FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ
COLÉGIO: CIEP BRIZOLÃO 175 – JOSÉ LINS DO REGO
PROFESSOR: CARLOS HENRIQUE ANDRADE DE SÃO PEDRO
MATRÍCULA: 09433194
SÉRIE: 1º ANO – ENSINO MÉDIO
TUTOR: LEZIETI CUBEIRO DA COSTA – GRUPO 04

PLANO DE TRABALHO SOBRE FUNÇÃO EXPONENCIAL

Carlos Henrique Andrade de São Pedro
rickasp@yahoo.com.br

1. Introdução:

Para introduzir o estudo da Função Exponencial é importante iniciar com uma revisão de potenciação, radiciação e suas propriedades. Após a revisão, apresentar uma atividade que envolve a dobradura de papel e que para aproveitar ao máximo a atividade, os alunos anotariam os resultados de cada dobradura. Em seguida, iniciar um debate sobre os resultados encontrados e que conceitos estão envolvido nessa atividade para que tenhamos um bom proveito.

Seguindo com a construção do gráfico por tabela que com auxilio do professor o aluno perceberá que o gráfico é uma curva crescente e que os valores encontrados de cada nova dobrada é o dobro do resultado anterior e chamar a atenção que nem sempre os valores atribuídos mostram a curva crescente e que ela pode ser decrescente também.

Em seguida, apresentar a definição de função exponencial e iniciar uma reflexão sobre a sua importância e acrescentar outros recursos como a apresentação de textos, vídeos e questões relacionados ao cotidiano.

É importante não esquecer que para o aluno muito mais agradável o assunto se torna, a partir do momento que ele percebe que sua realidade cotidiana está inserida no que ele aprende na escola. Buscando essa proximidade com o dia-a-dia dos alunos, dar questões contextualizadas como a da bactérias que muito utilizadas nas provas dos vestibulares.

2. Estratégias adotadas no Plano de Trabalho:

A apresentação de uma atividade de Função Exponencial como essa apresentada na primeira atividade nesse plano de trabalho fará com que ele perceba que o conceito matemático de Função Exponencial pode ser utilização em situações que envolvam o nosso dia-a-dia, fazendo com que ele tenha motivação, que o façam realmente pensar, analisar, julgar e decidir-se pela melhor solução, desenvolvendo o raciocínio lógico. Descobrir e ter autonomia de pensamento em lugar de simplesmente imitar, repetir e seguir o que o professor fez e ensinou. Como exemplo: O primeiro texto do conteúdo revisando que tem como título “Uma proposta milionária?”, em que oferece uma oportunidade única de riqueza, pois tem que escolher dentre duas, uma única escolha que fala em receber trinta dias após o dia de hoje a quantia de um milhão de reais, ou receberás hoje um centavo de real e a cada novo dia o dobro do que recebeu no dia anterior... Devido ser uma história, faz com que os alunos ficam atentos em entender o que está acontecendo e desperta o interesse em responder a pergunta e é o mesmo que desenvolver a questão. Além de despertar o interesse dos alunos em trabalhar o raciocínio lógico, pode também após a tabela dos valores encontrados fazer o gráfico da Função Exponencial e a partir daí fazer todas as definições cabíveis da matemática nos assuntos abordado na questão. Trabalhar com questões contextualizadas como diz o texto Amarrando as idéias estaremos reforçando o uso de situações-problemas em que o professor através de questionamentos possibilita ao aluno pensar, analisar e discutir o assunto abordado.
Descobrir e ter autonomia de pensamento em lugar de simplesmente repetir e seguir o que o professor fez e ensinou

Duração das atividades: Três semanas

Atividade 1 – (Revisão de Potenciação e Radiciação)

POTENCIAÇÃO

Potência é um produto de fatores iguais.

a^n = a .a . a.....................a (n fatores)

O número real a é chamado de base e o número natural n é chamado de expoente da potência.

Exemplos

a) 2^4 = 2 . 2 . 2 .2 = 16

b) $(-7)^2 = (-7) . (-7) = +49$

c) $(-2)^3 = (-2) . (-2) . (-2) = -8$

d) $(1/2)^2 = (1/2) . (1/2) = ¼$

CASOS PARTICULARES

1) Toda potência de expoente 1 é igual à base.

