Formação Continuada em Matemática
Fundação CECIERJ/CEDERJ

Matemática – 2º ano – 3º Bimestre/2012
PLANO DE TRABALHO 2

Pirâmides e cones

Tarefa 2
Cursista: Aline Gabry Santos
Tutor: Flávia Cristina e Silva Henriques

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Na maioria das vezes, quando falamos em geometria, os alunos reclamam dizendo que a detestam e que não entendem nada, sem falar no fato de que não têm qualquer base. Não conseguem diferenciar as figuras planas, nem suas principais características. Outro problema característico é a falta de imaginação. Eles têm muita dificuldade para abstrair os elementos de um sólido, principalmente quando têm que imaginar a base (que é plana) e diferenciá-la de um sólido como um todo (que é espacial).

Sabendo disso, resolvi abordar o conceito com o auxílio de um software, no data show, na intenção de facilitar a visualização dos elementos dos sólidos.

No colégio que tem os sólidos em acrílico, é possível usá-los para diferenciar pirâmides de prismas e cones de cilindros. No colégio que não tem este tipo de material, é possível usar sólidos de papel, feitos pelos próprios alunos.

Para a aplicação deste plano, serão necessários 10 tempos de cinqüenta minutos para o desenvolvimento do conteúdo e execução dos exercícios, e outros 2 tempos para avaliação da aprendizagem.

DESENVOVIMENTO

Atividade 1

HABILIDADE RELACIONADA:

H04 – Reconhecer prismas, pirâmides, cones e cilindros, por meio de suas principais características;

H07 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações.

PRÉ-REQUISITO: Geometria plana.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos.

RECURSOS UTILIZADOS: Planificação de diferentes tipos de pirâmides (base triangular, quadrangular, pentagonal e hexagonal, todas regulares) e cone reto, tesoura, cola, cilindro e prismas de papel (ou de acrílico) com bases triangulares, quadradas, pentagonais e hexagonais (também regulares), folha de atividades e lápis.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Em duplas, propiciando o trabalho cooperativo.

OBJETIVOS: Reconhecer e construir os diferentes os tipos de pirâmides e o cone; Diferenciar e relacionar as principais características da pirâmide e do cone; Diferenciar pirâmides de prismas e cones de cilindros.

METODOLOGIA:

Com a turma em dupla, distribuir as planificações do cone e das pirâmides (base triangular, quadrangular, pentagonal e hexagonal, regulares) para os alunos, pedindo a eles que recortem e montem os sólidos. Se necessário, ajudar aqueles que apresentarem dificuldades, de preferência, estimulando os alunos a se ajudarem.

Quando eles tiverem terminado, seguir o roteiro abaixo, pedindo aos alunos que preencham a atividade abaixo com a ajuda do professor, que neste momento deve instigá-los a montar suas próprias respostas.

Pirâmides e Cones.

Após terem montado os sólidos, respondam às questões abaixo:

1) Quais as principais diferenças entre os sólidos que vocês montaram?

Os alunos devem ser capazes de distinguir as diferenças entre pirâmides e cones que os levem a concluir (mesmo que com a ajuda do professor) que os 1os são poliedros e que o 2º é um corpo redondo.

2) Quais as principais diferenças entre os sólidos que estão com o professor?

Mostrar aos alunos um cilindro e prismas (de acrílico ou papel) com bases triangular, quadrangular, pentagonal e hexagonal regulares.

Os alunos devem ser capazes de distinguir as diferenças entre prismas e cilindro que os levem a concluir (mesmo que com a ajuda do professor) que os 1os são poliedros e que o 2º é um corpo redondo.

3) Quais as diferenças e semelhanças entre todos estes sólidos?

Colocar lado a lado um exemplo de cada sólido: prismas e pirâmides (bases triangulares, quadrangulares, pentagonais e hexagonais regulares), cilindro e cone, e relembrar com os alunos as diferenças entre os poliedros e os corpos redondos.

Os alunos precisam concluir que pirâmides e prismas são poliedros e que cones e cilindros são corpos redondos.

4) Quais as diferenças entre uma pirâmide e um prisma, ambos com a mesma base?

Mostrar aos alunos um prisma e uma pirâmide (ambos de mesma base) e perguntá-los sobre as diferenças entre um e outro. Dentre as diferenças que eles possam levantar, algumas são prioritárias, e devem ser reforçadas pelo professor, tais como:

	Prisma	Pirâmide
Nº de bases	2 iguais	Apenas 1 (na outra extremidade há um vértice)
Faces Laterais	Retangulares	Triangulares
	São todas iguais	São todas iguais
Altura do sólido	È igual ao tamanho da aresta lateral (coincidem)	É diferente do tamanho da aresta lateral (não coincidem)
OBS: todos os prismas usados aqui têm bases regulares, para coincidirem com as bases das pirâmides.		

5) Quais as diferenças entre um cone e um cilindro?

Mostrar aos alunos um cilindro e um cone e perguntá-los sobre as diferenças entre um e outro. Dentre as diferenças que eles possam levantar, algumas são prioritárias, e devem ser reforçadas pelo professor, tais como:

	Cilindro	Cone
Nº de bases	2 iguais	Apenas 1 (na outra extremidade há um vértice)
Faces Laterais	Face redonda	Face redonda
Altura do sólido	Coincide com o comprimento da face lateral	Não coincide com o comprimento da face lateral, pois esta é inclinada

Atividade 2

HABILIDADE RELACIONADA: H04 – Reconhecer prismas, pirâmides, cones e cilindros, por meio de suas principais características.

