Formação Continuada em Matemática
Fundação CECIERJ/ Consórcio CEDERJ

Matemática 2º ano
3º Bimestre de 2012

Plano de Trabalho 2: PIRÂMIDES

Cursista: **Josiane da Cunha Souza Page**
Tutor: **Deivis de Oliveira Alves**

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO..3

DESENVOLVIMENTO..3

AVALIAÇÃO...12

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA....................................12

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem por objetivo contextualizar a teoria matemática por meio de situações reais e despertar a curiosidade do aluno para aplicações mais elaboradas. O pré-requisito básico para as atividades propostas serão a leitura, interpretação, coordenação motora e as operações básicas matemáticas.

No primeiro momento do plano de trabalho é propor uma viagem imaginária para o antigo Egito visitando as pirâmides e conhecendo sua história. O próximo passo será a construção de miniaturas das pirâmides com canudos e também com dobradura para identificação dos seus elementos onde logo após passaremos para uma experiência na qual definiremos o cálculo do volume de uma pirâmide. Em seguida, passaremos para a resolução de dez situações-problemas que irão conduzir o cálculo do volume das pirâmides trabalhando as habilidades H04, H07 e H25 da Matriz de Referência do Saerjinho. Depois será abordada a teoria dos fractais para ilustrar essa nova área da Matemática que vem tendo enorme aplicação. Para os biólogos, ajuda a compreender o crescimento das plantas. Para os físicos, possibilita o estudo de superfícies complexas. Na Medicina, dá uma nova visão da anatomia interna do corpo e, em artes gráficas, quando os computadores são alimentados com equações, eles criam magníficos desenhos.

Por fim o processo de avaliação que é um instrumento fundamental para se obter informações sobre como foi o andamento do processo ensino-aprendizagem. Somente o diagnóstico contínuo possibilita a reformulação de procedimentos e estratégias, visando sempre o sucesso efetivo de nossos alunos.

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 1:

HABILIDADE RELACIONADA: H04 - Reconhecer pirâmides por meio de suas principais características;

PRÉ-REQUISITOS: Leitura e identificação de sólidos geométricos.

TEMPO DE DURAÇÃO: 30 minutos.

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Notebook e projetor de multimídia

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Grupos de no máximo 4 alunos.

OBJETIVOS: Reconhecer uma pirâmide regular; Identificar uma pirâmide.

METODOLOGIA ADOTADA: Através de uma apresentação no PowerPoint com imagens e dados históricos das pirâmides do Egito começando contando através das imagens que os egípcios foram grandes construtores civis e as pirâmides são uma prova disso.

As principais pirâmides egípcias são as de Djedefré, em Abu Roache; de Quéops, de Quéfren e de Miquerinos, em Gizé.

A mais alta de todas é a de Quéops, cuja ponta, hoje desaparecida, chegava a 146,59 m acima de sua base. Sua construção foi iniciada em 2640 a.C. e durou 20 anos.

Essa pirâmide foi feita com 2 300 000 blocos de calcário; cada bloco tinha massa de 2 500 kg e foram sobrepostos até atingir a altura de 146,59 m. Eles eram extraídos das montanhas de Mokkatam. Os carregadores os transportavam pelo rio Nilo em enormes jangadas. Depois, esses blocos eram levados sobre trenós de madeira até a obra e os escravos que trabalhavam na pirâmide os elevavam de um degrau a outro muito mais por meio da força física do que pela ajuda do simples engenho formado por troncos de árvores.

Não é à toa que essa pirâmide, também conhecida como "Grande Pirâmide", é uma das sete maravilhas do mundo antigo.

O grau de precisão na construção e orientação das pirâmides pelos egípcios era tão grande que lendas mal fundamentadas nasceram a respeito.