$a^1 = a$

exemplo: $(-3)^1 = -3$

2) Toda potência de expoente zero é igual a 1.

$a^0 = 1$

exemplo: $(-5)^0 = 1$

3) Toda potência de expoente negativo é igual ao inverso da potência de expoente positivo.

$a^{-n} = 1/a^n$ ($a \neq 0$ e n inteiro)

exemplo: $2^{-3} = 1/2^3 = 1/8$

EXERCÍCIOS

1) Calcule

a) 7^2 = (R:49)

b) 4^2 = (R: 16)

c) 2^5 = (R: 32)

d) 8^1 = (R: 8)

e) 9^0 = (R: 1)

f) $(-9)^2$ = (R: 81)

g) $(-5)^3$ = (R: -125)

h) $(-1)^7$ = (R: -1)

i) $(-15)^1$ = (R: -15)

j) $(-10)^0$ = (R: 1)

k) $(+3)^4$ = (R: 81)

l) $(-1)^{56}$ = (R: 1)

m) $(-10)^5$ = (R: -100000)

2) Calcule:

a) 2^5 = (R: 32)

b) $(-2)^5$ = (R: -32)

c) -2^5 = (R: -32)

d) 2^4 = (R: 16)

e) $(-2)^4$ = (R: 16)

f) -2^4 = (R: -16)

g) $-(-3)^4$ = (R: -81)

h) $-(-5)^3$ = (R: 125)

i) $-(+2)^6$ = (R: -64)

3) Calcule:

a) $(3/2)^2$ = (R: 9/4)

b) $(-1/2)^4$ = (R: 1/16)

c) $(-1/3)^3$ = (R: (-1/27))

d) $(-4/5)^0$ = (R: 1)

e) $(-5/9)^1$ = (R: (-5/9))

f) $(+7/8)^1$ = (R: 7/8)

g) $(-1/2)^5$ = (R: (-1/32))

h) $(-4/3)^2$ = (R: 16/9)

4)Calcule:

a) 7^{-2} = (R: 1/49)

b) 5^{-3} = (R: 1/125)

c) 2^{-4} = (R: 1/16)

d) 2^{-5} = (R: 1/32)

e) $(-3)^{-2}$ = (R: 1/9)

f) $-(-3)^{-2}$ = (R: (-1/9))

5)Calcule:

a) $(3/2)^{-2}$ = (R: 4/9)

b) $(1/2)^{-3}$ = (R: 8)

c) $(2/3)^{-2}$ = (R: 9/4)

d) $(-1/4)^{-2}$ = (R: 16)

e) $(5/2)^{-3}$ = (R: 8/125)

f) $(-1/2)^{-4}$ = (R: 16)

POTÊNCIA COM MESMA BASE

Para facilitar as operações entre potencias, emprega-se as seguintes propriedades:

1) $a^n \cdot a^n = a^{n+n}$

exemplo: $2^3 \cdot 2^8 = 2^{11}$

2) $a^n : a^n = a^{n-n}$

exemplo: $3^{10} : 3^2 = 3^8$

3) $(a^n)^n = a^{n \cdot n}$

exemplo: $(7^3)^4 = 7^{3 \cdot 4} = 7^{12}$

4) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

exemplo $(5 \cdot 3)^2 = 5^2 \cdot 3^2$

EXERCÍCIOS

1) Classifique como verdadeiro ou falso:

a) $5^7 \cdot 5^2 = 5^9$ (v)

b) $3^9 : 3^4 = 3^5$ (v)

c) $8^5 : 8^{-3} = 8^2$ (f)

d) $7^5 - 7^3 = 7^2$ (f)

e) $7^{6-5} = 7^6 / 7^5$ (v)

f) $(7^3)^2 = 7^5$ (f)

g) $(5 + 2)^2 = 5^2 + 2^2$ (f)

h) $3^2 + 3^3 + 3^5 = 3^{10}$ (f)

RADICAIS

Sabemos que:

a) $\sqrt{25} = 5$ porque $5^2 = 25$

b) $\sqrt[3]{8} = 2$ porque $2^3 = 8$

c) $\sqrt[4]{16} = 2$ porque $2^4 = 16$

Sendo a e b números reais positivos e n um número inteiro maior que 1 temos por definição que:

$\sqrt[n]{a} = b$ -- $b^n = a$

lembramos que os elementos de $\sqrt[n]{a} = b$ são assim denominados

$\sqrt{\ }$ = sinal do radical

n = índice do radical

a = radicando

b = raiz

nota:

Quando o índice é 2 , usualmente não se escreve.