PRÉ-REQUISITO: Geometria plana; noção básica de diferença entre pirâmide e cone.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos.

RECURSOS UTILIZADOS: Folha de atividades, lápis, borracha, planificação do cone, data show, computador com programa de geometria dinâmica Geogebra, instalado com os arquivos "Roteiro3_Piramides.ggb" e Roteiro3_Cones.ggb", disponibilizado no site do curso Formação Continuada em Matemática - Fundação CECIERJ/CEDERJ

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual, no auditório.

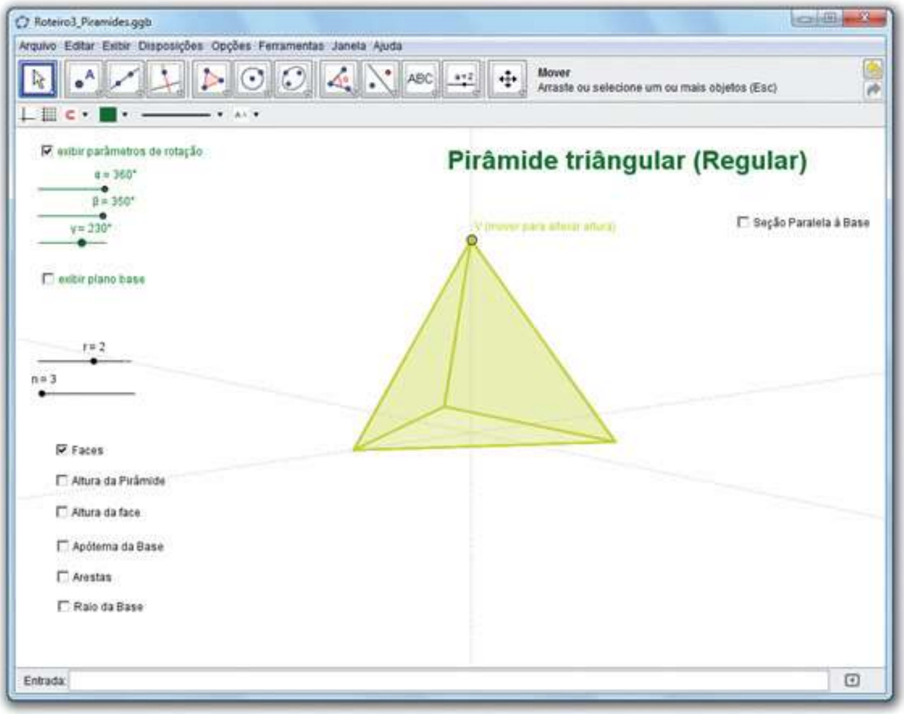
OBJETIVOS: Distinguir os principais elementos de uma pirâmide qualquer e de um cone, Identificar e determinar os valores das apótemas da pirâmide e da base ou da altura (nas pirâmides) e do raio, da geratriz ou da altura (nos cones)

METODOLOGIA:

Distribuir para a turma a atividade abaixo e, fazendo uso dos arquivos "Roteiro3_Piramides.ggb" e Roteiro3_Cones.ggb", do software de geometria dinâmica Geogebra, projetados pelo data show, seguir o seguinte roteiro:

Abrir o arquivo "Roterio3_Pirâmides.ggb";

Pirâmides.



1) Você conhece o sólido geométrico que aparece neste arquivo?
2) Quando o seletor n=3 é movido para n=4, você reconhece este sólido? Descreva-o.
3) Você já o viu no seu cotidiano? Então, vamos explorar suas características.

Pode ser que os alunos não consigam reconhecer a pirâmide, quando n =3. Mas, para n = 4, devido à fama das pirâmides do Egito, isso é menos provável. Discuta com eles sobre o assunto, mostrando que eles podem ser encontrados não apenas em cons-

truções famosas como essas pirâmides, mas que também eram usadas por tribos indígenas e por escoteiros para construir barracas. Mesmo hoje em dia, telhados e coberturas de muitas tendas e barracas têm o formato da pirâmide quadrangular.

4) O que acontece com o sólido quando o seletor α = 360° é movimentado? E com os seletores β = 300° e γ = 255°?

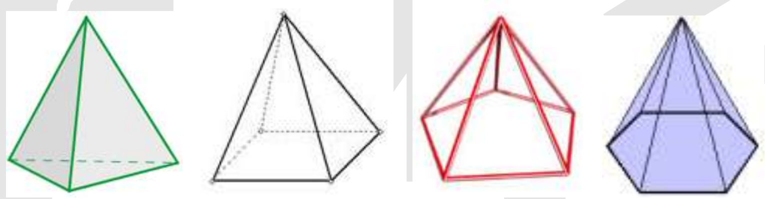
Clicar na caixa "Exibir parâmetros de rotação". Surgirão três seletores, α (alpha), β (beta) e γ (gama). Comece movimentando o seletor α =360º. Pergunte à turma o que acontece. Faça o mesmo com os seletores β =300º e γ =255º. Use estes parâmetros para girar o cone.