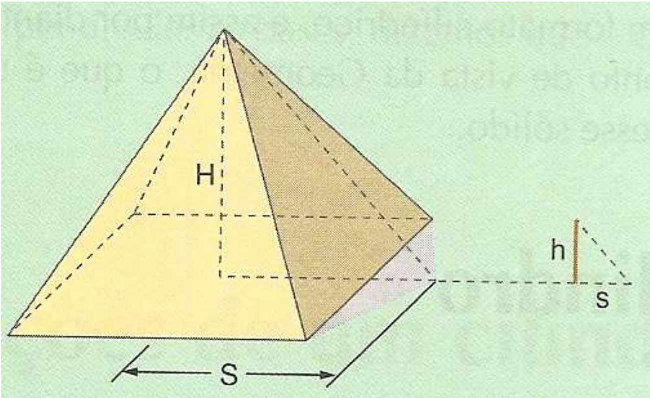
Por exemplo, sobre a pirâmide de Quéops, sugeriu-se que a razão entre o perímetro da base e a sua altura tinha sido intencionalmente estabelecida em 2p, ou que o perímetro da base seria propositalmente igual ao comprimento da circunferência com raio igual à altura da pirâmide. Sabemos que tudo isso está em desacordo com o que conhecemos da geometria dos egípcios, em obras como o Papiro Rhind (ou Papiro Ahmes), o mais extenso documento do antigo Egito.

Não poderíamos nos esquecer de Tales de Mileto (624-528 a.C.), nascido em Mileto, foi o primeiro matemático e astrônomo grego.

Próspero negociante, frequentemente viajava para a Babilônia e o Egito, que naquela época eram os centros do conhecimento e do saber. Adquiriu assim uma cultura extraordinária, tendo sido incluído entre os sete sábios da Grécia.

Numa determinada ocasião, Tales ofereceu-se para calcular a altura de uma pirâmide egípcia, sem escalar o monumento, e essa medição foi feita na presença do Rei Amasis, num dia de sol.

Tales cravou um bastão verticalmente no solo e mediu a altura do bastão e sua sombra, obtendo dois comprimentos. Em seguida, mediu a distância do vértice da sombra até a metade de uma aresta da base da pirâmide, conforme mostrado na figura seguinte.



Concluiu seu cálculo baseando-se no fato de que a razão entre a altura do bastão e o comprimento de sua sombra é a mesma entre a altura da pirâmide e o comprimento de sua sombra.

O fundamento de seu cálculo estava no paralelismo dos raios solares e na conseqüente semelhança dos triângulos formados.

Se nós chamarmos a altura do bastão de h e sua sombra de s, a altura da pirâmide H e sua sombra de S, o cálculo feito por Tales foi a simples resolução da seguinte proporção:

$$\frac{h}{s}=\frac{H}{S}\Rightarrow H=\frac{h.S}{s}$$

ATIVIDADE 2:

HABILIDADE RELACIONADA: Deparar com o raciocínio dedutivo e visualizar o mundo real; Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema (**H08)**.

PRÉ-REQUISITOS: Coordenação motora e figuras geométricas planas.

TEMPO DE DURAÇÃO: 40 minutos.

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Canudos, linha ou barbante, cola quente e folha fotocopiada (xerox).

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Grupos de no máximo 4 alunos.

OBJETIVOS: Desenvolver nos alunos a capacidade de visualização e representação geométrica das pirâmides; Construir a estrutura das arestas das pirâmides permitindo o reconhecimento e a classificação de seus elementos.

METODOLOGIA ADOTADA: O material necessário para construção das pirâmides (canudos, linha ou barbante, cola quente) será distribuída entre os grupos formados. A proposta é a construção dos seguintes sólidos: pirâmide de base triangular, quadrangular, pentagonal, hexagonal e heptagonal.

A partir das imagens visualizadas na 1ª atividade as construções serão realizadas, Essa tarefa exige muita concentração e habilidade na manipulação da linha/barbante, que ajuda no desenvolvimento da coordenação motora.

Ao utilizar linha/barbante, após a obtenção da forma do esqueleto, é imprescindível que a estrutura seja reforçada, com cola quente, em cada vértice. A elaboração desses reforços da estrutura para a obtenção de uma melhor modelagem do sólido, ajuda no desenvolvimento da habilidade da visualização espacial, pois, nessa tarefa, há necessidade de que o aluno preveja o caminho da linha pelos canudos. Essas construções com canudos e fios, ainda que trabalhosas, são importantes por permitirem o desenvolvimento da habilidade da visualização.

Ao acompanhar os esquemas com os desenhos e movimentos dos fios para a obtenção da forma do sólido o aprendiz fortalece a sua percepção espacial. As atividades apresentadas incluem três desafios os quais para serem respondidos é necessário se levar o aluno a observar e a analisar os esquemas de construção dos esqueletos.