Exemplos :

a) $\sqrt[2]{9} = \sqrt{9}$

b) $\sqrt[2]{15} = \sqrt{15}$

ÍNDICE PAR

Se n é para, todo número real positivo tem duas raízes.

Veja:

$(-7)^2 = 49$

$(+7)^2 = 49$

sendo assim $\sqrt{49} = 7$ ou -7

Como o resultado de uma operação deve ser único vamos convencionar que:

$\sqrt{49} = 7$

$-\sqrt{49} = -7$

exemplos

a) $\sqrt{25} = 5$

b) $-\sqrt{25} = -5$

c) $\sqrt[4]{16} = 2$

d) $-\sqrt[4]{16} = -2$

NOTA: não existe raiz de um número negativo se o índice do radical for para.

Veja:

a) $\sqrt{-9}$ = nenhum real porque (nenhum real)^2 = -9

b) $\sqrt{-16}$ = nenhum real porque (nenhum real)^2 = -16

ÍNDICE ÍMPAR

Se n é ímpar , cada número real tem apenas uma única raiz

Exemplos:

a) $\sqrt[3]{8} = 2$ porque $2^3 = 8$

b) $\sqrt[3]{-8} = -2$ porque $(-2)^3 = -8$

c) $\sqrt[5]{1} = 1$ porque $1^5 = 1$

d) $\sqrt[5]{-1} = -1$ porque $(-1)^5 = -1$

Radicando positivo a raiz é positiva

Radicando negativo e índice ímpar a raiz é negativa

EXERCÍCIOS

1) Determine as raízes:

a) $\sqrt{49}$ = (R: 7)

b) $\sqrt{100}$ = (R: 10)

c) $\sqrt{0}$ = (R: 0)

d) $\sqrt[3]{8}$ = (R: 2)

e) $\sqrt[3]{125}$ = (R: 5)

f) $\sqrt[3]{-14}$ = (R: -1)

g) $\sqrt[4]{1}$ = (R: 1)

h) $\sqrt[4]{16}$ = (R: 2)

i) $\sqrt[3]{1000}$ = (R: -10)

j) $\sqrt[4]{81}$ = (R: 3)

k) $\sqrt[5]{0}$ = (R: 0)

l) $\sqrt[6]{64}$ = (R: 2)

2) Calcule

a) $\sqrt{25}$ = (R: 5)

b) $-\sqrt{25}$ = (R: -5)

c) $\sqrt{-25}$ = não existe

d) $-\sqrt{-25}$ = não existe

e) $\sqrt[4]{81}$ = (R: 3)

f) $\sqrt[4]{-81}$ = não existe

g) $-\sqrt[4]{81}$ = (R: -3)

h) $\sqrt[6]{1}$ = (R: 1)

i) $-\sqrt[6]{1}$ = (R: -1)

j) $\sqrt[6]{-1}$ = não existe

POTENCIAÇÃO COM EXPOENTE FRACIONÁRIO

Se 3 é um número real positivo e 2/4 é um número racional, com 2 e 4 inteiros definimos:

Exemplos

a) $2^{2)4} = \sqrt[4]{2^2}$

b) $5^{3)4} = \sqrt[4]{5^3}$

c) $7^{1)2} = \sqrt{7}$

EXERCÍCIOS

1) Escreva em forma de potência com expoente fracionário:

a) $\sqrt[3]{7^2}$ = (R: $7^{2)3}$)

b) $\sqrt[5]{a^3}$ = (R: $a^{3)5}$)

c) $\sqrt{10}$ = (R: $10^{1)2}$)

d) $\sqrt[4]{a^3}$ = (R: $a^{3)4}$)

e) $\sqrt{x^5}$ = (R: $x^{5)2}$)

f) $\sqrt[3]{m}$ = (R: $m^{1)3}$)

Atividade 2

Vamos fazer uma experiência com dobraduras:

Dobre uma folha retangular pela metade, paralelamente à sua largura e, em seguida, abra-a e anote o número de retângulos que aparecem marcados; continue dobrando sucessivamente o retângulo encontrado, sempre pela metade e no mesmo sentido. E, a cada etapa, abra totalmente a folha e anote a quantidade de retângulos menores que aparecem marcados nela. O esquema abaixo dá uma idéia do processo:

a) Complete a seguinte tabela com os resultados obtidos. Vamos chamar de número de dobraduras a quantidade de vezes que o papel foi dobrado a cada etapa.

