NOME: JOSÉ ALEXANDRE DOS REIS SOUTO

SÉRIE : 1ª

GRUPO: 8

TUTOR: ANALIA MARIA FERREIRA FREITAS

Sumário

Introdução

Ao longo de minha trajetória lecionada em escolas públicas e particulares, sempre encontrei dificuldade em iniciar, de uma forma mais atrativa ao alunos o conceito de FUNÇÃO EXPONENCIAL. Percebia que a conexão entre o objeto de aprendizado, de uma forma mais expressiva pelo aluno, podia ser estabelecida por uma metodologia de ensino, e por um conceito de aprendizagem que fosse mais significativa ao aluno. E também que a dificuldade do aluno está em interpretar o singnificado das propriedades da potenciação, principalmente no que diz respeito aos expoentes negativos e racionais. Além disso, o fato do expoente ser uma variável dificulta mais ainda o entendimento. Os alunos não se interessam pelo tema, pois consideram sem nenhuma aplicação prática. O desenvolvimento de atividades de aprendizagem poderá trazer o objeto matemático para um contexto com mais significado para o aluno e permitir a vivência desse aluno com esse "tipo de potência".

Em minha perspectiva o aprendizado deve ter como essência uma dinâmica que recria, que surge de pesquisa, indagações e busca de respostas.

As atividade nas quais professor e aluno interagem de forma ampla tendo com objeto recriar um ambiente de questionamento, argumentação, organização das idéias, contribuem para uma aula dinâmica e como consequência pode levar a resultados melhores em relação ao aprendizado.

Atividade I

- **D45 -** Efetuar cálculos com números inteiros, envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
- **D47 -** Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados das operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
- **D51 -** Resolver problema com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
- **D61 -** Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
- **D64 -** Resolver problema com números racionais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).

- Conhecimento prévio – Reconhecimento de um Número Natural, Inteiro, Racional e Irracional.

- Saber identificar: Expoente, base e potência

- Tempo de duração – 150 minutos

- Recursos didáticos – Exposição oral com a utilização de Projetor de multimídia.

- Ação – fazer com que os alunos saibam trabalhar com o número em forma de potência.

- Organização da turma – Individual

- Objetivo a serem alcançados:

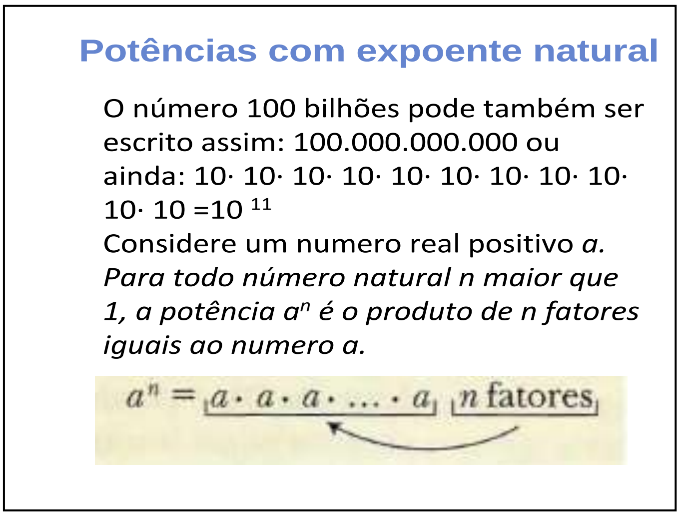
    - Fazer com que o aluno perceba a importância do estudo de um número em forma de potência.

- Métodos adotados

Apresentaremos uma aula expositiva com slides no PowerPoint das formas que se encontram um número em suas principais formas.

Vejamos:

Slide 1



Slide 2

Neste momento, faço uma pausa e relembro como ficaria um número se o expoente fosse 0 (zero) ou 1(um). Surge então uma variedade de respostas. Então faço a demonstração.

