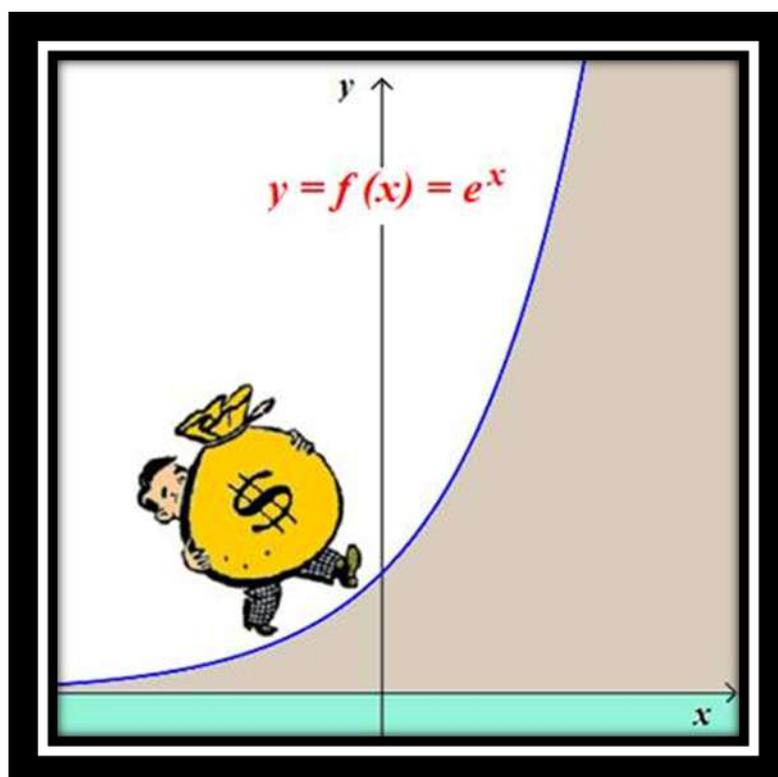


## Formação Continuada em Matemática

Fundação Cecierj Consórcio Cederj  
Matemática na Escola - 4º bimestre – 1º ano

### Plano de Trabalho Equações exponenciais



#### Tarefa 1

Cursista : Adriana Machado Perucci  
Tutora: Analia Maria Ferreira Freitas

# SUMÁRIO

<b>Introdução</b> -----	<b>3</b>
<b>Objetivos</b> -----	<b>4</b>
<b>Desenvolvimento</b> -----	<b>5</b>
<b>Atividade 1</b> -----	<b>5</b>
<b>Folha de Exercícios</b> -----	<b>8</b>
<b>Avaliação</b> -----	<b>9</b>
<b>Atividade 2</b> -----	<b>9</b>
<b>Avaliação</b> -----	<b>12</b>
<b>Considerações finais</b> -----	<b>13</b>
<b>Referência bibliográfica</b> -----	<b>15</b>
<b>Recursos</b> -----	<b>16</b>

## Introdução

*"Um trabalho matemático é para quem o sabe ler  
o mesmo que um trecho musical para quem o sabe ouvir,  
uma ode para quem a sabe sentir."  
Francisco Gomes Teixeira*

Atualmente temos contra nós professores uma gama enorme de tecnologia e precisamos fazer com que ela trabalhe em nosso favor, trazendo nossos alunos de volta com atividades mais atrativas. Uma delas é a construção de conceitos através da resolução de problemas. Devido a isto um dos aspectos fundamentais que rege as mudanças educacionais e estimula as diferentes pesquisas em educação é o fato de se buscar desenvolver nos alunos a capacidade de aprender a aprender, estimular a invenção e a criatividade.

Os alunos chegam desmotivados e com pressa de acabar logo o que estão fazendo, não conseguindo, no entanto, observar melhor o que se quer e não compreendem o problema, ou perguntam o que é para ser feito. E a resolução de problemas promove o desenvolvimento da habilidade de trabalhar em grupo, e também estimula o estudo individual, de acordo com os interesses e o ritmo de cada estudante. O aprendizado passa a ser centrado no aluno, que sai do papel de receptor passivo, para o de agente e principal responsável pelo seu aprendizado.

