exemplo: Dada uma matriz B de ordem 2 x 3 o elemento que se encontra na 1º linha e 2° coluna será representado por b_{12}.

►Adição

As matrizes envolvidas na adição devem ser da mesma ordem. E o resultado dessa soma será também outra matriz com a mesma ordem.

Assim podemos concluir que:

Se somarmos a matriz A com a matriz B de mesma ordem, A + B = C, teremos como resultado outra matriz C de mesma ordem e para formar os elementos de C somaremos os elementos correspondentes de A e B, assim: **$a_{11} + b_{11} = c_{11}$**.

<u>Exemplos:</u>

Dada a matriz A= $\begin{pmatrix} 5 & 7 & -1 \\ 6 & 0 & -3 \\ -4 & 3 & 0 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$ e matriz B= $\begin{pmatrix} 0 & 3 & -5 \\ 2 & 0 & 0 \\ -1 & -5 & 3 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$, se somarmos a A + B, teremos:

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 & -1 \\ 6 & 0 & -3 \\ -4 & 3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 3 & -5 \\ 2 & 0 & 0 \\ -1 & -5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 10 & -6 \\ 8 & 0 & -3 \\ -5 & -2 & 3 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

Observe os elementos em destaques:

$a_{13} = -1$ e $b_{13} = -5$ ao somarmos esses elementos chegaremos a um terceiro que é o $c_{13} = -6$. Pois **$-1 + (-5) = -1 - 5 = -6$**

O mesmo ocorre com os outros elementos, para chegarmos ao elemento c_{32}, tivemos que somar $a_{32} + b_{32}$. Pois, $3 + (-5) = 3 - 5 = -2$

Assim: A + B = C, onde C tem a mesma ordem de A e B.

►Subtração

As duas matrizes envolvidas na subtração devem ser da mesma ordem. E a diferença delas deverá dar como resposta outra matriz, mas de mesma ordem.

Assim temos:

Se subtrairmos a matriz A da matriz B de mesma ordem, A – B = C, obteremos outra matriz C de mesma ordem. E para formarmos os elementos de C, subtrairemos os elementos de A com os elementos correspondentes de B, assim: **$a_{21} - b_{21} = c_{21}$**.

Exemplos:

Dada a matriz A = $\begin{pmatrix} 5 & 7 & -1 \\ 6 & 0 & -3 \\ -4 & 3 & 0 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$ e B = $\begin{pmatrix} 0 & 3 & -5 \\ 2 & 0 & 0 \\ -1 & -5 & 3 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$, se subtrairmos A – B, teremos:

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 & -1 \\ 6 & 0 & -3 \\ -4 & 3 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 3 & -5 \\ 2 & 0 & 0 \\ -1 & -5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 4 \\ 4 & 0 & -3 \\ -3 & 8 & -3 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

Observe os elementos destacados:

Quando subtraímos $a_{13} - b_{13} = c_{13}$, **-1 – (-5) = -1 + 5 = 4**

Quando subtraímos $a_{31} - b_{31} = c_{31}$, **- 4 – (-1) = -4 + 1 = -3**

Assim A – B = C, onde C é uma matriz de mesma ordem de A e B.

MULTIPLICAÇÃO

$$A_{ij} \times B_{ji}$$

Matrizes são tabelas que respeitam uma ordem de formação, possuem respectivamente linhas e colunas. Esse tipo especial de tabela possui propriedades e definições. Entre as propriedades mais importantes está a multiplicação de matrizes. Antes de multiplicarmos duas matrizes devemos verificar se o número de colunas da primeira matriz é igual ao número de linhas da segunda, sendo registrada a igualdade podemos realizar a operação.

A multiplicação consiste em uma regra prática geral, observe passo a passo como deve ser feita a multiplicação.

Devemos sempre multiplicar na seguinte ordem: linha x coluna.

Observe o exemplo:

$$\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} x \begin{vmatrix} e & g \\ f & h \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a*e+c*f & a*g+c*h \\ b*e+d*f & b*g+d*h \end{vmatrix}$$

Exemplo 1

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} x \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1*2+3*3 & 1*1+3*1 \\ 2*2+0*3 & 2*1+0*1 \\ (-1)*2+4*3 & (-1)*1+4*1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 11 & 4 \\ 4 & 2 \\ 10 & 3 \end{vmatrix}$$

Observe que a multiplicação somente foi efetuada porque o número de coluna da 1ª matriz é igual ao número de linhas da 2ª. Outra característica importante que deve ser analisada é que a matriz produto possui o mesmo número de linhas da 1ª e o mesmo número de colunas da 2ª.