5) Que polígono é formado sobre o plano base, quando n = 3?

Clique na caixa "Exibir plano base" e mova o seletor n = 3 e, para melhorar a visualização, mova r = 0,5.
Posicionando o seletor β =270º, é possível visualizar o sólido de cima, desta forma fica bem nítido a figura plana que está na base. OBS: toda vez que o seletor β estiver posicionado em 270º, é necessário clicar ctrl + Z para conseguir desfazer o movimento.

6) E quando n = 4, que novo polígono é formado? E se n = 5 ou n = 6? Que relação existe entre o nome desses polígonos e o nome dado a estas pirâmides?

*Chamaremos de **base** os polígonos formados sobre o plano da base do sólido geométrico. Saiba que o nome da pirâmide varia de acordo com o polígono de sua base.*



Pirâmide de base Triangular (Tetraedro)	Pirâmide de base Quadrangular	Pirâmide de base Pentagonal	Pirâmide de base Hexagonal

Posicionando o seletor β =270º, é possível visualizar o sólido de cima, desta forma fica bem nítido a figura plana que está na base. OBS: toda vez que o seletor β estiver posicionado em 270º, é necessário clicar ctrl + Z para conseguir desfazer o movimento.

7) Quantas bases possui este sólido?
8) Ao variar o valor de n, vimos que diferentes figuras são formadas na base. Mas, e na lateral, existe alguma alteração? Que polígonos a compõe?

*A **face lateral** desse sólido geométrico é sempre formada por triângulos, independente do polígono da base.*

Aqui o aluno já tem que ser capaz de perceber que os triângulos que formam a face lateral serão todos iguais, visto que o polígono da base é regular, ou seja, as arestas da base são iguais.

9) Com o auxílio do arquivo aberto, observe algumas pirâmides e complete a tabela a seguir, informando a quantidade de triângulos e segmentos que compõem a lateral de uma pirâmide de acordo com sua nomenclatura.

Pirâmide	Nº de faces laterais	Nº de arestas laterais
Triangular		
Quadrangular		
Pentagonal		
Hexagonal		

É a vez de comentar com os alunos sobre o ponto V, chamado de vértice. É interessante destacar que se trata do ponto mais distante da base. Mantenha o botão esquerdo do mouse pressionado e mova este ponto.

10) Observe o segmento de cor azul dentro da pirâmide. Veja que ele tem o vértice V como extremidade. Embora este arquivo indique, mas não permita verificar, este segmento é perpendicular à base. Que relação existe entre a altura da Pirâmide e a distância do vértice V à base da pirâmide?

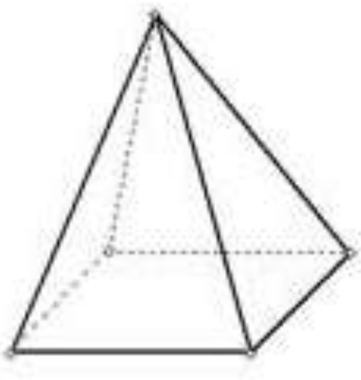
Selecione a caixa "Altura da Pirâmide" e defina com os seus alunos que o segmento de cor azul liga o vértice V ao centro da base, e é perpendicular a ela. Ele é denominado Altura da pirâmide. Já o segmento de cor roxa trata-se da altura do triângulo da face lateral e é chamado de Apótema da pirâmide. Este é perpendicular à aresta da base.

Normalmente, eles fazem confusão entre altura da pirâmide e altura do triângulo da face lateral, que na verdade é o apótema da pirâmide. Chame a atenção deles para este fato que merece cuidado.

11) Observando o triângulo retângulo formado pela altura da pirâmide, o apótema da pirâmide (hipotenusa) e o apótema da base, podemos encontrar uma relação matemática entre esses elementos. Que relação é essa?

Espera-se que o aluno consiga chegar à relação: $a_p{}^2 = H^2 + a_B{}^2$. Oriente-os, caso não consigam.

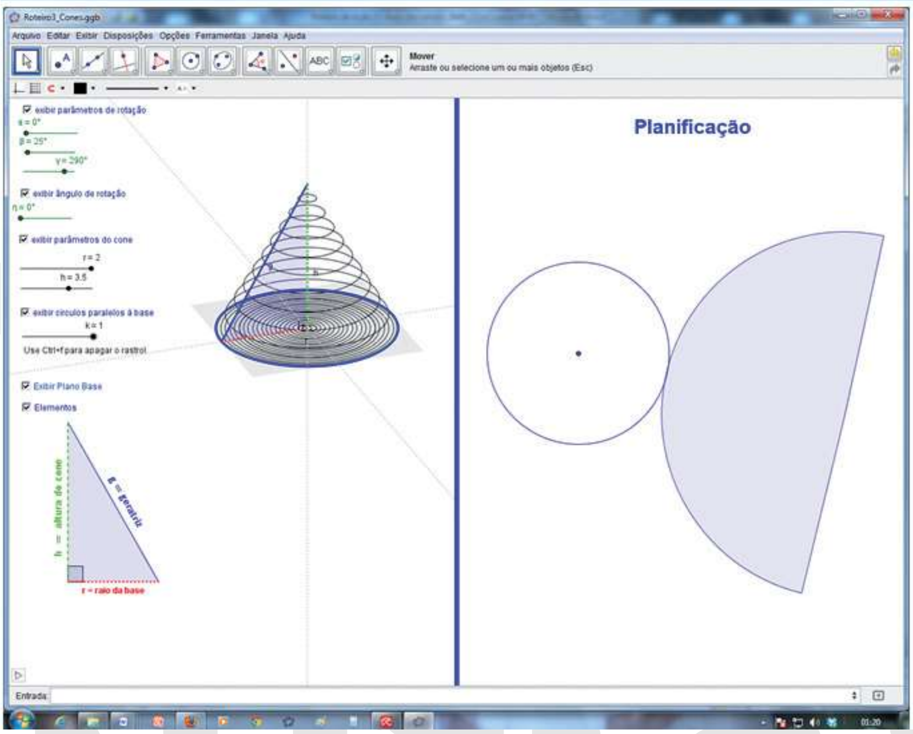
12) Agora, se você não conhece a altura da pirâmide, será possível encontrar o apótema da pirâmide, conhecendo-se apenas as arestas da base e a lateral? Chamemos aresta da base de a e aresta lateral de l, podemos encontrar a medida do apótema da pirâmide a partir da relação $a_p{}^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + l^2$. Desenhe na figura abaixo um triângulo retângulo que justifique essa relação.