Contrariando a maioria dos livros, informando ao aluno sobre o número de vértices, faces e arestas, a atividade aqui apresentada será finalizada levando o aluno a construir esses valores com as atividades abaixo.

1) Os sólidos construídos são pirâmides regulares:

a) Identifique os vértices das pirâmides.
b) Identifique as alturas das pirâmides.
c) Identifique as faces laterais.
d) Que tipo de base as pirâmide tem?

2) Complete corretamente a tabela abaixo:

Pirâmide	Triangular	Quadrangular	Pentagonal	Hexagonal	Heptagonal
Nº de lados do polígono da base					
Nº de vértices					
Nº de faces					
Nº de arestas					

ATIVIDADE 3:

HABILIDADE RELACIONADA: Resolver problemas envolvendo noções de volume; Calcular a medida do volume de uma pirâmide, com ou sem a informação de fórmulas. (H25 - C3)

PRÉ-REQUISITOS: Coordenação motora, figuras geométricas planas e medidas de capacidade.

TEMPO DE DURAÇÃO: 30 minutos.

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Pedaços de papel, sabão e arroz.

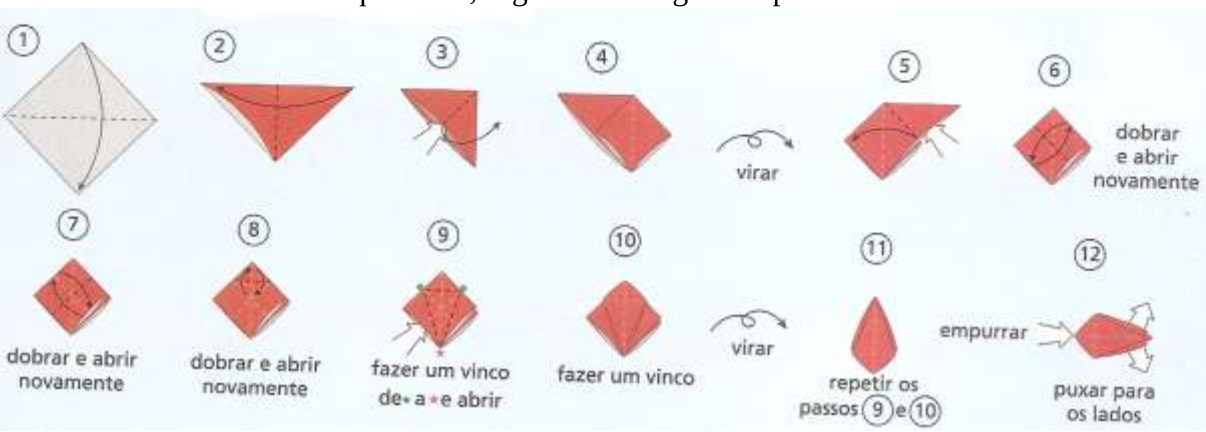
ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Grupos de no máximo 4 alunos.

OBJETIVOS: Auxiliar os alunos na construção de seus conhecimentos geométricos, por meio da arte do Origami; Possibilitar a abstração dos conceitos geométricos de forma clara e coerente.

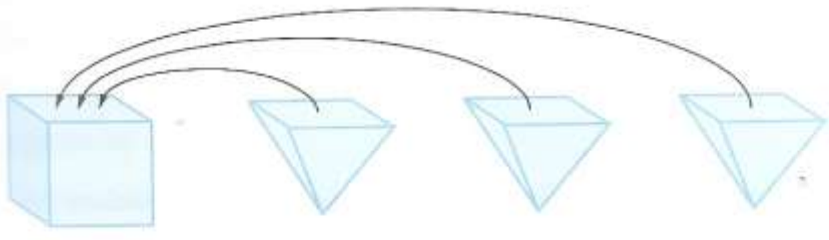
METODOLOGIA ADOTADA: O trabalho com dobraduras é importante, pois, além de ser desafiador e atrativo para os alunos, envolve atividade que proporcionam a aquisição de habilidades espaciais e geométricas. Fazer dobraduras vai além da geometria, envolve relações sociais, interação do grupo, auto-estima e iniciativa para enfrentar desafios.

Originalmente, as dobraduras (em japonês origami) são feitas com uma folha de papel quadrada que, depois de uma sequência de dobras, resulta em uma figura que representa um objeto plano ou não plano. Nessa construção, não é permitido recortar o papel.

