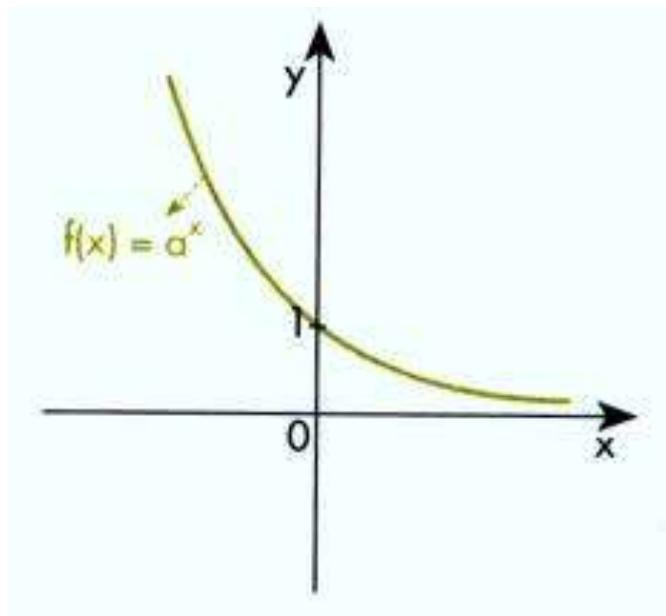


FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA  
FUNDAÇÃO CECIERJ/CONSÓRCIO CEDERJ

MATEMÁTICA 1º ANO – 4º BIMESTRE/2012

PLANO DE TRABALHO 1

FUNÇÃO EXPONENCIAL



CURSISTA: ZUDILEIDY CAMARA SIAS SARAIVA

GRUPO: 02

TUTOR: GISELE PEREIRA DE OLIVEIRA XAVIER

# INTRODUÇÃO

Este trabalho tem por objetivo abordar alguns assuntos relacionados à Função Exponencial, visto que boa parte deste conteúdo já foi ministrado por mim na turma do 1º ano, 1001 Curso Geral/Ensino Médio, do C.E.Geraque Collet, Pureza, São Fidélis/RJ. Será abordado neste planejamento Gráficos da Função Exponencial, Resolução de Problemas e Equações Exponenciais.

Normalmente os alunos têm certa dificuldade em assimilar alguns conteúdos, por isso utilizarei situações próximas do cotidiano dos mesmos, a fim de que eles se interessem pelo assunto, aprendam de forma significativa e prazerosa.

Utilizarei, para aplicação deste plano de trabalho, nove tempos de cinquenta minutos cada, sendo assim distribuídos: sete tempos para o desenvolvimento dos conteúdos e dois tempos destinados à avaliação de aprendizagem.

# DESENVOLVIMENTO

## ATIVIDADE 1

---

- **HABILIDADE RELACIONADA:** H63 - Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial.  
C1 – Identificar a representação algébrica de uma função exponencial, dado o gráfico dessa função;  
C2 – Identificar a representação gráfica de uma função exponencial, dada a representação algébrica dessa função.
- **PRÉ-REQUISITOS:** Potenciação e suas propriedades; Definição de função exponencial; Identificar e representar pontos no plano cartesiano.
- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 150 minutos
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Folha de atividades, notebook com programa de geometria dinâmica GeoGebra instalado e com o arquivo “Gráfico da Função Exponencial.ggb” disponibilizado, projetor multimídia, lápis, régua, papel milimetrado.
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Turma disposta em duplas, propiciando trabalho organizado e colaborativo.
- **OBJETIVOS:** Construir gráficos da função exponencial a partir de sua representação algébrica. Analisar crescimento e decrescimento dessas funções.
- **METODOLOGIA ADOTADA:** Abordar os tópicos descritos abaixo.