É provável que alguns alunos tenham dificuldade para perceber que o triângulo retângulo tem como base a metade da aresta da base da pirâmide. Neste caso, é necessário explicar o por quê. Se achar conveniente, pode até relembrar que a altura do triângulo (que é isósceles) é perpendicular à base, dividindo-a ao meio.

Cone.

Abrir o arquivo "Roterio3_Pirâmides.ggb";



1) O que acontece com o triângulo retângulo, quando o segmento "g" (hipotenusa do triângulo retângulo) em destaque começa a girar?

Clique com o botão direito do mouse sobre o segmento "g" (hipotenusa do triângulo retângulo em destaque) e habilite o rastro desse segmento. Em seguida, clique no botão play que aparece no canto inferior esquerdo para animar a figura. Interrompa a animação após uma volta.

2) O segmento "g", quando animado, percorre a superfície de uma figura geométrica. Que figura geométrica é essa?

Você sabia que o nome dado ao segmento com uma extremidade no vértice do cone e outra na curva que envolve a base é chamado de **geratriz**?

Já a região delimitada pela curva sobre o plano é chamada de **base**.

3) Você já encontrou este sólido geométrico em seu cotidiano? Converse com seus colegas!

É provável que os alunos reconheçam mais rapidamente o cone, já que eles aparecem em muitos lugares no nosso cotidiano, como em chapéus de festa de aniversário, casquinhas de sorvete e na sinalização das ruas. Não deixe de conversar com eles sobre o assunto!

Neste momento, os alunos perceberão que o cone é gerado a partir da rotação de um triângulo em torno de um eixo.

4) O que acontece com a circunferência da base e o segmento vermelho quando é movido o seletor r = 1? Você lembra como chamamos este segmento?

Desabilite o rastro da geratriz e depois, clique em “exibir parâmetros do cone”. Mova o seletor r = 1.

Os alunos deverão ser capazes de reconhecer o raio. Aproveite para lembrá-los que o raio é a metade do diâmetro.

5) Mova o seletor h = 3. O que acontece com o comprimento do segmento h do cone?

6) Este segmento é a altura do triângulo retângulo em destaque. Mas, considerando a nomenclatura utilizada anteriormente para pirâmides, qual seria a denominação para o segmento h (verde) em relação ao cone?

Defina com os alunos que o segmento em vermelho (r) trata-se do raio da base e que a altura (h) do triângulo retângulo é também a altura do cone. Faça analogias com as pirâmides.

7) No lado direito da construção em nosso arquivo, aparece uma planificação para o cone. Quais são os elementos dessa planificação?

Espera-se que o aluno identifique o círculo, como sendo a base, e o setor circular como sendo a superfície lateral do cone. Caso isto não aconteça, manipule a planificação do cone de papel para que eles possam ter uma melhor visualização.

8) Por fim, observando que é retângulo o triângulo formado pela altura do cone, a geratriz (hipotenusa) e o raio da base podemos encontrar uma relação matemática entre esses elementos. Que relação é essa?

Espera-se que o aluno consiga chegar à relação: $g^2 = h^2 + r^2$. Oriente-os, caso não consigam.

Atividade 3

HABILIDADE RELACIONADA:

H04 – Reconhecer prismas, pirâmides, cones e cilindros, por meio de suas principais características;

H07 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações;

H24 – Resolver problemas, envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (pirâmide e cone).

PRÉ-REQUISITO: Geometria Plana: áreas; Geometria Espacial: pirâmides e cones.

TEMPO DE DURAÇÃO: 150 minutos.

RECURSOS UTILIZADOS: Folha de atividades, lápis, borracha, régua, cola, folhas com planificação de pirâmides (bases triangular, quadrangular e hexagonal) e de cone, obtidos no arquivo “Construir Planificacões 3 - A1R4”.