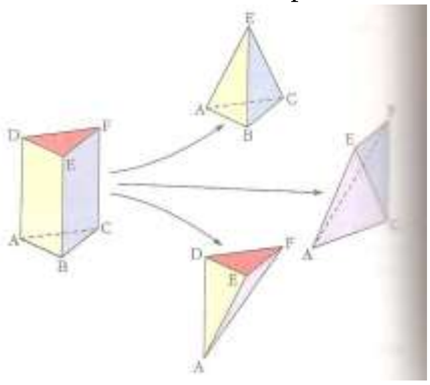
A próxima proposta é construir uma pirâmide quadrangular regular com o recurso de dobradura. Partindo de um quadrado, seguindo os seguintes passos:



Após a dobradura faremos uma experiência para compreender o cálculo do volume das pirâmides. Com a utilização de arroz como medida de capacidade concluiremos que será necessário três pirâmides cheias de arroz para encher uma vasilha em forma de prisma com mesma base e altura de nossa dobradura.



Essa experiência também pode ser feita uma experiência cortando um pedaço de sabão, observando que um prisma triangular pode se decompor em três pirâmides triangulares de mesmo volume. Portanto, o volume de cada uma dessas pirâmides é igual a terça parte do volume do prisma triangular.



Conclusão: O volume da pirâmide corresponde a $\frac{1}{3}$ do produto da área base pela altura:

$$V = \frac{A_b.h}{3}$$

ATIVIDADE 4:

HABILIDADE RELACIONADA: Efetuar cálculos envolvendo volume de pirâmides (H25 - C3)

PRÉ-REQUISITOS: Operações básicas: soma, multiplicação e divisão.

TEMPO DE DURAÇÃO: 70 minutos.

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha fotocopiada (xerox).

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Grupos de no máximo 4 alunos.

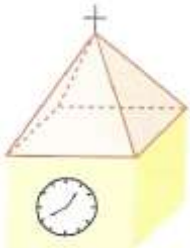
OBJETIVOS: Calcular o volume de uma pirâmide.

METODOLOGIA ADOTADA: Resolver dez situações-problema levando os alunos a reconhecer os elementos e calcular o volume das pirâmides. Em cada atividade os conceitos serão transmitidos gradativamente para garantir um aprendizado concreto.

QUESTÕES PROPOSTAS:

1) Uma pedra preciosa tem a forma da figura abaixo. Sabendo que a pedra tem 6 mm em todas as arestas, calcule o volume da pedra.

2) A parte mais alta da torre de uma igreja é uma pirâmide quadrada (figura abaixo). A aresta da base tem 6 m e a altura da pirâmide é 4 m. Qual é o volume dessa parte da torre?



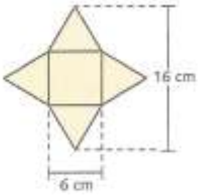
3) A pirâmide de Quéops é conhecida como a Grande Pirâmide do Egito. Sua base tem aproximadamente 230 m de aresta e sua altura é de 137 m.
Qual é o volume dessa pirâmide?

4) Um enfeite de acrílico tem a forma de uma pirâmide quadrada. Sua base tem 15 cm de aresta e sua altura é 20 cm. Supondo-o maciço, qual é o volume de acrílico usado para fazer esse enfeite?

5) Uma barraca piramidal é sustentada por seis hastes metálicas cujas extremidades são os vértices da pirâmide e os seis vértices da base. A base é um polígono cujos lados têm todos o mesmo comprimento, que é de 3 m. Se a altura da barraca é de 3 m, qual é o volume de ar nessa barraca?

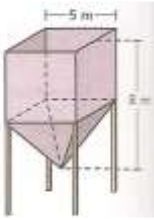
6) Uma peça maciça de cristal tem o formato de um tetraedro (figura abaixo). Sabendo que cada aresta da peça mede 10 cm, qual é o volume de cristal usado para fazer essa peça?

7)	A figura representa a planificação de uma embalagem com a forma de uma pirâmide regular de base quadrada. Em relação a essa embalagem, calcule o volume interno.



8)	O prefeito de uma cidade pretende colocar em frente à prefeitura um mastro com uma bandeira, que será apoiado sobre uma pirâmide de base quadrada feita de concreto maciço, como mostra a figura. Sabendo-se que a aresta da base da pirâmide terá 3 m e que a altura da pirâmide será 4 m, determine o volume de concreto, em metros cúbicos, necessário para a construção da pirâmide.