Número de dobraduras	Número de retângulos resultantes
0	1
1	2
2	
3	
4	
5	
6	

b) Se forem feitas 6 dobraduras, quantos retângulos ficarão marcados na folha?

c) Generalize, encontrando a expressão que dá o número de retângulos para **n** dobraduras.

d) Ao fazer essa experiência, uma pessoa obteve 256 retângulos marcados na folha original. Quantas dobraduras ela fez?

Atividade 3

Utilizar o texto que fala sobre a quantidade de bactérias:

Se em uma determinada cultura de bactérias a quantidade de indivíduos dobra a cada hora e foram necessárias 24 horas para que essa população atingisse a quantia de 1000 bactérias, quantas horas foram necessárias para que houvesse 500 bactérias nessa cultura?

Após a apresentação do texto, fazer o uso do datashow, notebook e com o auxilio do programa Excel, fazer a evolução das bactérias com os alunos e trazer um pequeno debate sobre o ocorrido.

Atividade 4

Agora, começar a estudar a função exponencial definida por $f(x) = a^x$

Definição: Dado um número real **a** (a > 0 e a $\neq 1$), denomina-se **função exponencial de base a** à uma função **f** de R em R_+^* definida por $f(x) = a^x$ ou $y = a^x$.

Exemplos:

a) $f(x) = 3^x$

b) $y = 5^x$

c) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

d) $f(x) = (0{,}4)^x$

e) $f(x) = \left(\sqrt{2}\right)^x$

f) $f(x) = 10^x$

Observação: As restrições a > 0 e a$\neq$ 1 dadas na definição são necessárias, pois:

- Para a = 0 e **x** negativo, não existiria a^x (não teríamos uma função definida em R)
- Para a < 0 e **x** = $\frac{1}{2}$, por exemplo, não haveria a^x (não teríamos uma função definida em R)

- Para a = 1 e **x** qualquer número real, $a^x = 1$ (função constante).

Exercícios

1. Verifique quais das sentenças dadas correspondem à lei de uma função exponencial.

a) $f(x) = 9^x$

b) $f(x) = (0{,}666...)^x$

c) $f(x) = (-4)^x$

d) $y = 2^x$

e) $y = x^2$

f) $f(x) = 0^x$

g) $f(x) = 1^x$

h) $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$

2. Dada a função exponencial $f(x) = 4^x$, determine:

a) $f(3)$

b) $f(-1)$

c) $f\left(\frac{1}{2}\right)$

d) $f\left(-\frac{1}{2}\right)$

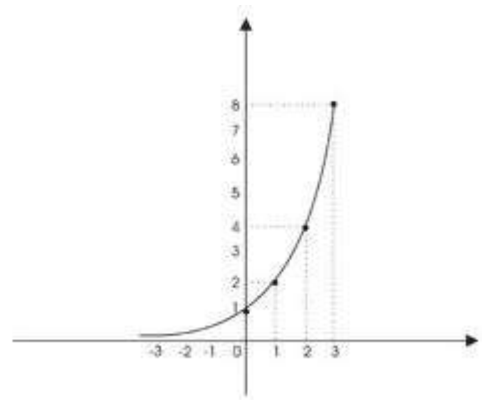
Atividade 5

Gráfico da função exponencial

Analisar os gráficos de duas funções exponenciais, a primeira com a > 1 e a segunda com 0 < a < 1.

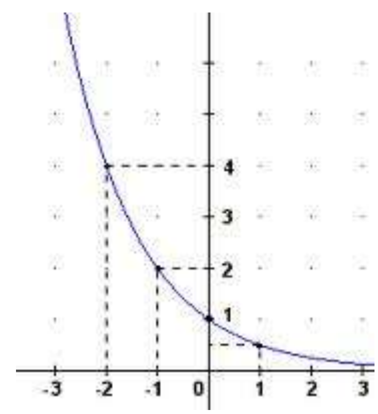
1ª) $f(x) = 2^x$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2^x	2^{-3}	2^{-2}	2^{-1}	2^0	2^1	2^2	2^3
$y = 2^x$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8



2ª) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$\left(\frac{1}{2}\right)^x$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{0}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{1}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{2}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{3}$
$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$



Pela observação das tabelas e dos gráficos podemos concluir que:

1º. Para a > 1 a função é crescente.