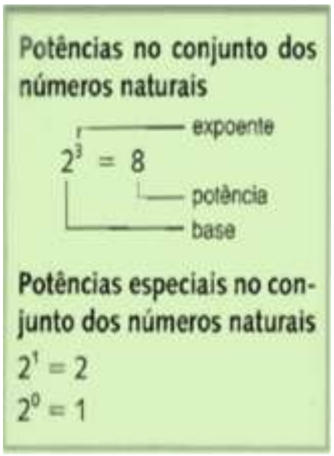
Importante RECORDAR

Todo número real *a, não-nulo, elevado a zero é igual a 1.*

Ex: $3^0 = 1$

Todo número real *a, elevado a 1, é igual a ele mesmo.*

Ex: $3^1 = 3$



Slide 3

Potências com expoente INTEIRO

Para o cálculo de potências cuja base é um número real positivo e o expoente é um número inteiro negativo, que iremos representar por *-n, sendo n um número natural, temos:*

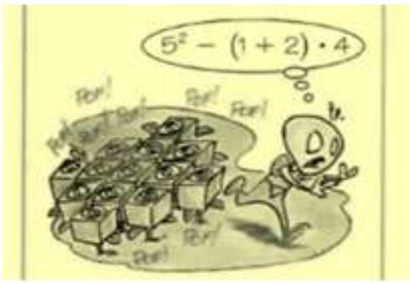
$$a^{-n} = \frac{1}{a}$$

Exemplos:

- $2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3$
- $\left(\sqrt{3}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$

Slide 4

Desvende



Quantas plantas haveria no quarto quadrinho?
E no n-ésimo quadrinho?

Slide 5

Potências com expoente RACIONAL

É possível calcular $4^{0,5}$?

Veja: $4^{0,5} = 4^{\frac{5}{10}} = 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{4^1} = \sqrt{4} = 2$

A potência a^r, $a \in \mathbb{R}_+^*$ para todo $r \in \mathbb{Q}$ tal que $r = \dfrac{m}{n}$, com $m \in \mathbb{Z}$ e $n \in \mathbb{N}^*$, é definida como $\sqrt[n]{a^m}$, ou seja:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Exemplos:

$\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\dfrac{1}{2}}$ $\qquad 3^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{3^2}$ $\qquad 5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5}$

Slide 6

Observação:

Uma conseqüência imediata da definição de potência com expoente em $\mathbb{Q}$ é: $a^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{m \cdot p}{n \cdot p}}$, para todo $p \in \mathbb{N}^*$.

$\sqrt[3]{5^2}$, por exemplo, pode ter outra representação:

$\sqrt[3]{5^2} = 5^{\frac{2}{3}} = 5^{\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{2}} = \sqrt[6]{5^4}$

$\sqrt[3]{5^2}$ e $\sqrt[6]{5^4}$ são chamados de **radicais equivalentes**.

Slide 7

	Propriedade	Exemplo
P_1	Produto de potências de mesma base $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$5^{\frac{3}{5}} \cdot 5^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{3}{5}+\frac{1}{2}} = 5^{\frac{11}{10}}$
P_2	Quociente de potências de mesma base $a^m : a^n = a^{m-n}$	$12^8 : 12^{-2} = 12^{8-(-2)} = 12^{10}$
P_3	Potência de uma potência $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{5}} = 3^{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}} = 3^{\frac{1}{5}}$
P_4	Potência de produto $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$(4 \cdot 3)^{-2} = 4^{-2} \cdot 3^{-2}$
P_5	Potência de quociente $(a : b)^n = a^n : b^n$	$(5 : 4)^3 = 5^3 : 4^3$

Slide 8

Expressões com potências

A simplificação e o cálculo de expressões requer a aplicação da definição de potência, bem como das propriedades das potências. Há alguns casos a ser destacados.

- Potência cujo expoente é uma potência

$$2^{3^2} = 2^9 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 512$$

- Oposto da potência de um número

$$-4^3 = -(4 \cdot 4 \cdot 4) = -64$$

- Potência com parênteses, colchetes e chaves

$$[(3^5 : 9^3)]^2 = \left[(3^5) : (3^2)^3\right]^2 = [3^5 : 3^6]^2 = [3^{-1}]^2 =$$

$$= 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

- Apresentada as principais formas de potência faremos uma pausa para um pequeno exercício para fixação.

Slide 9

4 **Complete e responda.**

Potência	Base	Expoente	Desenvolvimento	Valor
2^6				
		-3	$3 \cdot 3 \cdot 3$	
	$\frac{3}{5}$			$\frac{125}{27}$
			$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$	

- Há alguma linha desse quadro que permite duas soluções? Comente com seu colega em que casos isso será possível.