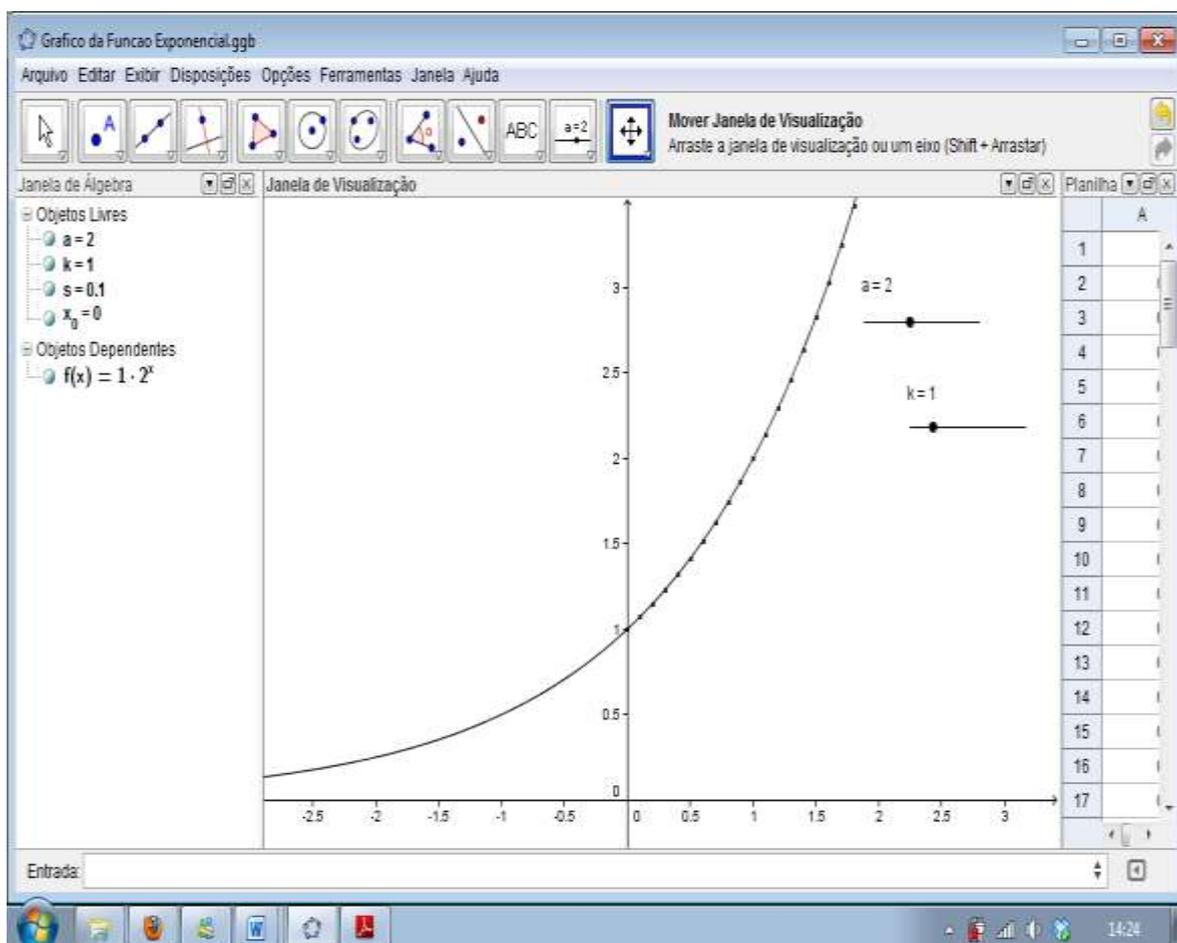
## GRÁFICO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL

Nesta atividade buscamos levar o aluno a construir gráficos da função exponencial, fazendo o uso do software de Geometria Dinâmica GeoGebra. Utilizarei aqui as sugestões do **“Roteiro de Ação 3 – Construindo gráficos da função exponencial.”**

Através da variação do valor de **a**, os alunos poderão entender como se dá o crescimento e o decrescimento da função, assim como, para quais valores da base ela está definida.

Vamos analisar, agora, o gráfico da função exponencial e ver o que acontece quando variamos o valor da base **a**.

1) Abra o arquivo “Gráfico da Função Exponencial. ggb” disponibilizado pelo professor e observe-o.



2) No seletor  $a = 2$  varie os valores de  $a$  e observe o que acontece com o gráfico da função exponencial.