“É consensual a ideia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática.” PCN e o recurso da resolução de problemas tem demonstrado que o aluno aprende com mais motivação.

Este Plano de Trabalho veio trazer uma metodologia diferente daquela que está acostumado, apenas utilizando fórmulas, ou indo por este ou aquele caminho. A intenção é construir conceitos em conjunto, para que o aprendizado aconteça.

## **Objetivos**

### **Competências e habilidades**

- **Identificar fenômenos que crescem ou decrescem exponencialmente.**
- **Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial.**
- **Resolver problemas significativos utilizando a função exponencial.**
- **Resolver equações exponenciais simples.**

# Atividade 1

---

## Desenvolvimento

### Objetivos

Trabalhar um método lúdico de memorização das propriedades operatórias das potências

### Habilidade Relacionada

**H52** – Resolver problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).

### Duração das atividades

- 2 aulas de 50 minutos.

### Organização da sala

Trabalho individual com os alunos

### Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com o aluno

Propriedades operatórias das potências

### Recursos Educacionais

Folha de atividades, lápis, música disponível na plataforma, qualquer reprodutor de música no formato mp3 ou um instrumento musical de sua preferência.

### Estratégias e recursos da aula

Esta música é de autoria do Prof. André Silva, professor da Rede Estadual no CIEP 441 Mané Garrincha. Ela foi gravada pelo Coral Mané Garrincha para estar disponível a seus alunos.

Em sala de aula, ela já ganhou diversas versões em estilos como Rock, Samba, Axé e o mais comum, o Funk! Apresente-a a seus alunos e permita que eles escolham a versão com que mais se identificam.

#### **1ª Parte** – Associando a letra da Música às propriedades

- 1) Distribuir a letra da Música na folha de atividades abaixo.
- 2) Por a Música para ser ouvida pelos alunos.
- 3) Depois dar umas passadas na música, pedir que eles escrevam em cada caixa de texto a propriedade a que se refere a respectiva estrofe da música.

## 2ª Parte – Associando a letra da Música às propriedades

1) Trabalhar uma lista de revisão com expressões, identidades e equações exponenciais para que eles utilizem as propriedades das potências. Sempre que for lembrar de uma dessas propriedades cantar a música com eles.

2) Depois que a letra estiver decorada deixá-los à vontade para rever o ritmo da música de acordo com as preferências deles.

### Potências Sonoras

Eu *somo* os expoentes na **multiplicação** →

Eu os *subtraio* se for uma **divisão** →

**Potência de potência** *multiplico* os expoentes →

Se o número é *raiz* o expoente é uma **fração** →

Quando elevado a zero o resultado é *um* →

Se o **expoente** é *negativo* a **base** *inverte a posição* →

Regra é clara se não for da **mesma base** →

Eu *não faço nada* eu não faço nada não

Mas tem a **exceção** do mesmo expoente →

As bases vou *multiplicar* vou *dividir* →

Mas tome cuidado para não cair,

Só vale se o **expoente** é *igual* ao que eu já vi

## Potencias Sonoras

(André Silva)