5 **Calcule.**

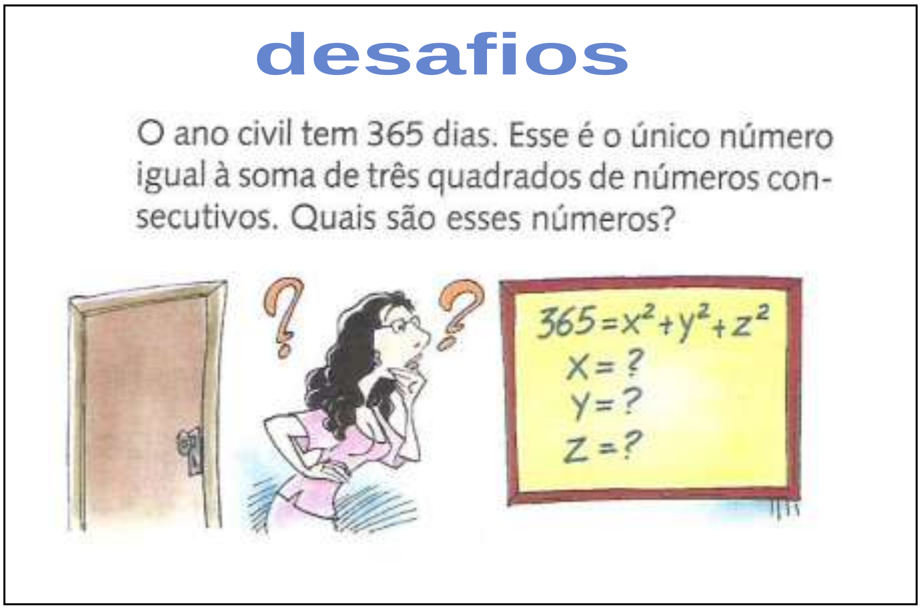
a) $4^{\frac{1}{2}}$

b) $8^{\frac{1}{3}}$

c) $256^{\frac{1}{4}}$

d) $81^{\frac{1}{4}}$

Slide 10



Apresentada as principais formas de potência faremos uma pausa para um trabalho com material concreto.

Cubos Unifix

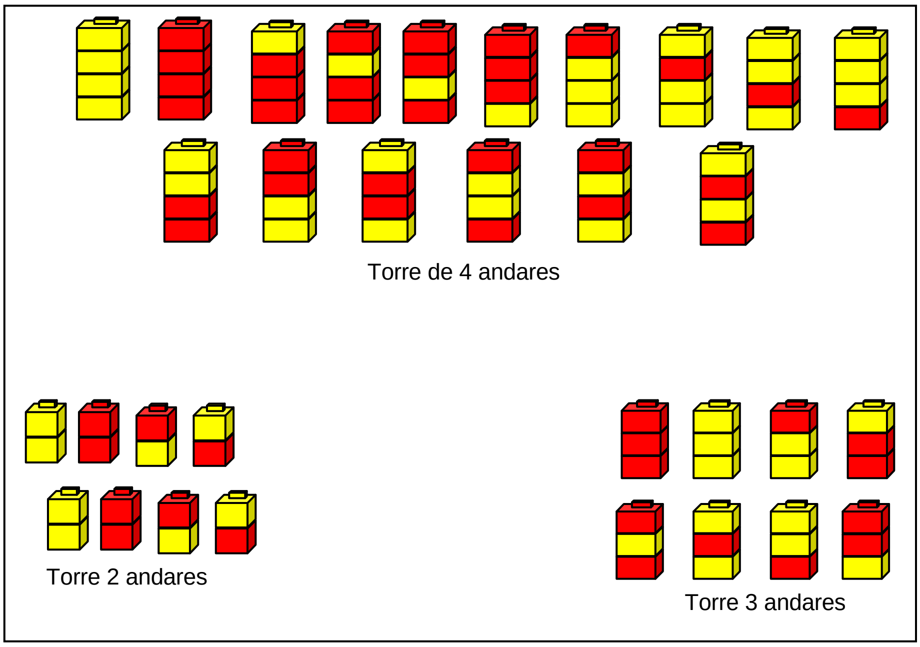
Descrição do material

Cubos de plástico resistente, com encaixe na parte superior. Veja a figura a seguir:

Problema proposto:

Construa todas as torres possíveis de quatro cubinhos de altura dadas duas cores de Cubos Unifix; e elabore um argumento convincente de que todas as torres possíveis de serem construídas foram encontradas.