3) O que acontece quando posicionamos o seletor  $a$  em valores menores ou iguais a zero? Tente explicar por que isso acontece. Torque ideias com seus colegas e consulte seu professor, caso tenha dúvidas.

Primeiramente, os alunos devem movimentar livremente o seletor, observando o que acontece com o gráfico. A ideia deste roteiro é sugerir uma sequência de orientações para que você possa trabalhar com seus alunos algumas propriedades da função exponencial.

No item 3, deixe seus alunos conjecturarem, incentivando-os a exporem as suas opiniões para os colegas; é de se esperar que isso gere uma bela discussão na turma.

Como para alguns valores reais as funções cujas bases são negativas ou nula não estão definidas, não podemos considera-las funções reais.

4) O que podemos observar quando ? Este gráfico caracteriza uma função exponencial? Por quê? Discuta com seus colegas.

Os alunos deverão observar que o gráfico é uma reta e, nesse caso, temos uma função constante.

5) Mova o seletor  $a$ , e observe o ponto de interseção entre o gráfico e o eixo das ordenadas. O ponto muda a medida que você altera a base? Tente apresentar um argumento para esse fato. Troque ideias com seus colegas.

Após a argumentação apresentada pelos alunos, organize as conclusões que foram feitas por eles.

6) Você seria capaz de dizer como é o comportamento do gráfico da função exponencial quanto a base ? Use as observações que você fez até agora e torque ideias com seus colegas.

7) Para entender melhor este comportamento, observe o gráfico e preencha uma Tabela, considerando a base .

8) O que está acontecendo com os valores de ? E com os valores das suas imagens ?

Se houver alguma dificuldade por parte dos alunos em encontrar esses valores, peça para eles olharem a planilha que se encontra no canto direito da tela do *GeoGebra*, ou simplesmente calcular os valores, substituindo-os na função.

Eles deverão perceber que quanto maior o expoente, maior é a potência.

9) A função é crescente ou decrescente? Por quê?

10) Volte a mover o seletor **a**, mantendo e observe o formato do gráfico. Ele se altera? Os gráficos assim obtidos são crescentes ou decrescentes? Por quê? Troque ideias com seus colegas e registre as suas conclusões.

Professor, relembre com seus alunos a definição de função crescente.

Essa característica também pode ser percebida observando-se o gráfico. Incentive seus alunos a buscarem a sua própria maneira de argumentar, sempre baseando-se no que foi aprendido anteriormente.

Esperamos que os alunos consigam perceber que para qualquer base , a função é crescente.

Esperamos que sua turma conclua que se  $0 < a < 1$ , a função é decrescente. Oriente-a para que ela consiga perceber essa característica, explore os recursos do *GeoGebra* e a capacidade de seus alunos de argumentar, promovendo, sempre que possível, uma discussão sobre os temas estudados em sala.

11) Mova o seletor **a** e, para cada valor, observe o conjunto imagem da função assim formada. Esse conjunto é o mesmo para todas as bases? Por quê? Discuta com seus colegas.

Esperamos que os alunos percebam que o conjunto imagem é sempre o mesmo independente da base  $a$ .

**Após a utilização do software GeoGebra, solicitar aos alunos a construção de alguns gráficos utilizando régua e papel milimetrado.**

**EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – Utilizar exercícios do livro didático.**

**BARROSO, Juliane Matsubara. Conexões com a Matemática, vol. 1 – 1ª. Ed. – São Paulo: Moderna, 2010.**

1) Construa o gráfico das funções exponenciais a seguir:

a)  $f(x) = 5^x$

b)  $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

c)  $h(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

d)  $i(x) = 4^x$

Construção do gráfico no caderno.