*D* *A* *D*  
*Eu somo os expoentes na multiplicação*

*A* *D*  
*Eu os subtraio se for uma divisão*

*D7* *G* *Gm7* *F#m7*  
*Potência de potência multiplico os expoentes*

*Bm7* *Em7* *A7* *D*  
*Se o número é raiz o expoente é uma fração*

*A* *D*  
*Quando elevado a zero, o resultado é um*

*A* *D* *D7*  
*Se o expoente é negativo a base inverte a posição*

*G* *Gm7* *F#m7*  
*A regra é clara, se não for da mesma base*

*Bm7* *Em7* *A7* *D* *D7*  
*Eu não faço nada eu não faço nada não*

*G* *Gm7* *F#m7*  
*A regra é clara, se não for da mesma base*

*Bm7* *Em7* *A7* *D*  
*Eu não faço nada eu não faço nada não*

*A* *D*  
*Mas, tem a exceção do mesmo expoente,*

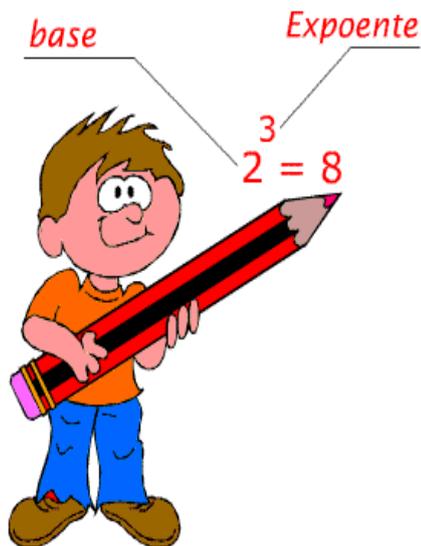
*A* *A7* *D* *D7*  
*As bases vou multiplicar, vou dividir,*

*G* *Gm7* *F#m7*  
*Mas, tem um cuidado para não cair,*

*Bm7* *Em7* *A7* *D* *D7*  
*Só vale se o expoente é igual ao que eu já vi.*

*G* *Gm7* *F#m7*  
*Mas, tem um cuidado para não cair,*

*Bm7* *Em7* *A7* *D*  
*Só vale se o expoente é igual ao que eu já vi.*



## Exercícios

01 – Determine o valor da expressão  $2^5 \cdot 2^2 \cdot 2^4 \cdot 2$ , utilizando as propriedades de potência.

02 – Dada a expressão  $5^{10} \div 5^8 \div 5^{15} \div 5^3 \div 5$  determine a sua forma simplificada utilizando as propriedades de potência.

03 – Valendo-se de seus conhecimentos sobre as propriedades de potência, qual a forma mais simplificada de escrever a expressão  $\{[(3^2)^5]^4\}^3$ .

04 – Utilizando as propriedades de potência, simplifique a expressão  $8^5 \cdot 8^{12} \cdot 8^3 \div 8 \div 8^7$ .

05 – Simplifique a expressão  $\{[(3^7 \cdot 3 \div 3^4 \cdot 3^8 \cdot 3 \div 3^9)^4]^5\}^2$ .

06) Reduza a uma só potência

a)  $4^3 \times 4^2 =$

b)  $7^4 \times 7^5 =$

c)  $2^6 \times 2^2 =$

d)  $6^3 \times 6^4 =$

e)  $3^7 \times 3^2 =$

a)  $5^4 : 5^2 =$

b)  $8^7 : 8^3 =$

c)  $9^5 : 9^2 =$

d)  $4^3 : 4^2 =$

e)  $9^6 : 9^3 =$

a)  $(5^4)^2 =$

b)  $(7^2)^4 =$

c)  $(3^2)^5 =$

d)  $(4^3)^2 =$

e)  $(9^4)^4 =$

07) Simplifique, utilizando as propriedades da potência:  $\left(125^{\frac{2}{3}} + 16^{\frac{1}{2}} + 343^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}$

08. Simplifique a expressão  $A = \sqrt{(\sqrt{3} - 3)^2} + \sqrt{(3 + \sqrt{3})^2}$ .

## Avaliação

Além desta música, o professor ainda poderá utilizar o vídeo para fazer a demonstração da música para os alunos. Observar se os alunos alcançaram o objetivo da aula que é o de facilitar a memorização das propriedades da potência realizando as tarefas de cálculos das potências dadas.

## Atividade 2

---

### Desenvolvimento

#### Habilidade Relacionada

Aprender noções básicas sobre a função exponencial, produzir um gráfico dessa função, assim como suas aplicações através de um exemplo de aplicação na biologia.

**H58** - Resolver problemas envolvendo a função exponencial.

**H63** - Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial. (C1 - Identificar a representação algébrica de uma função exponencial, dado o gráfico dessa função; C2 - Identificar a representação gráfica de uma função exponencial, dada a representação algébrica dessa função.)