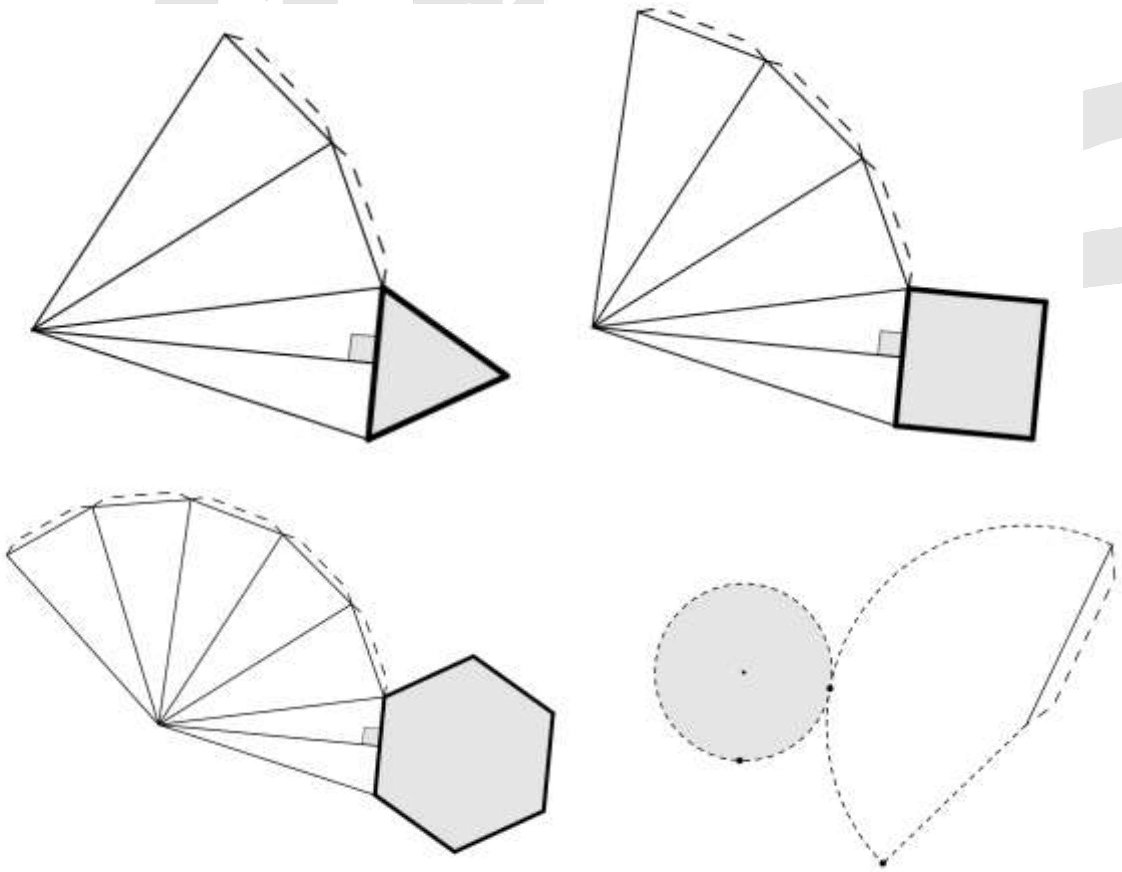
ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Em dupla, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

OBJETIVOS: Calcular a área da base, lateral e total de uma pirâmide qualquer e de um cone.

METODOLOGIA: **Distribuir para a turma a folha de atividades e as planificações abaixo. Orientá-los na resolução do que for pedido.**

Planificações:

Pedir aos alunos que recortem o contorno das planificações abaixo, façam os vincos nas arestas das pirâmides e colem apenas a base dos sólidos na folha de atividades, no lugar indicado. Os sólidos deverão continuar planificados. A folha de atividades deverá ser colada no caderno.



Folha de atividades:

Áreas das Pirâmides e dos Cones.

Você está recebendo uma folha com a planificação de três pirâmides e de um cone. Recorte-os e faça um vinco nas arestas das pirâmides. Abaixo seguem 4 atividades onde deverão ser colados apenas as bases das planificações, nos seus respectivos lugares. Atenção: não feche o sólido, deixe-o aberto.

Aqui o aluno deverá ser capaz de reconhecer e nomear cada sólido, a partir da planificação, para decidir onde colá-lo.

Agora, vamos juntos entender como calcular as áreas destes sólidos.

Cole aqui a base de sua pirâmide triangular.

1º) Pirâmide de base triangular: vamos começar medindo os lados da figura que está na base e, em seguida, a altura e a aresta lateral de um dos triângulos da lateral da pirâmide.

Área da Base (A_B):

Qual a figura presente na base desta pirâmide?

Você sabe como encontrar a sua área?

Pode ser que o aluno não lembre a fórmula da área de um triângulo eqüilátero: $A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$.

Área Lateral (A_L):

Como já vimos, as pirâmides têm triângulos na sua lateral. Estes triângulos são iguais? Por quê?

Você sabe como encontrar a área de cada triângulo?

E a área lateral da pirâmide?

Pode ser que o aluno não lembre a fórmula da área de um triângulo qualquer: $A = \frac{b \cdot h}{2}$.

O aluno deve ser capaz de lembrar e associar que a altura do triângulo lateral não é o mesmo que a altura da pirâmide.

Área Total (A_T):

E agora? Como fazer para encontrar a área total desta pirâmide?

Não se preocupe em, neste momento estabelecer que $A_T = A_B + A_L$. Espera-se que eles mesmos possam perceber isto até o 3º sólido.