2) Classifique as funções como crescentes ou decrescentes.

a)  $f(x) = (0,3)^x$  decrescente

b)  $g(x) = (\sqrt{2})^x$  crescente

c)  $h(x) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^x$  decrescente

d)  $i(x) = \left(\frac{\pi}{2}\right)^x$  crescente

## ATIVIDADE 2

---

- **HABILIDADE RELACIONADA:** H58 - Resolver problemas envolvendo a função exponencial.
- **PRÉ-REQUISITOS:** Resolução de equações; Potenciação e suas propriedades.
- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos

- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Livro didático adotado pela escola e quadro branco.
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** 1º momento: individual; 2º momento: duplas
- **OBJETIVOS:** Apresentar todos os assuntos que serão tratados dentro do tema principal. Mostrar aos alunos a importância do tema que será estudado e sua aplicabilidade em assuntos cotidianos.
- **METODOLOGIA ADOTADA:** Abordar os tópicos descritos abaixo:

## FUNÇÃO EXPONENCIAL E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A **função exponencial** expressa um crescimento ou um decréscimo característico de alguns fenômenos da natureza, bem como o funcionamento dos juros compostos, importantes na matemática financeira.

Veja algumas dessas aplicações:

**1)** Geralmente, o crescimento de determinados seres vivos microscópicos, como as bactérias, acontece exponencialmente. Dessa forma, é comum o uso de funções exponenciais relacionado a problemas dessa natureza.

Exemplo:

**(UNISA)** - Sob certas condições, o número de bactérias  $B$  de uma cultura, em função do tempo  $t$ , medido em horas, é dado por  $B(t) = 2^{\frac{t}{12}}$ . Isso significa que 5 dias após a hora zero o número de bactérias é:

- a) 1024
- b) 1120
- c) 512
- d) 20
- e)  $\sqrt[3]{2}$

**Resolução:**

**5 dias após o início da hora zero representam um total de  $5 \cdot 24 = 120$  horas.**

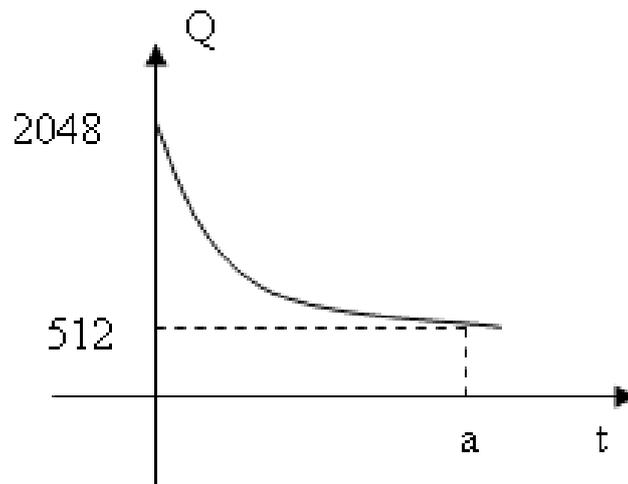
**Assim,  $B(120) = 2^{\frac{120}{12}} = 2^{10} = 1024$ . Logo, o número de bactérias 5 dias após a hora zero será de 1024.**

**Resposta: A.**

**2)** A decomposição ou desintegração de determinadas substâncias também acontece segundo um padrão exponencial. A chamada meia vida de uma substância é o tempo necessário para que ela reduza a sua massa pela metade.

Exemplo:

**(Vunesp)** - Uma certa substância se decompõe aproximadamente segundo a lei  $Q(t) = K \cdot 2^{-0,5t}$ , em que K é uma constante, t indica o tempo em minutos e Q(t) indica a quantidade da substância, em gramas, no instante t. Considerando os dados desse processo de decomposição mostrados no gráfico, determine os valores de K e de a.



**Resolução:**

A função exponencial  $Q(t) = K \cdot 2^{-0,5t}$  passa pelos pontos (a, 512) e (0, 2048). Substituindo esses pontos na função, temos:

$$Q(0) = K \cdot 2^{-0,5 \cdot 0} = 2048$$

$$K \cdot 2^0 = 2048$$

$$K = 2048$$

$$Q(a) = K \cdot 2^{-0,5a} = 512$$

$$2048 \cdot 2^{-0,5a} = 512$$

$$2^{11} \cdot 2^{-0,5a} = 2^9$$

$$2^{11-0,5a} = 2^9$$

$$11 - 0,5a = 9$$

$$2 = 0,5a$$

$$a = 4$$

**3)** O sistema de juros compostos também funciona de forma exponencial.

Exemplo:

O montante M é a quantia a ser recebida após a aplicação de um capital C, a uma taxa i, durante certo tempo t. No regime de juros compostos, esse montante é calculado pela relação  $M = C \cdot (1+i)^t$ .