#### Duração das atividades

- 2 aulas de 50 minutos.

#### Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com o aluno

Operações com potenciação.

#### Recursos Educacionais

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/recursos/9936/bacteria.swf>

#### Estratégias e recursos da aula

Como as bactérias não são visíveis à olho nú, a maioria das pessoas esquecem que elas existem. Muito além de banheiros e corrimões de escadas em locais públicos, elas também estão nos teclados e mouses de computadores. Nesses locais, de acordo com pesquisas publicadas em revistas e jornais, são encontradas mais bactérias do que em um vaso sanitário ou uma sola de sapato. Gripes e diversas infecções podem ser transmitidas pelo uso desses equipamentos.

Em laboratórios, onde são realizados exames envolvendo bactérias, o crescimento da população de bactérias pode ser descrito matematicamente. Um dos objetivos desta aula é mostrar que a matemática pode ser usada para representar o crescimento das bactérias.

Para entender um pouco mais sobre as bactérias, sugerimos que o professor disponibilize para uso dos alunos o objeto de aprendizagem disponível no Portal do Professor.



Fig. 1 - Imagem do Objeto de Aprendizagem

Recurso disponível em:  
<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/recursos/9936/bacteria.swf>

## A matemática das bactérias

Sabe-se que sob certas condições em laboratório, o crescimento da população de bactérias duplica em intervalos regulares e a taxa de crescimento aumenta exponencialmente ( $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^n$ ) onde  $n$  é o número de gerações. Portanto temos uma situação real que pode ser representada matematicamente.

Esse momento é adequado para que o professor apresente a definição da função exponencial aos alunos.

A função exponencial é definida por  $f(x) = a^x$ , com  $a$  pertencendo aos números reais e diferente de zero.

Também é importante ressaltar que é comum encontramos gráficos dessa função representando situações do cotidiano ou representando situações encontradas na natureza, muito além do crescimento populacional das bactérias.

Nessa aula os alunos devem usar a planilha eletrônica Calc/BrOffice (<http://www.broffice.org>) para produzir gráficos desse tipo de função. Essa é uma abordagem diferenciada que permite aprender sobre a função utilizando um recurso manipulado pelos próprios aprendizes.

Partiremos de uma situação que envolve o crescimento de uma população inicial de 12 bactérias que se duplicam a cada hora. Após 10 horas, qual seria o número de bactérias?

O primeiro passo é trabalhar com os alunos como essa situação pode ser descrita por uma função. Essa é geralmente a parte mais difícil do trabalho. É interessante notar que esse tipo de trabalho pode ser feito com outros conteúdos da matemática.

Na situação descrita anteriormente, a base exponencial é 2, pois há duplicação de quantidade de bactérias. Logo, a função pode ser escrita como  $f(t) = 12 \cdot 2^t$ . Feito isso, pode-se partir para o trabalho com a planilha.

Primeiro cria-se uma tabela com duas colunas e na coluna das bactérias, escreve-se a fórmula encontrada anteriormente usando a linguagem da planilha eletrônica. O resultado, 12, é apresentado imediatamente.

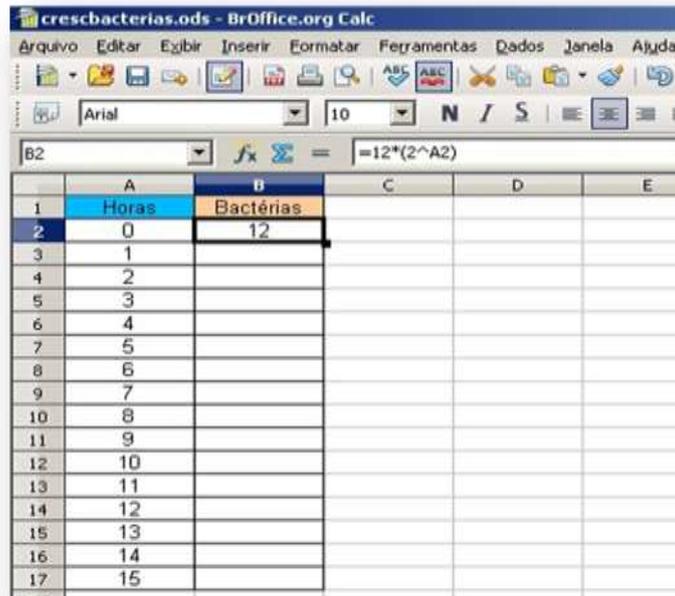


Fig. 2 - Tabela para cálculo da função.