Cole aqui a base de sua pirâmide quadrangular.

2º) Pirâmide de base quadrangular: como foi feito anteriormente, vamos medir os lados da figura que está na base e, em seguida, a altura e a aresta lateral de um dos triângulos da lateral da pirâmide.

Área da Base (A_B):

Qual a figura presente na base desta pirâmide?

Você sabe como encontrar sua área?

Área Lateral (A_L):

Os triângulos desta pirâmide são iguais? Por quê?

Você sabe como encontrar a área de cada triângulo?
E a área lateral da pirâmide?

É importante neste momento ver se os alunos estão associando que os triângulos laterais são congruentes por que o polígono da base é regular.

Área Total (A_T):
Agora, encontre a área total desta pirâmide.

Altura da Pirâmide (H):
Como já vimos anteriormente, sabendo a altura de uma pirâmide e a sua base, é possível encontrarmos o apótema da pirâmide. Desta forma, também podemos, conhecendo a base e o apótema da pirâmide, encontrar a altura da pirâmide. Então, vamos colocar mãos à obra e encontrar a altura desta pirâmide?

Cole aqui a base de sua pirâmide hexagonal.

3º) Pirâmide de base hexagonal: meça os lados da figura que está na base e, em seguida, a altura e a aresta lateral de um dos triângulos da lateral da pirâmide.
Área da Base (A_B):
Qual a figura presente na base desta pirâmide?
Você sabe como encontrar sua área?

Pode ser que o aluno não lembre que o hexágono regular é formado por 6 triângulos regulares e que desta forma sua área pode ser encontrada pela fórmula: $A = 6 \cdot \left(\frac{l^2\sqrt{3}}{4}\right)$

Área Lateral (A_L):
Agora é por sua conta, encontre a área lateral desta pirâmide.

Área Total (A_T):
Encontre a área total.
Podemos, de alguma forma, generalizar a área total para qualquer pirâmide?

Espera-se que o aluno conclua que $A_T = A_B + A_L$.

Cole aqui a base de seu cone.

4º) Cone:
Área da Base (A_B):
Qual a figura presente na base deste cone? Com o auxílio de uma régua, meça seu raio.
Você sabe como encontrar sua área?

Pode ser que o aluno não lembre a diferença entre círculo e circunferência, nem que $A = \pi r^2$ e que $C = 2\pi r$.

Área Lateral (A_L):
Qual a figura plana presente na lateral deste cone? Você a reconhece? Com o auxílio de uma régua, meça o seu raio.

Como faremos para encontrar a área desta figura, que corresponde à área lateral do cone?

É bem provável que o aluno não reconheça a figura como sendo um setor circular, muito menos que lembre como calcular a sua área. Por isto, é preciso revisar com eles este assunto.

Desenhe a planificação do cone no quadro, em escala maior, assumindo os mesmos valores que os alunos encontraram e, em seguida, complete a circunferência do setor com pontilhados. Calcule o comprimento da circunferência e a área deste círculo pontilhado. Em seguida, peça a eles que, por meio de regra de três, encontre a área do setor solicitado. Oriente aqueles que, por acaso, não percebam que o comprimento da circunferência da base é igual ao comprimento do setor circular.

Usando os valores literais constantes na tabela a seguir encontre uma fórmula para a área lateral de um cone com raio da base medindo r e geratriz medindo g.

	Comprimento	Área
Círculo	$2\pi R$	πR^2
Setor circular	C_S	A_S

Após usar a regra de três, o aluno deverá concluir que a área lateral é dada por $A_L = \pi rg$.

Área Total (A_T):
Encontre a área total deste cone?
Podemos, de alguma forma, generalizar a área total para qualquer cone?

<u>Exercícios de fixação do livro didático para explorar o volume das pirâmides e dos cones.</u>

Atividade 4

HABILIDADE RELACIONADA: H25 – Resolver problemas envolvendo noções de volume.

PRÉ-REQUISITO: Geometria Plana: áreas; Geometria Espacial: pirâmides e cones.

TEMPO DE DURAÇÃO: 150 minutos.

RECURSOS UTILIZADOS: Folha de atividades, lápis, borracha, um cone e um cilindro com mesmas base e altura (p.ex.: r = 6cm e h = 12cm), confeccionados em papel cartão (ou similar), 1 kg de sementes (p. ex.: feijão).

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.

OBJETIVOS: Trabalhar o conceito de volume da pirâmide e cone a partir da comparação do volume do cone com o do cilindro.

METODOLOGIA: **Confeccionar um cone e um cilindro com raio da base igual a 6 cm e altura com 12 cm, em papel cartão. Seguir o roteiro abaixo:**

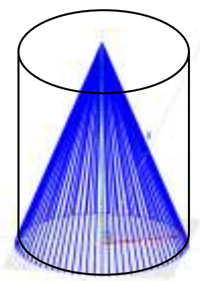
Folha de atividades:

Volume das Pirâmides e dos Cones.

Para encontrarmos o volume de um cone, vamos comparar sua capacidade com a de um cilindro, que já é conhecido por todos.

Considere um cilindro com raio da base igual a 6 cm e altura igual a 12 cm. Encontre seu volume.