Considere um capital de R\$ 10.000 aplicado a uma taxa de 12% ao ano durante 4 anos. Qual seria o montante ao final dessa aplicação?

**Resolução:**

$$M = 10000 \cdot (1 + 0,12)^4$$

$$M = 10000 \cdot 1,12^4$$

$$M = 10000 \cdot 1,57352$$

$$M = 15735,2$$

**Logo, serão resgatados, após a aplicação, R\$ 15.735,20.**

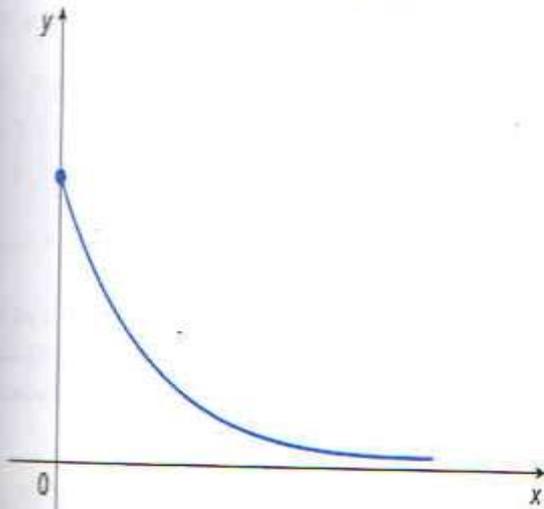
**EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – Utilizar exercícios do livro didático para resolução de problemas.**

**BARROSO, Juliane Matsubara. Conexões com a Matemática, vol. 1 – 1ª. Ed.**

**– São Paulo: Moderna, 2010.**

## Exercícios propostos

23. Observe o gráfico da função  $y = a^x$ , que representa a radioatividade  $y$  de determinado minério em função do tempo  $x$ , e responda às perguntas.



- a) A radioatividade está aumentando ou diminuindo? Por quê? *Diminuindo, pois:  $x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) < f(x_1)$*   
 b) Esse minério deixará de ser radioativo em algum momento? Por quê? *Não, porque a curva não corta o eixo x.*  
 c) Quais são os possíveis valores de  $a$ ?  *$\{a \in \mathbb{R} \mid 0 < a < 1\}$*

24. A função  $n(t) = 1.000 \cdot 2^{0,2t}$  indica o número de bactérias existentes em um recipiente, em que  $t$  é o número de horas decorridas.

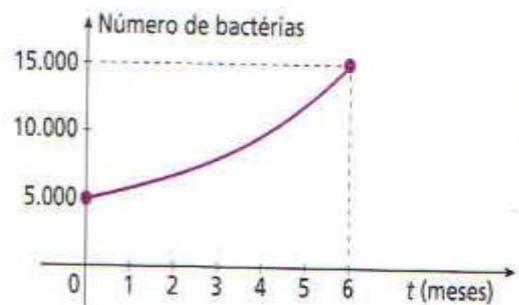
- a) Quantas bactérias haverá no recipiente após 10 horas do início do experimento? *4.000*  
 b) Em quanto tempo após o início do experimento haverá 64.000 bactérias? *30 horas*  
 c) Haver 32.000 bactérias no recipiente significa que o tempo decorrido após o início do experimento é metade do tempo necessário para totalizar 64.000 bactérias? Por quê?