9)	Um pequeno silo para armazenar grãos tem a forma de um poliedro composto por um cubo e uma pirâmide regular, conforme figura. Calcule, em litros, a capacidade de armazenamento desse silo.



10)	Uma indústria que produz perfumes à base de essências genuínas da Amazônia resolveu inovar nas embalagens de seus produtos para chamar a atenção do consumidor. O Cheiro do Pará, por exemplo, foi engarrafado em frascos no formato de uma pirâmide quadrangular regular que, internamente, tem 15 cm de altura e 20 cm de perímetro da base. Calcule o volume interno de um desses frascos.

ATIVIDADE 5:

HABILIDADE RELACIONADA: Associação do conhecimento geométrico com diferentes conceitos matemáticos, despertando o interesse dos alunos, pelas formas, cores e luminosidade.

PRÉ-REQUISITOS: Criatividade, raciocínio lógico e motivação

TEMPO DE DURAÇÃO: 30 minutos.

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Notebook, projetor de multimídia.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Grupos de no máximo 4 alunos.

OBJETIVOS: Conhecer e compreender fractais.

METODOLOGIA ADOTADA: Será apresentado aos alunos através de slides uma explicação sobre os fractais.

A Geometria Fractal é o ramo da matemática que estuda as propriedades e comportamento dos fractais. O termo fractal vem do latim *fractus*, fração, quebrado e diz respeito a figuras da geometria não-Euclidiana.

Descreve muitas situações que não podem ser explicadas facilmente pela geometria clássica, e foram aplicadas em ciência, tecnologia e arte gerada por computador. As raízes conceituais dos fractais remontam a tentativa de medir o tamanho de objetos para os quais as definições tradicionais baseadas na geometria euclidiana falham.

O artista digita uma equação. A partir daí, o computador faz literalmente milhões de cálculos e vai desenhando os fractais, imagens cuja riqueza de detalhes só perde para a própria realidade.

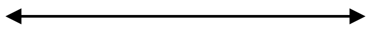
A matemática do delírio - segundo o velho Euclides, matemático grego que viveu cerca de 2200 anos atrás, existem figuras que não tem dimensão. È o caso dos pontos, como este ponto final (.). Uma reta, por sua vez, é algo com uma única dimensão. Já a capa de uma revista, tem duas dimensões. Para saber qual a sua área, é necessário multiplicar as medidas do comprimento e da largura. Do mesmo modo, um bloco possui três dimensões, porque precisamos multiplicar três medidas (comprimento, largura e altura) para saber qual o seu volume. Euclides estava certo. Mas não resolveu o problema.

Existe uma infinidade de fenômenos na natureza que, graças à sua irregularidade, não podem ser descritos por essa geometria toda certinha. É preciso apelar para complicados cálculos que resultam nas chamadas dimensões fracionárias – como a dimensão 0,5, por exemplo, típica de um objeto que é mais do que um simples ponto com "dimensão zero", porém menos do que uma reta com dimensão 1. Só a chamada geometria dos fractais consegue descrevê-lo.

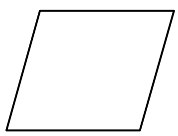
Essa nova área das ciências matemáticas vem tendo uma enorme aplicação. Para os biólogos, ajuda a compreender o crescimento das plantas. Para os físicos, possibilita o estudo de superfícies intrincadas. Para os médicos, dá uma nova visão da anatomia interna do corpo. Enfim, não faltam exemplos. Um dos mais belos é o uso dos fractais na arte.

Duas maneiras possíveis de descrever o mundo
A geometria euclidiana...

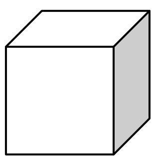
Um ponto tem "dimensão 0."
Ele não tem comprimento ou largura. É impossível medi-lo



Uma reta tem uma única dimensão. Um segmento de reta só pode ser medido pelo seu comprimento.



Um plano tem duas dimensões. A superfície do tampo retangular de uma mesa tem como área o produto das medidas do comprimento pela largura.



Já um cubo é uma figura espacial, possui três dimensões: largura, comprimento e altura cujas medidas multiplicadas, resultam em seu volume.

... e dos fractais

Existem objetos que não podem ser descritos por retas, como esta acima.