Agora, considere um cone com as mesmas medidas do cilindro acima. Para determinarmos seu volume, vamos primeiramente comparar o seu volume com o do cilindro. Pelo esquema a lado, é possível perceber que ele encaixa perfeitamente dentro do cilindro.



Acompanhe o professor, enquanto ele enche o cone com feijões e coloca seu conteúdo dentro do cilindro, tantas vezes quantas forem necessárias.

Neste momento, mostre à turma o cone e o cilindro confeccionados em papel cartão. Explique a eles que ambos têm o mesmo raio da base e mesma altura.

Encha completamente o cone com feijões e entorne seu conteúdo dentro do cilindro. Repita esta operação até encher o cilindro completamente. Se preferir, peça a ajuda de dois alunos e deixe que eles façam isso.

Quando o cilindro estiver completo, questione a turma sobre qual a relação entre os volumes dos dois sólidos. Vendo que o volume do cilindro é o triplo do volume do cone, espera-se que eles concluam que o volume do cone é $\frac{1}{3}$ do volume do cilindro.

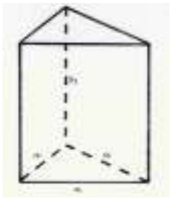
Qual a fórmula para o volume do cilindro?

Sabendo a relação entre os volumes do cilindro e do cone, a qual conclusão você chega sobre o volume do cone?

Espera-se que o aluno conclua que $V = \frac{A_b \cdot h}{3}$.

A mesma relação estabelecida entre o cone e o cilindro, pode ser feita entre uma pirâmide e um prisma com mesmas base e altura. Ou seja:

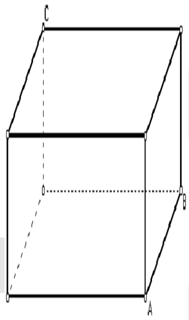
- Para uma pirâmide de base triangular, temos:

Prisma: $V = A_B \, . \, h$

Pirâmide:

- Para uma pirâmide de base quadrangular, temos:

Prisma: $V = A_B \, . \, h$

Pirâmide:

Analogamente, teremos este mesmo raciocínio para quaisquer pirâmides.

Exercícios de fixação do livro didático para explorar o volume das pirâmides e dos cones, contemplando inclusive questões que se misturem com prismas e/ou cilindros.

Atividade 5

HABILIDADES RELACIONADAS:

H04 – Reconhecer prismas, pirâmides, cones e cilindros, por meio de suas principais características;

H07 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações;

H24 – Resolver problemas, envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (pirâmide e cone);

H25 – Resolver problemas envolvendo noções de volume.

PRÉ-REQUISITOS: Domínio dos conteúdos sobre pirâmides e cones.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos.

RECURSOS UTILIZADOS: Folha de atividades, caneta, lápis e borracha.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.

OBJETIVOS: Resolver problemas práticos sobre pirâmides e cones.

METODOLOGIA:

Aplicar a avaliação abaixo, que contém questões antigas do Saerjinho e alguns problemas práticos sobre pirâmides e cones.

Após, avaliar os pontos que os alunos ainda não conseguiram dominar, a fim de selecionar os de maior escala e pontuar com eles problemas encontrados.

Questão 1)

(M11021SI) Um monumento em forma de pirâmide regular tem como base um quadrado de lado 3 m e uma altura de 2 m.

Qual é a medida do volume desse monumento?

A) 6 m^3
B) 9 m^3
C) 12 m^3
D) 15 m^3
E) 18 m^3

Questão 2)

(M11273SI) Uma lanchonete utiliza um coador de café, em forma de cone, com 6 cm de raio da base por 12 cm de altura.

Qual é o volume máximo de café, em cm^3, que pode ser feito nesse coador?

A) 48
B) 144
C) 48π
D) 72π
E) 144π

Questão 3)

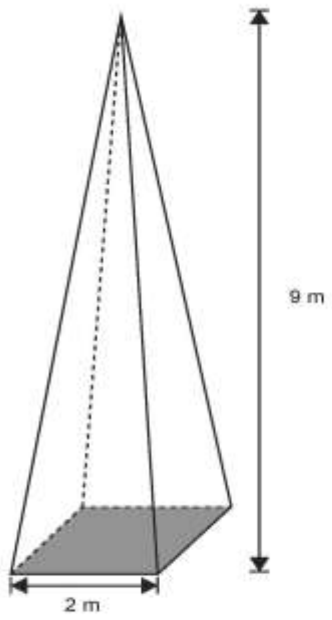
(M11272SI) Maria utilizou cartolina e fez uma pirâmide reta de base quadrada. Essa pirâmide tem aresta da base igual a 4 cm e a altura de cada face lateral igual a 12 cm.

A área total dessa pirâmide, em cm^2, é

A) 16
B) 24
C) 40
D) 112
E) 192

Questão 4)

(M112285I) Uma pirâmide quadrangular retangular tem altura igual a 9m e aresta da base igual a 2m, conforme mostra a figura:



O volume dessa pirâmide é:

A) 7 m^3
B) 11 m^3
C) 12 m^3
D) 18 m^3
E) 36 m^3

Questão 5)

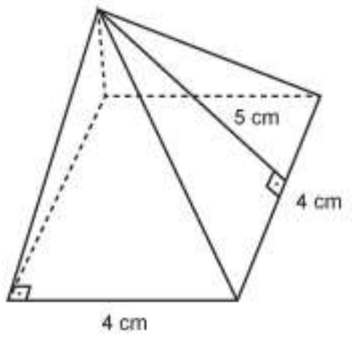
(PAMA11041AC) No cone circular reto abaixo, a altura(h) é o triplo do raio da base(r).