*Não, pois o crescimento é exponencial, não é proporcional, ou seja, para  $n(t) = 32.000$ , obtemos  $t = 25$  e não  $t = 15$  (metade de 30).*

25. Certa substância se decompõe segundo a lei  $m(t) = k \cdot 2^{-0,5t}$ , em que  $k$  é uma constante,  $t$  indica o tempo em minuto, e  $m(t)$ , a massa da substância em grama. No instante inicial, há 2.048 gramas. Essa quantidade decai para 512 gramas após  $t$  minutos. Com base nessas informações, determine os valores de  $k$  e de  $t$ .  *$k = 2.048$  g e  $t = 4$  min*

26. Certo montante pode ser calculado pela fórmula  $M = C \cdot (1 + i)^t$ , em que  $C$  é o capital,  $i$  é a taxa corrente e  $t$  é o tempo. Com um capital de R\$ 20.000,00, a uma taxa anual de 12% ( $i = 0,12$ ), qual será o montante após 3 anos? *R\$ 28.098,56*

27. Com base em uma pesquisa, obteve-se o gráfico abaixo, que indica o crescimento de uma cultura de bactérias ao longo de 6 meses.



- a) Com quantas bactérias se iniciou a pesquisa? *5.000*  
 b) Após 6 meses, qual a quantidade total de bactérias? *15.000*  
 c) Admitindo a lei de formação da função que representa essa situação como  $f(t) = k \cdot a^t$ , determine os valores de  $a$  e de  $k$ .  *$a = \sqrt[3]{3}$  e  $k = 5.000$*   
 d) Quais são o domínio e o conjunto imagem dessa função?  *$D(f) = \{t \in \mathbb{R} \mid 0 \leq t \leq 6\}$ ;  $Im(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid 5.000 \leq y \leq 15.000\}$*   
 e) Qual é o número de bactérias após 3 meses? *8.650*

**EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES – Solicitar que os alunos, agora em duplas, elaborem suas próprias questões com base nas questões que resolveram e depois de feito isso, socializar tais questões com as demais duplas, bem como sua resolução.**

## ATIVIDADE 3

- **HABILIDADE RELACIONADA:** Resolver equações exponenciais simples.
- **PRÉ-REQUISITOS:** Equações do 1º e 2º graus; Potenciação e suas propriedades; Fatoração.
- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Notebook do professor, projetor multimídia, caixa de som, Vídeo TELECURSO 2000, livro didático, folha de atividades e quadro branco.
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** pequenos grupos (2 ou 3 alunos).
- **OBJETIVOS:** Possibilitar ao aluno a resolução de equações exponenciais.
- **METODOLOGIA ADOTADA:** Apresentação do vídeo TELECURSO 2000 (aula 58) para os alunos, vídeo este que explica a resolução de equações exponenciais. Após isso, discutir com os alunos algumas questões resolvidas do próprio livro didático adotado pela escola. Posteriormente, abordar os tópicos descritos abaixo.

## EQUAÇÕES EXPONENCIAIS

TELE AULA TELECURSO 2000, aula nº 58, parte 1. Disponível em <<http://www.youtube.com/watch?v=lklsbrXao4Q>> . Acesso em 01nov.2012.

TELE AULA TELECURSO 2000, aula nº 58, parte 2. Disponível em <<http://www.youtube.com/watch?v=4mNV3kYu9oc>>. Acesso em 01nov.2012

**EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – Utilizar exercícios do livro didático para fixação da aprendizagem e desenvolvimento da capacidade de interpretação de enunciados e do raciocínio lógico.**

## Exercícios propostos

**31.** Resolva no caderno as seguintes equações exponenciais:

a)  $2^x = 64$   $S = \{6\}$

b)  $6^x = 36$   $S = \{2\}$

c)  $4^{-x} = 16$   $S = \{-2\}$

d)  $\frac{1}{27} = 3^x$   $S = \{-3\}$

e)  $(0,5)^x = 4^{1-3x}$   $S = \left\{\frac{2}{5}\right\}$

f)  $\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^x = \frac{1}{128}$   $S = \{14\}$

**32.** Determine o conjunto solução das seguintes equações exponenciais:

a)  $4^x = 2^{x-13}$   $S = \{-13\}$

b)  $64 \cdot 2^x - 1 = 0$   $S = \{-6\}$

c)  $16^x = \sqrt{2}$   $S = \left\{\frac{1}{8}\right\}$

d)  $e^x = \left(\frac{1}{e}\right)^{2x+10}$   $S = \left\{-\frac{10}{3}\right\}$

e)  $3^{x-1} - 3^{x+1} = -8$   $S = \{1\}$

f)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-10} = \frac{1}{729}$   $S = \{-4, 4\}$