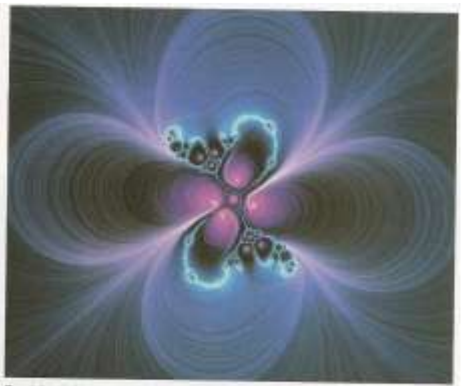
Então, é como se fosse retirado um pedaço da reta.

E depois mais outros pedaços

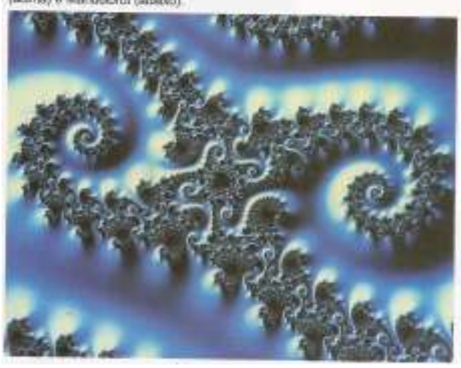
A operação de esburacar a reta seria repetida inúmeras vezes...

... até se ter uma idéia do que aconteceria se fosse quebrada infinitas vezes.

Sobraria, então, o que se chama “Poeira de Cantor”, idealizada pelo matemático alemão Georg Cantor. Seria mais do que um único ponto (dimensão 0) e menos do que uma reta (dimensão 1): uma dimensão 0,5, por exemplo. Existem, ainda, objetos entre a reta e o plano. E objetos entre o plano e o cubo. Basta imaginar essas figuras esburacadas, como a reta que virou poeira.



Fractais obtidos pela aplicação das fórmulas matemáticas de Gaston Julia (acima) e Mandelbrot (abaixo).



AVALIAÇÃO

A avaliação é um processo, não uma série de obstáculos a serem vencidos. Ao longo do plano de trabalho, muitas oportunidades de observação serão aproveitadas. A identificação do conhecimento prévio do aluno, proposto em todas as atividades propostas. Além disso, no decorrer das atividades serão pontuados, registrados e relatados procedimentos comuns, relevantes e diferentes que irão contribuir para melhor avaliar o aluno.

O acompanhamento durante a resolução das atividades (H25 - C3) e as produções orais e escritas da turma possibilitarão a percepção sobre quais aspectos deverão ser reforçados conforme orientação do Roteiro de Ação 4. Será observada a compreensão conceitual, a leitura e interpretação dos textos matemáticos e as atitudes na resolução dos problemas. Durante a realização das atividades serão realizados feedbacks para que os alunos não percam o objetivo do trabalho proposto. Também será observado se o aluno fará alguma pergunta, participará das atividades e trabalhos propostos, se haverá cooperação com os colegas, se argumentará com justificativas coerentes defendendo assim sua opinião. A partir dessa observação, pode-se avaliar a capacidade de argumentação, a lógica de raciocínio, a compreensão correta dos conceitos envolvidos, a organização, a descrição do método utilizado e, ainda, os resultados obtidos.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

BARROSO, Juliane Matsubara. **Conexões com a Matemática**. São Paulo: Moderna, 2010.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**. São Paulo: Ática, 2010.

EVES, Howard. **Introdução à história da Matemática**. Campinas: Unicamp, 1995.

FACCHINI, Walter. **Matemática para a escola de hoje**: livro único. São Paulo: FTD, 2006.

GUELLI, Oscar. **Queimem os livros de Matemática**. 7ª Ed. São Paulo: Ática, 2010.

PAIVA, Manoel. **Matemática**: volume único. 1ª ed. São Paulo: Moderna, 2005.

ROTEIROS DE AÇÃO – Pirâmides e Cones – Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 3º bimestre/2012 – http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 09/09/2012.

EXEMPLO DE TAREFA 1 – Função Polinomial do 1º grau – Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 2º bimestre/2012 – http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 20/08/2012.

MATRIZ DE REFERÊNCIA DO SAERJINHO 2012 – Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 3º bimestre/2012 – http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 16/08/2012.