Após aplicar a fórmula aos demais valores do tempo, é preciso selecionar as colunas e clicar no botão  que fica na parte superior do programa. Teremos então a tela de configuração do gráfico e algumas opções que podem ser escolhidas pelos alunos.

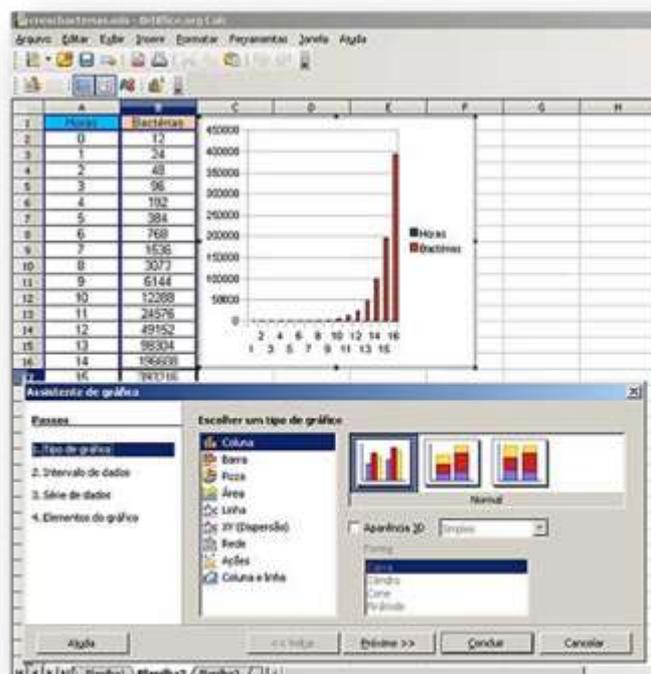


Fig. 3 - Opções para produção do gráfico.

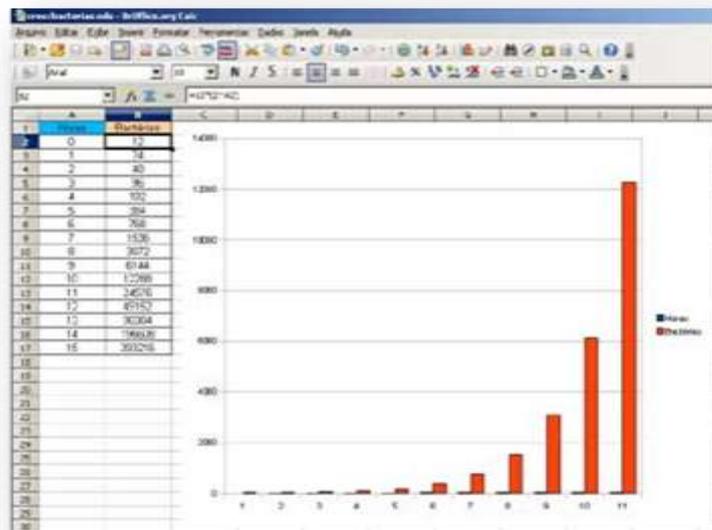


Fig. 4 - Gráfico da função.

Os cálculos do problema foram feitos automaticamente e em 10 horas, a quantidade de bactérias deve chegar a 12288. Porém o processo de interpretação do problema e criação da função não pode ser automatizado e oferecem possibilidades diferenciadas de aprendizagem usando a tecnologia.