Exemplo 2

Em uma confecção são produzidos três modelos de calças: A, B e C. Sendo usado dois tipos de botões G (grande) e M (médio). O número de botões usado por modelo de calça é dado pela seguinte tabela:

	Calça A	Calça B	Calça C
Botões P	6	4	2
Botões G	4	3	2

O número de calças produzidas nos meses de novembro e dezembro é fornecido pela tabela a seguir:

	Novembro	Dezembro
Calça A	60	100
Calça B	80	90
Calça C	70	120

De acordo com os dados fornecidos, calcule a quantidade de botões gastos nos meses referidos.

O cálculo da quantidade de botões pode ser efetuado multiplicando as duas tabelas, pois elas constituem uma multiplicação entre matrizes.

$$\begin{vmatrix} 6 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \end{vmatrix} x \begin{vmatrix} 60 & 100 \\ 80 & 90 \\ 70 & 120 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6*60+4*80+2*70 & 6*100+4*90+2*120 \\ 4*60+3*80+2*70 & 4*100+3*90+2*120 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{array}{ll} & \begin{array}{cc} \text{Novembro} & \text{Dezembro} \end{array} \\ \begin{array}{l} \text{Botões P} \\ \text{Botões G} \end{array} & \begin{vmatrix} 820 & 1200 \\ 620 & 910 \end{vmatrix} \end{array}$$

Assistir o vídeo: Bombons a granel http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1055

ATIVIDADES!

- Realizar atividades propostas no livro e as duas a seguir.

(UF-RJ) Antônio, Bernardo e Cláudio saíram para tomar chope, de bar em bar, tanto no sábado quanto no domingo.

As matrizes a seguir resumem quantos chopes cada um consumiu e como a despesa foi dividida:

$$S = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad D = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

S refere-se às despesas de sábado e *D* às de domingo.

Cada elemento a_{ij} nos dá o número de chopes que *i* pagou para *j*, sendo Antônio o número 1, Bernardo o número 2 e Cláudio o número 3 (a_{ij} representa o elemento da linha *i*, coluna *j* de cada matriz).

Assim, no sábado Antônio pagou 4 chopes que ele próprio bebeu, 1 chope de Bernardo e 4 de Cláudio (primeira linha da matriz *S*).

a) Quem bebeu mais chope no fim de semana?

b) Quantos chopes Cláudio ficou devendo para Antônio?

7 Multiplicação de matrizes

Introdução

Suponhamos que um jornal esportivo, o *Brasil*, circule em todo o país. Seu preço varia de acordo com o Estado em que é vendido, pois leva-se em consideração a distância ao Estado de São Paulo, onde ele é produzido.

As bancas de jornal "Leia Já", que distribuem o jornal *Brasil*, fazem parte de uma rede com sede em São Paulo e filiais em Belo Horizonte, Salvador e Recife.

O proprietário da rede decidiu, durante uma semana, fazer um levantamento sobre a arrecadação gerada pelas vendas do jornal *Brasil*, a fim de estimar qual fração dessa receita representavam as vendas do domingo.

Na semana em que foi realizado o levantamento, foram vendidas as seguintes quantidades:

Cidade	Número de exemplares vendidos	
	de segunda-feira a sábado	domingo
São Paulo	248	46
Belo Horizonte	93	32
Salvador	62	29
Recife	57	25

Na tabela seguinte, é possível encontrar o preço de venda do *Brasil* em cada cidade citada:

Cidade	Preço (em reais)
São Paulo	1,50
Belo Horizonte	2,00
Salvador	2,60
Recife	3,00

Qual foi a receita obtida pelas vendas de *Brasil* de segunda-feira a sábado nessas cidades? E aos domingos?

- De acordo com as tabelas anteriores, a arrecadação de *segunda-feira a sábado* pode ser assim calculada:

$$\underbrace{248 \cdot 1{,}50}_{\text{São Paulo}} + \underbrace{93 \cdot 2{,}00}_{\text{Belo Horizonte}} + \underbrace{62 \cdot 2{,}60}_{\text{Salvador}} + \underbrace{57 \cdot 3{,}00}_{\text{Recife}} = 890{,}20 \quad \text{(I)}$$

- A arrecadação de *domingo* é calculada como segue:

$$\underbrace{46 \cdot 1{,}50}_{\text{São Paulo}} + \underbrace{32 \cdot 2{,}00}_{\text{Belo Horizonte}} + \underbrace{29 \cdot 2{,}60}_{\text{Salvador}} + \underbrace{25 \cdot 3{,}00}_{\text{Recife}} = 283{,}40 \quad \text{(II)}$$

AVALIAÇÃO DA ATIVIDADE 3:

Avaliação Formal:

Para as eleições de 2012 os cidadãos deverão decidir nas urnas quem serão seus representantes que ocuparão o cargo de Prefeito e Vereador. Nessa época do ano as propagandas políticas se espalham pela cidade, mas muitas regras devem ser respeitadas Estão proibidos outdoors e showmícios feitos com artistas. Também não é permitida a distribuição de brindes, bonés, camisetas, canetas, chaveiros, cestas básicas ou qualquer outro objeto que se configure como uma forma de beneficiar o eleitor. Quem desrespeitar a regra pode responder por prática de compra de votos.

