



# Função Trigonométrica

## Função Trigonométrica

**TAREFA 2**

**CURSISTA: ADONIL GONÇALVES DE CARVALHO**

**1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO**

**GRUPO 3**

**TUTOR: JOSÉ LUIS MIRANDA ANTUNES**

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	3
DESENVOLVIMENTO	4
AVALIAÇÃO	10
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	11

## INTRODUÇÃO

Este Plano de Trabalho tem como objetivo apresentar os conceitos, aplicações práticas, atividades cotidianas e equipamentos eletrônicos que foram concebidos a partir da aplicação de propriedades das Funções Trigonométricas. Estão incluídas atividades com a opção de dividir as classes em pequenos grupos, a fim de possibilitar a integração e a troca de conhecimentos entre os alunos, metodologia semelhante e bem sucedida a outras realizadas nas mesmas turmas envolvidas.

O Plano previsto para o 4º bimestre irá integrar conceitos de função com os conhecimentos de trigonometria no triângulo retângulo, pré-requisitos para o bom entendimento deste conteúdo. A opção por uma abordagem algébricas e geométricas (gráficas), simultaneamente, terá como suporte atividades baseadas na utilização de ferramentas do programa de Matemática dinâmica GeoGebra, vídeos educativos e desafios envolvendo cálculos algébricos.

Para auxiliar o desenvolvimento de competências e complementar a análise visual desses conceitos, foram selecionados exercícios do GeoGebra que exploram movimentos ao longo do ciclo trigonométrico e a superposição de ondas com períodos e amplitudes diferentes. Essa integração da abordagem algébrica com a abordagem geométrica deverá proporcionar aos alunos uma visão mais enriquecedora da Matemática.

Em função das restrições de utilização de computadores e projetores de multimídia, a opção de trabalhar com material concreto aparece como uma alternativa bastante enriquecedora. Dessa forma uma das atividades será constituída pela construção de teodolitos para serem utilizados em locais pré-selecionados no interior da escola.

Para finalizar o Plano de Trabalho estão planejadas avaliações do desempenho dos alunos, a partir da evolução dos conhecimentos tratados no conteúdo e outra mais informal com foco nas atividades realizadas, quando será possível investigar a eficácia dos métodos utilizados e analisar a necessidade de aperfeiçoar futuras atividades.

## DESENVOLVIMENTO

O desenvolvimento deste plano será realizado por intermédio de cinco Atividades distintas distribuídas ao longo de um período de duas a três semanas de aulas, adequadas ao ritmo das turmas.

Cada uma das atividades irá acontecer ao longo de duas aulas previstas para o mesmo dia, sendo o primeiro tempo destinado aos esclarecimentos e o segundo tempo para sua execução. Os alunos serão orientados que as aulas perdidas não deverão ser repostas, e dentro desse enfoque, a Turma deverá aceitar um acordo para que as faltas sejam evitadas ao máximo.

A importância deste Plano de Trabalho é ressaltada pelo fato de que as escolas estão estimulando o uso de Novas Tecnologias na Educação, entretanto, sua implantação ainda se dá de forma descontinuada não possibilitando aos alunos uma aprendizagem de maneira mais significativa.

Dessa forma as Atividades priorizam trabalhos em pequenos grupos com o objetivo de incentivar a interação entre os alunos e possibilitar o acompanhamento individualizado da participação de cada aluno em todo o plano. Os exercícios propostos preveem resolução pelos métodos algébricos tradicionais, validação dos resultados com material concreto, com a construção de gráficos manualmente e, também, com a utilização do programa GeoGebra.

Em particular, este plano compreende a discussão de conhecimentos já estudados de trigonometria no triângulo retângulo. Para explorar as habilidades desenvolvidas será executada uma atividade envolvendo utilização de teodolitos artesanais construídos pelos próprios alunos.

Dentro dos conteúdos previstos para o Currículo Mínimo foram definidos os seguintes objetivos específicos para o plano:

- Representar o seno, o cosseno e a tangente de um arco qualquer no ciclo trigonométrico.
- Resolver equações trigonométricas simples, com soluções na primeira volta.
- Identificar gráficos de funções trigonométricas: seno, cosseno e tangente.