O volume desse cone é

A) $3\pi r^3$
B) $\frac{1}{3}\pi r^3$
C) πr^3
D) $9\pi r^3$
E) $\frac{9}{2}\pi r^3$

Questão 6)

(M111205I) Na figura a seguir você vê uma peça em forma de pirâmide de base quadrada cujas faces são triângulos isósceles de altura 5 cm.



Nestas condições, concluímos que a área total dessa peça mede:

A) 36 cm^2
B) 40 cm^2
C) 56 cm^2
D) 80 cm^2
E) 96 cm^2

GABARITO: 1 – A; 2 – E; 3 – D; 4 – E; 5 – C; 6 - C

Questão 7) Para uma festa infantil de Halloween foram encomendados 120 chapéus de bruxa idênticos, cada um confeccionado a partir de um semicírculo de 56 cm de diâmetro.

a) Que altura terá cada chapéu?
b) Qual a quantidade de papel gasto nesta encomenda. Desconsidere as perdas.

SOLUÇÃO:
R = raio do semicírculo
r = raio da base

a) $C_S = \frac{2\pi R}{2} = \frac{2\pi . 28}{2} = 28\pi$ e $c = 2\pi r \Rightarrow 28\pi = 2\pi r \Rightarrow r = 14$

$g^2 = h^2 + r^2 \Rightarrow 28^2 = h^2 + 14^2 \Rightarrow h \cong 24,25$ cm

b) $A_L = \pi rg = \pi . 14 . 28 \Rightarrow A_L = 1230,88$ cm^2

Então, a quantidade total de papel gasta será de 1230,88 x 120 = 147705,6 cm^2 ou 14,77 m^2

AVALIAÇÃO

O processo de avaliação é um dos momentos mais importantes no processo de ensino-aprendizagem, pois é neste momento que o professor tem condições de detectar os problemas que os alunos vêm enfrentando e, assim, poder ajudá-los.

Por isso é de extrema importância que a avaliação se dê a todo o momento. Tanto na hora da explicação do conteúdo, com a participação do aluno, através de questionamentos à turma, inclusive nominalmente quando for preciso, quanto indo de mesa em mesa, observando as dificuldades que eles enfrentam na realização dos exercícios, orientando-os.

Com a Atividade 2 (pg 6 a 10), durante os questionamentos feitos pelo professor, é possível detectar se os alunos estão entendendo os conceitos abordados. O professor também pode escolher, nominalmente, alguns alunos que menos participam, fazendo alguns questionamentos que constem no roteiro apresentado, a fim de perceber se estão entendo ou se têm alguma dúvida.

A Atividade 3 (pg 11 a 14) é um ótimo momento para o professor avaliar se os alunos entenderam as principais diferenças entre os elementos das pirâmides e cones. Como a atividade vai demandar um pouco mais tempo entre um sólido e outro, o professor pode ir passando de mesa em mesa, fazendo alguns questionamentos e apontamentos com os alunos acerca destas características: tais como o número de triângulos laterais igual ao número de lados do polígono da base, triângulos laterais iguais pois o polígono da base é regular, e outros.

Os exercícios da utilizados na pg 16 (atividade 4) servirão para avaliar se os alunos têm alguma dificuldade de trabalhar com questões que envolvam prismas, cilindros, pirâmides e cones. Este momento é muito importante, pois é aí que será reforçado as diferenças entre cada tipo de sólido.

A atividade 5 (pg 17) faz-se necessária para detectar as dificuldades dos alunos na resolução de exercícios e problemas envolvendo pirâmides e cones. Quando o professor for corrigir a avaliação, é importante não fazer a correção dos erros diretamente na folha de atividades. Isto precisa ser feito em um novo momento, juntamente com a turma, onde cada aluno poderá ver seu próprio erro e corrigi-lo. O professor precisa pontuar no quadro, além dos erros mais freqüentes, aqueles que também achar de maior relevância.

Outro instrumento capaz de complementar esta avaliação é o Saerjinho. É interessante separar um dia para a correção das suas questões junto com a turma, a fim de que todos possam observar onde estão errando.

BIBLIOGRAFIA

IEZZI, Gelson. et al. **Matemática:** Ciência e Aplicações. Ensino Médio - 6 ed. São Paulo: Saraiva, 2010. 2 v.

RIBEIRO, Jackson. **Matemática**: Ciência, Linguagem e Tecnologia. Ensino Médio. São Paulo: Scipione, 2011. 2 v.

ROTEIROS DE AÇÃO: Campo Conceitual 2: Pirâmides e Cones. Projeto Seeduc: Formação Continuada, 2012. Disponível em: www.profetoseeduc.cecierj.edu.br . Acesso em: set. 2012.

SAERJ: Saerjinho. Disponível em: www.saerjinho.caedufjf/diagnostica/ . Acesso em: 10 ago. 2012.

SOUZA, Joaquim. Coleção Novo Olhar: Matemática. Ensino Médio. São Paulo: FTD, 2012. 2 v.