Cartazes ou qualquer tipo de propaganda não podem ser fixadas em bens públicos e de uso comum como postes de iluminação, sinais de trânsito, vias públicas, passarelas, paradas de ônibus entre outros. A multa para quem desrespeita varia entre R$ 2.000 e R$ 8.000.

As informações são do TSE (Tribunal Superior Eleitoral).

A primeira matriz mostra a quantidade de candidatos ao cargo de vereador que cada partido tem em cada região do Rio de Janeiro. A segunda matriz apresenta a quantidade permitida de placas com divulgação de seus candidatos que cada partido pode distribuir nessas determinadas localidades de acordo com as normas estabelecidas pelo Tribunal Superior Eleitoral .

Vereadores

Partidos	Zona Sul	Zona Oeste	Zona Norte
Partido A	5	7	7
Partido B	6	5	5
Partido C	5	6	8

Regiões	Placas de candidatos
Zona Sul	1000
Zona Oeste	4000
Zona Norte	3000

A partir dos dados acima verifique qual partido distribuiu mais placas de seus candidatos pelo Rio de Janeiro:

a) Partido A

b) Partido B

c) Partido C

d) Partido A e C colocaram a mesma quantidade

e) Os três partidos colocaram a mesma quantidade.

ATIVIDADE 4 – Calculando determinantes

- HABILIDADE RELACIONADA: **H32** Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem 2 ou 3.

- PRÉ-REQUISITOS: Matriz quadrada, diagonal principal e secundária

- TEMPO DE DURAÇÃO: 150 minutos

- RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Livro didático, caderno e exemplos adicionais.

- ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.

- OBJETIVOS:

  - Demonstrar que toda matriz está associada a um número real de acordo com certas regras.
  - Calcular determinantes de matrizes quadradas de ordem 2 e 3.

- METODOLOGIA ADOTADA: A partir do vídeo discutir a aplicabilidade do estudo e conhecimento de matrizes no dia a dia.

Como já vimos, matriz quadrada é a que tem o mesmo número de linhas e de colunas (ou seja, é do tipo nxn).

A toda matriz quadrada está associado um número ao qual damos o nome de *determinante*.

Dentre as várias aplicações dos determinantes na Matemática, temos:

- resolução de alguns tipos de sistemas de equações lineares;
- cálculo da área de um triângulo situado no plano cartesiano, quando são conhecidas as coordenadas dos seus vértices;

Determinante de 1ª ordem

Dada uma matriz quadrada de 1ª ordem $M=[a_{11}]$, o seu determinante é o número real a_{11}:

$\det M = |a_{11}| = a_{11}$

Observação: Representamos o determinante de uma matriz entre duas barras verticais, que não têm o significado de módulo.

Por exemplo:

- $M = [5] \Rightarrow \det M = 5$ ou $|5| = 5$
- $M = [-3] \Rightarrow \det M = -3$ ou $|-3| = -3$

Determinante de 2ª ordem

Dada a matriz $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$, de ordem 2, por definição o determinante associado a **M**, determinante de 2ª ordem, é dado por:

$$\det M = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{22}$$

Portanto, o determinante de uma matriz de ordem 2 é dado pela diferença entre o produto dos elementos da diagonal principal e o produto dos elementos da diagonal secundária. Veja o exemplo a seguir.

$$Sendo\ M = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}, temos:$$

$$\det M = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 2.5 - 4.3 = 10 - 12 \Rightarrow \det M = -2$$

Regra de Sarrus

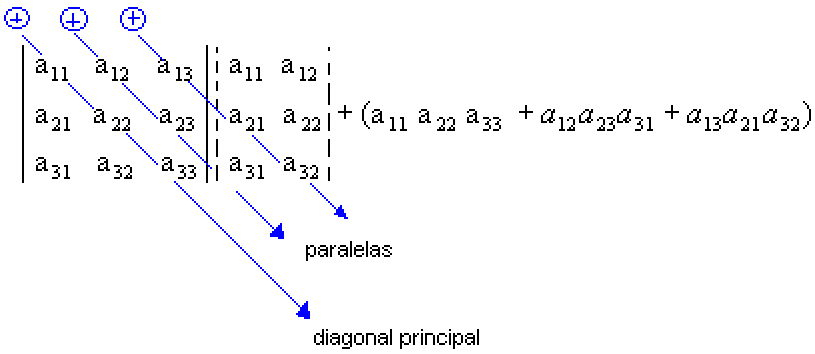
O cálculo do determinante de 3ª ordem pode ser feito por meio de um dispositivo prático, denominado*regra de Sarrus.*

Acompanhe como aplicamos essa regra para $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$.