## ATIVIDADE 1

### Descobrimos a senóide!

- **Duração:** 100 minutos – 2 aulas.
- **Área:** Propriedades fundamentais da trigonometria.
- **Objetivos:** Associar os conhecimentos trabalhados da trigonometria no triângulo retângulo com a introdução do conceito do ciclo trigonométrico. Identificar o comportamento dos valores da função trigonométrica. Apresentar as características das ondas sonoras por meio de apresentação do programa GeoGebra para ilustrar ondas com variações de período, frequência e amplitude. Diferenciar ondas sonoras de tons graves ou agudos e apresentar a ligação da música com a Matemática com o Teorema de Fourier.
- **Pré-requisitos:** Conhecimento e definição dos valores de seno e cosseno no triângulo retângulo. Propriedades básicas das funções. Transformação de grau para radiano. Análise do valor da função no gráfico cartesiano.
- **Material necessário:** Notebook do professor e projetor de multimídia. Programa GeoGebra. Violão.
- **Organização da classe:** Turma disposta em sala de aula em grupos de quatro alunos. Utilização do quadro branco para anotações de tópicos relevantes.
- **Descritores associados:**
  - H21** – Transformar grau em radiano ou vice-versa.

- **Metodologia adotada:**

O que temos ao nosso redor que pode ser associado ao estudo da Função Trigonométrica? Como se dá a propagação das ondas sonoras? Há um padrão de comportamento dessas ondas? A ideia será explorar a discussão em torno dos conceitos “físicos” das ondas sonoras sem, ainda, preocupar-se com o cálculo de valores numéricos.

Utilizar a experiência de um dos alunos com a música para tocar violão e aproveitar a “vocalização musical” da escola com a valorização dos integrantes da banda de música e dos corais, tão amplamente difundidos na cidade, para apresentar o comportamento gráfico das ondas sonoras com apoio do programa GeoGebra e o Teorema de Fourier.

## ATIVIDADE 2

### As Funções Seno e Cosseno no GeoGebra

- **Duração:** 100 minutos – 2 aulas.
- **Área:** Abordagem gráfica e geométrica da Função Trigonométrica.
- **Objetivos:** Identificar as ferramentas disponíveis para traçar gráficos de Funções Trigonométricas. Explorar as características das senóides e o estudo das funções seno e cosseno. Correlacionar os valores do seno e cosseno encontrados no ciclo trigonométrico por simetria dos ângulos do 1º quadrante.
- **Pré-requisitos:** Conceitos algébricos e geométricos envolvendo semelhança de triângulos e trigonometria.
- **Material necessário:** Notebook do professor e projetor de multimídia. Calculadora. Programa GeoGebra.
- **Organização da classe:** Turma disposta em grupos de quatro alunos, propiciando trabalho organizado e cooperativo.
- **Descriptor associado:**
  - HXX** – Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função trigonométrica.

#### **Metodologia adotada:**

Para esta Atividade a turma será dividida em grupos quatro alunos. Será permitido o uso da tabela trigonométrica dos valores de ângulos entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$ . A calculadora simples (não científica) poderá ser utilizada para dar precisão aos cálculos envolvendo Lei dos Senos e dos Cossenos porque o objetivo principal será identificar possíveis habilidades relacionadas ao desenvolvimento algébrico da Função Trigonométrica.

Serão formulados questionamentos diferentes para cada grupo de alunos. Os grupos responderão os questionamentos a partir dos cálculos algébricos e análise geométrica por semelhança de triângulos.

Os resultados obtidos algebricamente serão confrontados aos resultados já previamente inseridos no GeoGebra para apresentação da solução geométrica. Utilizar o GeoGebra como programa padrão para a apresentação de Funções Trigonométricas (pelos alunos).

## ATIVIDADE 3

### Aprofundando nas Funções Trigonométricas

- **Duração:** 100 minutos – 2 aulas.
- **Área:** Abordagem algébrica e geométrica da Função Trigonométrica.
- **Objetivos:** Identificar o gráfico da Função Tangente. Apresentar, para conhecimento, os valores de Secante, Cossecante e Cotangente no ciclo trigonométrico. Apresentar os gráficos das novas funções estudadas, sem a preocupação de analisar valores ao longo dos gráficos.
- **Pré-requisitos:** Conceitos algébricos e geométricos envolvendo Funções Seno e Cosseno.
- **Material necessário:** Notebook do professor e projetor de multimídia. Calculadora. Programa com planilhas eletrônicas (Excell ou similar). Programa GeoGebra.
- **Organização da classe:** Turma disposta em grupos de quatro alunos, propiciando trabalho organizado e cooperativo. Apresentação dos programas GeoGebra e Excell na sala de aula.
- **Descritores associados:**
  - HXX** – Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função trigonométrica.