A seguir mostramos as soluções para as Torres de 4, 3 e 2 andares.



Número de Andares da Torre	**Número de torres**	**Regularidade**
1	2	2^1
2	4	2^2
3	8	2^3
4	16	2^4
5	32	2^5
6	64	2^6
7	128	2^7
n	---	2^n

Atividade II

- Conhecimento prévio – Reconhecimento de resolução de uma equação.

- Tempo de duração – 50 minutos

- Recursos didáticos – Exposição oral com a utilização de Projetor de multimídia.

- Organização da turma – Individual

- Métodos adotados

Apresentaremos uma aula expositiva com slides no PowerPoint dos pontos notáveis de uma função de 2º grau.

Vejamos:

Slide 1

Equação Exponencial

- É toda igualdade entre potências cuja expressão aparece no expoente. É uma equação que será desenvolvida a partir dos expoentes de potências. Para resolver qualquer equação exponencial, é necessário que as bases das potências sejam iguais.

Slide 2

Resolvendo equações exponenciais

$$2^{3x-10} = 2^{35}$$

Observe que as bases são iguais

$$3x - 10 = 35$$

Utilizamos a equação dos expoentes.

$$3x = 35 + 10$$
$$3x = 45$$
$$x = \frac{45}{3}$$
$$\boxed{x = 15}$$

Resposta procurada

Slide 3

Resolvendo equações exponenciais

$$3^{5x+34} = 81$$

Quando as bases são diferentes, é necessário fatorar as bases.

$$3^{5x+34} = 3^{4}$$

Pelo processo de fatoração, concluímos que 81 =3 .

$$5x + 34 = 4$$
$$5x = 4 - 34$$
$$5x = -30$$
$$x = \frac{-30}{5} \quad \therefore \quad \boxed{x = -6}$$

Slide 4

Resolvendo equações exponenciais

$$2^{6x-5} = 16^{x+2}$$

Quando as bases são diferentes, é necessário fatorar as bases.

$$2^{6x-5} = \left(2^4\right)^{x+2}$$

Pelo processo de fatoração, concluímos que 16 =2^4

$$2^{6x-5} = 2^{4x+8}$$

Utilizando a propriedade distributiva, multiplicamos os elementos do segundo expoente.

$$6x-5 = 4x+8$$

$$6x-4x = 8+5$$

$$2x = 13 \quad \therefore$$

$$\boxed{x = \frac{13}{2}}$$

- **Faremos exercícios de fixação utilizando o livro didático.**

Atividade III

H58 - Resolver problemas envolvendo a função exponencial.
H63 - Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial.

- Conhecimento prévio – Reconhecimento de potência
- Tempo de duração – 100 minutos
- Recursos didáticos – Exposição oral com a utilização de Projetor de multimídia.
- Organização da turma – Individual
- Métodos adotados: Apresentaremos uma aula expositiva com slides no PowerPoint dos pontos de uma função de Exponencial.

Vejamos:

Slide 1

Crescimento exponencial

- **Vamos imaginar o seguinte experimento.**

A temperatura de um líquido, inicialmente a 10 ºC, aumenta em 30% a cada minuto.

✓ Isso significa que, a cada minuto, sua temperatura T é multiplicada por 1,3. (100% + 30% = 1 + 0,3 = 1,3).