Preparar alguns desafios para os alunos resolverem com o auxílio da planilha eletrônica. Por exemplo:

O número de bactérias de uma cultura cresce aproximadamente segundo a função  $f(t) = 2000 \cdot 3^{0,006t}$ , sendo  $t$  medido em dias.

Qual o número de bactérias no início do experimento? Em quantos dias o número inicial de bactérias irá triplicar? A partir do trabalho anterior os alunos possivelmente enxergarão na função muitas informações a respeito da situação apresentada.

## Recursos Complementares

O Portal Mathwarehouse disponibiliza simulações e animações que mostram como funciona o crescimento exponencial em diversas situações do mundo real. Para acessar, utilize os links abaixo:

<http://www.mathwarehouse.com/exponential-growth/exponential-growth-activity.php>

e

<http://www.mathwarehouse.com/exponential-growth/exponential-models-in-real-world.php>

## Avaliação

Utilizando o recurso complementar sugerido, o professor pode solicitar que os alunos realizem uma pesquisa e criem uma planilha que represente o crescimento de uma população que pode ser de pessoas, coelhos, entre outros, de acordo com os interesses dos estudantes. A avaliação dos resultados dessa atividade pode ser agregada aos dados registrados pelo professor no trabalho realizado durante a aula, contemplando a superação das dificuldades de cada aluno, sua participação e comprometimento, além é claro da aplicação dos conceitos matemáticos que foram abordados durante as atividades.

## Considerações finais

---

Leciono no Colégio Estadual Edmundo Peralta Bernardes, para a turma do 1º ano noturno (1004) e temos poucos alunos. Até o bimestre passado contávamos com 13 alunos, hoje, temos 7 ou 8 alunos, no máximo, pois ainda conto com que são turistas. Mesmo com facilidade em se trabalhar na sala de informática, o difícil é ter todos os alunos em sala de aula. Então conto com os presentes. Como as atividades propostas são para serem feitas individualmente, optei em separá-los em duplas. O tempo de 2 aulas foi o ideal, pois apesar de terem poucos alunos, as dificuldades de aprendizagem, trabalho pesado durante o dia, entre outros atrapalham bastante o desenvolvimento das aulas. Mas foi muito bom e proveitoso. Em relação a atividade 1 foi bem bacana, pois gravei meu marido tocando a música no violão e cantando e levei-a para sala. Não consegui puxá-la da plataforma, pois deu erro. Como ele (meu marido) toca violão e canta pedi este favor. Os alunos gostaram muito da música e conseguiram acompanhar. O engraçado é que em outra aula aplicando as propriedades tinha alunos procurando a folhinha da música e outros estavam cantando para lembrar as propriedades para conseguirem realizar as atividades. Na atividade 2 como já estão acostumados a usar a sala de informática fica mais fácil a utilização, pois muita coisa para mexer não preciso explicar, pois já trabalhamos com o Brofficer outras vezes, mesmo assim fizemos em duplas. O recurso das bactérias acharam muito bacana.

## Referências Bibliográficas

---

**CURRICULO MINIMO 2012** - Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 4º bimestre/2012 – Disponível em <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/> >. Acesso em: 08/11/2012.

GASPAROTO, L., **A matemática das bactérias.** Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=1686> >. Acesso em: 02/11/2012.

**MATRIZ DO SAERJINHO 2012** - Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 4º bimestre/2012 – Disponível em: <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/> >. Acesso em: 08/11/2012.

**OBJETO DE APRENDIZAGEM – As Bactérias** – Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/recursos/9936/bacteria.swf>>. Acesso em: 02/11/2012.

PCN – **Parâmetros Curriculares Nacionais** – Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 4º bimestre/2012 – Disponível em: <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/>>. Acesso em: 08/11/2012.

**ROTEIROS DE AÇÃO – Roteiro de Ação 2 – Lembrando as Propriedades das Potências com Música** – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 4º bimestre/2012 – Disponível em: <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/>>. Acesso em: 10/11/2012.

## Recursos

---

OBJETO DE APRENDIZAGEM – **As Bactérias** – Disponível em:  
<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/recursos/9936/bacteria.swf>. Acesso em:  
02/11/2012.