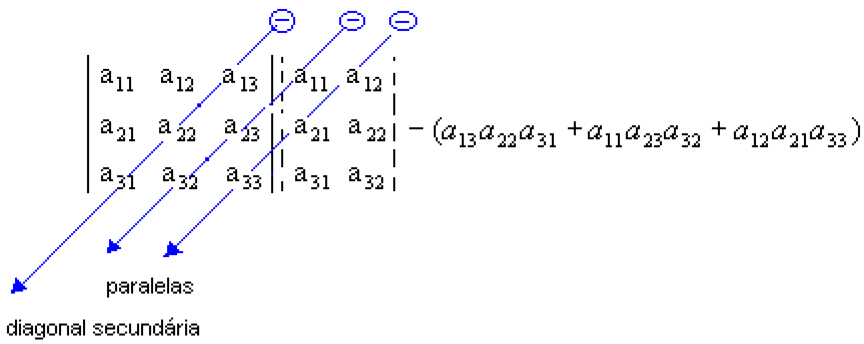
1º passo: Repetimos as duas primeiras colunas ao lado da terceira:

$$\left|\begin{array}{ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array}\right| \begin{array}{cc} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{array}$$

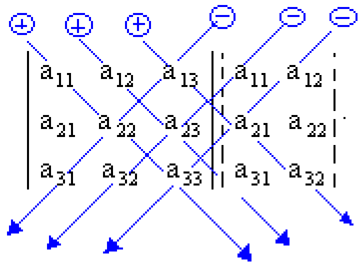
2º passo: Encontramos a soma do produto dos elementos da *diagonal principal* com os dois produtos obtidos pela multiplicação dos elementos das paralelas a essa diagonal (a soma deve ser precedida do sinal positivo):



3º passo: Encontramos a soma do produto dos elementos da *diagonal secundária* com os dois produtos obtidos pela multiplicação dos elementos das paralelas a essa diagonal (a soma deve ser precedida do sinal negativo):



Assim:



$$= -(a_{13}a_{22}a_{31} + a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{21}a_{33}) + (a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32})$$

AVALIAÇÃO DA ATIVIDADE 4:

Atividade Informal: Resoluções de questões do livro

Atividade Formal:

Calcular o valor do determinante:

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 10 \\ 8 & 4 & 80 \\ 1 & 0 & -25 \end{vmatrix}$$

. (UNIFORM) Sejam as matrizes $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. O determinante da matriz A . B é:

a) 64

b) 8

c) 0

d) -8

e) -64

O produto M . N na matriz $M = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ pela matriz $N = (111)$:

a) não se define;

b) é uma matriz de determinante nulo;

c) é a matriz identidade de ordem 3;

d) é uma matriz de uma linha e uma coluna;

e) não é matriz quadrada.

AVALIAÇÃO

A Avalição acontece em todas as aulas planejadas de maneira formal e informal. O aluno pode ser avaliado de maneira qualitativa e quantitativa.

- ✓ Na atividade 1 a avaliação vem de encontro ao item: - Identificar e representar os diferentes tipos de matrizes, descrito no Currículo Mínimo 2012.
- ✓ Na atividade 3 a avaliação vem de encontro aos itens: - Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes e Resolver problemas utilizando as operações com matrizes e a linguagem matricial, descritos no Currículo Mínimo 2012
- ✓ Na atividade 4 a avaliação é feita vindo de encontro principalmente ao ítem: Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem 2 e 3, descrito no Currículo Mínimo 2012.

-

FONTE DE PESQUISA:

- Currículo Mínimo 2012 de Matemática do Governo do Estado do Rio de Janeiro;
- Matriz do Saerjinho 2012;
- Roteiros de ação Matrizes e Determinantes – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 3º bimestre/2012 http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 01/09/2012;
- MATEMATICA IEZZI, Volume único/Gelson IEZZI – 4° Edição – São Paulo:Atual, 2007;

Endereços eletrônicos acessados entre 30/08//2012 e 02/09/2012

http://www.mat.ufmg.br/~elaine/GAAL/matriz.pdf

http://m3.ime.unicamp.br/

http://www.somatematica.com.br/emedio/matrizes/matrizes2.php

http://www.uff.br/cdme/matrix/matrix-html/matrix_boolean/matrix_boolean_br.html