**33.** Dê no caderno o conjunto solução das equações:

a)  $10^x = 1.000$   $S = \{3\}$

b)  $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$

b)  $100^x = 1.000$

c)  $(0,1)^{2x} = 10$

c)  $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

d)  $(0,001)^x = 1.000$   $S = \{-1\}$

e)  $\left(\frac{1}{100}\right)^{2x} = 0,0001$   $S = \{1\}$

**34.** Resolva as seguintes equações exponenciais:

a)  $3 \cdot 3^{2x} - 4 \cdot 3^x = -1$   $S = \{-1, 0\}$

b)  $11^{2x} + 2 \cdot 11^x = 3$   $S = \{0\}$

c)  $2^{2x} - 3 \cdot 2^x - 6 = -8$   $S = \{1, 0\}$

d)  $2 \cdot 3^x + 3^x - 1 = 80$   $S = \{3\}$

**35.** Uma pessoa depositou R\$ 1.687,50 em uma aplicação financeira. Calcule em quantos meses o valor aplicado dobrará sabendo que a função que representa o valor de resgate após  $x$  meses é dada por  $R(x) = 1.000 \cdot (1,5)^x$ .

O valor aplicado dobrará após 3 meses.

## **AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM:**

**Neste momento, o professor poderá solicitar que os alunos elaborem problemas envolvendo os assuntos tratados aqui e seus respectivos gabaritos.**

# AValiação

A avaliação é um processo onde não só o aluno é avaliado, mas também o professor. Alcançar os objetivos propostos de acordo com cada habilidade mencionada foi fundamental para que todo o assunto abordado tivesse sentido e significado para os alunos.

A avaliação aconteceu em três etapas: 1ª. Os alunos foram avaliados na atividade 1, quando estavam organizados em duplas, utilizando o software Geogebra na construção de gráficos e estudo dos mesmos; 2ª etapa. Foram avaliados na atividade 3, quando lhes foi solicitado que elaborassem algumas questões, assim como os gabaritos das mesmas; 3ª etapa: Aplicação de avaliação escrita e individual (100 minutos).

No decorrer da aplicação deste Plano de Trabalho, percebi claramente o interesse dos alunos quando da utilização do Geogebra para o estudo dos gráficos (o que já havia ocorrido no 3º bimestre), demonstraram muita satisfação no decorrer das atividades. As atividades propostas em duplas foram mais satisfatórias, visto que a troca de informações entre os alunos é fundamental na construção do aprendizado.

Destaco que o Plano de Trabalho foi elaborado levando em consideração o ambiente escolar que temos, de acordo com os recursos oferecidos, sendo assim, meu trabalho como professora foi o de mediadora, procurei conter a ansiedade e deixar que eles encontrassem as respostas para os problemas aqui propostos.

No geral, o trabalho foi bem proveitoso, os alunos demonstraram interesse e prazer em praticamente todo o processo. Percebi que o trabalho surtiu efeito. Os alunos foram muito bem na avaliação escrita.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARROSO, Juliane Matsubara. **Conexões com a Matemática**, vol. 1 – 1ª. Ed. – São Paulo: Moderna, 2010.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**, Ensino Médio, vol. 1 – São Paulo: Ática, 2010.

ROTEIRO DE AÇÃO 3 – **Construindo gráficos da função exponencial** - Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 4º bimestre/2012. Disponível em <<http://projetoeduc.cecierj.edu.br/>> Acesso em 01nov.2012.

TELE AULA TELECURSO 2000, aula nº 58, parte 1. Disponível em <<http://www.youtube.com/watch?v=IklsbrXao4Q>> . Acesso em 01nov.2012.

TELE AULA TELECURSO 2000, aula nº 58, parte 2. Disponível em <<http://www.youtube.com/watch?v=4mNV3kYu9oc>>. Acesso em 01nov.2012

YOUSSEF, Antonio Nicolau. **Matemática: ensino médio**, vol. único / Antonio Nicolau Youssef, Elizabeth Soares, Vicente Paz Fernandez – São Paulo: Scipione, 2005.

.