Slide 2

- **Vamos obter as temperaturas em °C, em alguns instantes do experimento.**

✓ **Temperatura inicial:** $T_0 = 10$

✓ **1 minuto:** $T_1 = 10.(1,3)^1 \quad = 10.(1,3) \quad = 13$

✓ **2 minutos:** $T_2 = 10.(1,3)^2 \quad = 10.(1,69) \quad = 16,9$

✓ **3 minutos:** $T_3 = 10.(1,3)^3 \quad = 10.(2,2) \quad = 22$

✓ **4 minutos:** $T_4 = 10.(1,3)^4 \quad = 10.(2,86) \quad = 28,6$

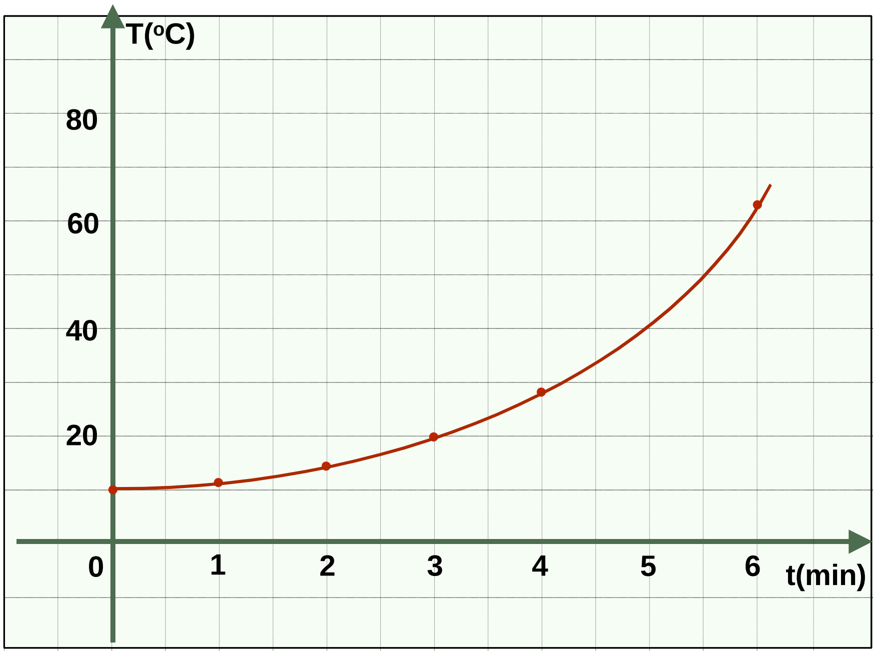
✓ **6 minutos:** $T_6 = 10.(1,3)^6 \quad = 10.(4,83) \quad = 48,3$

✓ **t minutos:** $\boxed{T = 10.(1,3)^t}$

Slide 3

- **Veja o gráfico de T em função do tempo t.**

t(min)	T(ºC)
0	10
1	13
2	16,9
3	22
4	28,6
6	48,3



Slide 4

Decrescimento exponencial

- **Vamos supor agora a seguinte situação.**

A temperatura de um líquido, inicialmente a 70 ºC, diminui em 20% a cada minuto.

✓ **Isso significa que, a cada minuto, sua temperatura T é multiplicada por 0,8. (100% – 20% = 1 – 0,2 = 0,8).**

Slide 5

- **Vamos obter as temperaturas em ºC, em alguns instantes do experimento.**

✓ **Temperatura inicial:** $T_0 = 70$

✓ **1 minuto:** $T_1 = 70.(0,8)^1 = 70.(0,8) = 56$

✓ **2 minutos:** $T_2 = 70.(0,8)^2 = 70.(0,64) = 44,8$

✓ **3 minutos:** $T_3 = 70.(0,8)^3 = 70.(0,512) = 35,8$

✓ **4 minutos:** $T_4 = 70.(0,8)^4 = 70.(0,41) = 28,7$

✓ **6 minutos:** $T_6 = 70.(0,8)^6 = 70.(0,262) = 18,3$

✓ **t minutos:** $\boxed{T = 70.(0,8)^t}$

Slide 6

- **Veja o gráfico de T em função do tempo t.**

t(min)	T(ºC)
0	70
1	56
2	44,8
3	35,8
4	28,7
6	18,3

Slide 7

Funções exponenciais

- Funções como a que acabamos de analisar são chamadas de funções exponenciais.

✓ Nos dois casos a variável t é expoente de uma potência de base constante.

$T = 10.(1,3)^t$ ✓ base (1,3) ? Crescente.

$T = 70.(0,8)^t$ ✓ base (0,8) ? Decrescente.

Slide 8

Funções exponenciais elementares

- De modo geral, se a é uma constante real ($a > 0$ e $a \neq 1$), chamamos de função exponencial elementar de base a a função definida por:

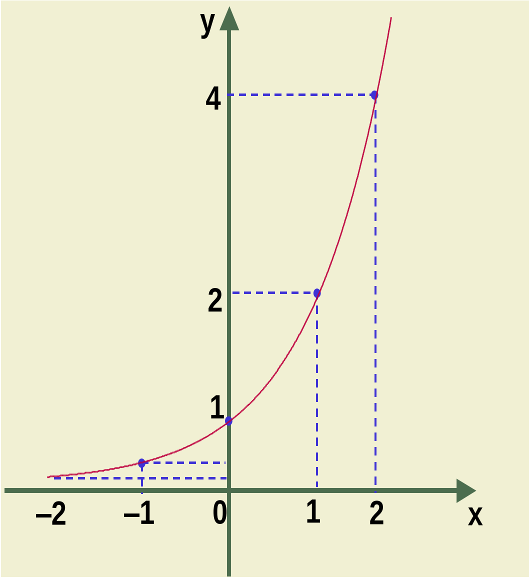
$$\boxed{y = f(x) = a^x}$$

Slide 9

- **Traçar o gráfico da função exponencial elementar $y = f(x) = 2^x$.**

x	$y = 2^x$
−2	¼
−1	½
0	1
1	2
2	4

$D = \mathbb{R}$ e $Im = \mathbb{R}_+^*$



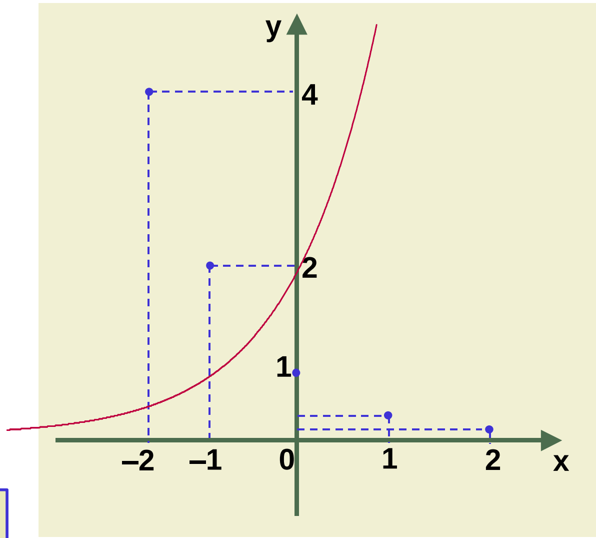
função é crescente

Slide 10

- **Traçar o gráfico da função exponencial elementar $y = f(x) = (1/2)^x$.**

x	$y = (1/2)^x$
−2	4
−1	2
0	1
1	½
2	¼

$D = \mathbb{R}$ e $Im = \mathbb{R}_+^*$



função é decrescente

Slide 11

- **Da análise dos dois últimos gráficos, tiramos algumas conclusões sobre a função exponencial elementar $y = a^x$ ($a > 0$ e $a \neq 1$):**

  - ✓ **O domínio é os Reais;**
  - ✓ **O conjunto imagem é os Reais positivos;**
  - ✓ **Ela é crescente em todo o seu domínio para $a > 1$.**
  - ✓ **Ela é decrescente em todo o seu domínio para $0 < a < 1$.**

Após esse trabalho de relembrar as propriedades da potência, equações exponenciais, introdução a função exponencial será feito uma atividade na qual os alunos irão interpretar os gráficos e, a partir disso, responder as questões propostas. Também terão de responder perguntas a respeito do crescimento e decrescimento da função exponencial, dando respostas pessoais sobre estes conceitos.

Desta maneira analisamos se os alunos conseguem fazer a interpretação gráfica, e caso contrário, explicamos os modos alternativos de desenvolvimento das questões para que os alunos não apresentassem dúvidas a atividade.

Como essa atividade foi elaborada com o objetivos de aprofundar questões que são pouco explicadas no livro didático,tinha a expectativa de que os alunos tivessem grande interesse em resolvê-las. Por serem exercícios não só de interpretação gráfica, algo que esses alunos não estavam acostumados, também era esperado um entusiasmo por ser um desafio para eles.

Esse trabalho teve como objetivo principal saber se os alunos fazem essa ligação do gráfico a sua expressão algébrica, além de utilizar a interpretação gráfica para solucionar as questões.

REFERÊNCIA BIBLIOGRAFICA

De Lima, Maria Cristina Ponciano – 9º ano ensino fundamental, livro II – Belo Horizonte – Editora Educacional, 2010.

MATEMATICA PAIVA, 1o Ano/Manoel PAIVA – 1o Edicao – Sao Paulo: Moderna, 2009

Endereços eletrônicos acessados de 26/08/2012 a 01/09/2012, citados ao longo do trabalho

www.colegiogonzaga.com.br/.../127586243663_Capitulo-4_Fun.