2º. Para 0 < a < 1, a função é decrescente.

Exercícios

1. Identifique as seguintes funções como crescente ou decrescente:

a) $f(x) = 4^x$

b) $f(x) = \left(\sqrt{3}\right)^x$

c) $f(x) = \left(\dfrac{1}{5}\right)^x$

d) $f(x) = (0{,}01)^x$

e) $f(x) = \left(\dfrac{3}{4}\right)^x$

2. Construa o gráfico das funções exponenciais e classifique em crescente ou decrescente.

a) $f(x) = 3^x$

b) $f(x) = \left(\dfrac{1}{4}\right)^x$

Atividade 6 – Resolver as atividades proposta em dupla

1. Um remédio contém uma substância radioativa que apresenta meia-vida de 2 horas. Se uma pessoa tomar 50 mg desse remédio, qual a quantidade restante em seu organismo depois de 12 horas?

2. Em uma cultura de bactérias, a população dobra a cada hora. Se há 1000 bactérias no início da experiência, calcule quantas bactérias existirão depois de:

a) 3 horas.

b) 10 horas.

c) x horas.

2. Estima-se que a população de uma certa cidade cresça 3% a cada 8 anos. Qual é o crescimento estimado para um período de 24 anos?

3. Suponha que inicialmente uma pessoa entrou em contato com uma substância radioativa chamada césio-137. No dia seguinte duas novas pessoas entraram em contato com a substância. No terceiro dia, quatro novas pessoas, e assim por diante.

a) Quantas novas pessoas entraram em contato com a substância no sexto dia?

b) Qual é o total de pessoas que entraram em contato com o césio-137 do primeiro ao décimo dia?

c) Escreva a função exponencial que representa o número de novas pessoas que entraram em contato com o césio-137 em função do tempo t contado em dias.

4. Um lago possui em sua superfície uma planta que a cada dia dobra a área que ocupa. Sabendo que a mesma leva 100 dias para tomar toda a superfície do lago, em quantos dias ela compreenderá metade da superfície do lago?

Pré-requisitos - Noções de :

Potenciação, radiciação, suas propriedades e associar pontos no plano cartesiano. H52, H02

• **Tempo de Duração:**

Três semanas

•**Recursos Educacionais Utilizados:**

Data-show, notebook, texto-base do curso, lápis ou caneta, quadro branco, papel A4 para fazer as dobraduras e utilização de calculadoras que seria muito útil no trabalho em dupla e na verificação dos resultados encontrados.

•**Organização da turma:**

Turma organizada em dupla.

•**Objetivos:**

Apresentar assuntos relacionados a Função Exponencial mostrando a importância do tema que será estudado e suas aplicações em assuntos do cotidiano.

Metodologia adotada:

Utilizar dobradura e texto sobre função exponencial com finalidade de motivar um assunto, complementar um conteúdo, debater um tema, com intenção de retomar com a classe a importância da Matemática e de suas aplicações em diversos setores do cotidiano. Apresentar situações problemas contextualizados. Mostrar aos alunos a importância da Função Exponencial nas mais diversas áreas do conhecimento.

Avaliação:

Propor que os alunos resolvam e criem funções exponenciais como desafios e troquem com os colegas os resultados encontrados. As duplas de alunos poderiam apresentar e discutir seus resultados em conjunto e isso permitirá a avaliação do aproveitamento dos alunos, além dos esclarecimentos necessários das dificuldades encontradas.

Bibliografia.

MATEMÁTICA: Contexto e Aplicações / DANTE, Luis Roberto – 1ª Ed. Volume 1 – São Paulo, 2010.

MATEMÁTICA: Ciência e Aplicações / IEZZI, Gerson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZA Jr, David; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA, Nilze de – 6ª Ed., volume 1 Ensino Médio – São Paulo: Saraiva, 2010.

ROTEIRO DE AÇÃO – Função Exponencial – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 4º bimestre/2012 - http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22 / acessado em 11/11/2012