- **Metodologia adotada:**

Explorar a abordagem algébrica de operações da Função Tangente com calculadora simples. Valores próximos a zero e a infinito.

Para complementar os exercícios realizados nesta Atividade iremos trabalhar com a representação geométrica do programa GeoGebra no ciclo trigonométrico (semelhança de triângulos) e representação gráfica da Função Tangente.

Apresentar, no GeoGebra, os valores limites e restrições de cálculos para ângulos cujo denominador seja igual a zero, de cada uma das funções.

## ATIVIDADE 4

### Vamos fazer e usar um Teodolito?

- **Duração:** de 100 a 150 minutos – 2 ou 3 aulas.
- **Área:** Abordagem algébrica da Função Trigonométrica.
- **Objetivos:** Identificar as possibilidades de utilização dos conhecimentos trabalhados nas atividades anteriores e resolver problemas para estimar medidas a pontos inalcançáveis.
- **Pré-requisitos:** Conceitos algébricos e geométricos envolvendo Funções Seno, Cosseno e Tangente.
- **Material necessário:** Calculadora. Folha auxiliar com tabelas. Cartolina. Transferidor. Fita adesiva. Cola. Barbante. Trena.
- **Organização da classe:** Turma disposta em grupos de três ou quatro alunos, propiciando trabalho organizado e cooperativo.
- **Descritores associados:**
  - HXX** – Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função trigonométrica.
- **Metodologia adotada:**

A turma irá sair da sala de aula e explorar o colégio. O objetivo será calcular alturas e distâncias conhecidas (medidas com a trena) e comparar os valores algébricos obtidos a partir da utilização do teodolito.

No primeiro tempo iremos construir o maior número de teodolitos possíveis (cada grupo irá precisar de um). Paralelamente outro grupo de alunos irá realizar medidas pré-determinadas com uma trena (altura da trave de futebol, da cesta de basquete, o “pé direito” da sala de aula, dimensões do quadro branco, as alturas entre o térreo e as varandas do 2º e 3º andares) que serão guardadas pelo professor.

A partir de diferentes pontos, os grupos serão orientados para calcular as distâncias e/ou alturas utilizando valores disponibilizados numa tabela selecionada pelo professor. Os grupos discutir os métodos utilizados e como foram calculados os valores obtidos com o teodolito. Analisar as propriedades das funções seno, cosseno e tangente para completar os cálculos solicitados.

Submeter casos especiais à análise em grupo para verificar soluções alternativas para realmente estimar pontos inalcançáveis, como por exemplo, calcular a altura de prédios próximos à escola.

## ATIVIDADE 5

### Equações e Inequações Trigonométricas

- **Duração:** 100 minutos – 2 aulas.
- **Área:** Função exponencial
- **Objetivos:** Calcular algebricamente valores de equações e inequações trigonométricas. Correlacionar a Função Trigonométrica como conteúdo interdisciplinar.
- **Pré-requisitos:** Operações com equações. Transformação de grau para radiano. Fenômenos físicos envolvendo gravitação universal e ondulatória. Noção de meridianos e Geografia.
- **Material necessário:** Calculadora. Notebook do professor e projetor de multimídia.
- **Organização da classe:** Turma disposta em grupos de 4 alunos, propiciando trabalho organizado e cooperativo.
- **Descritores associados:**
  - HXX** – Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função trigonométrica.
- **Metodologia adotada:**

O objetivo desta Atividade é trabalhar problemas contextualizados sobre o conteúdo estudado e verificar o nível de autonomia dos alunos em cada solução.

Algumas situações-problemas adicionais, extraídas dos livros texto de DANTE e de RIBEIRO, serão citadas e apresentadas a fim de esclarecer possíveis soluções pela aplicação dos conhecimentos trabalhados até esta Atividade.

Trabalhar em conjunto com a turma sobre diferentes temas de outras disciplinas e situações cotidianas poderão auxiliar a fixar os conceitos de Função Trigonométrica e evidenciar as competências e habilidades desenvolvidas no decorrer das cinco Atividades.

Trabalhar o conceito de seno, cosseno e tangente como um valor real para a solução de equações/inequações.

Submeter casos especiais à análise dos alunos poderá remetê-los a um ambiente interativo que deverá contribuir para fixar propriedades e conceitos a partir do comportamento de cada uma das situações estudadas.



## ATIVIDADE FINAL

### Avaliação

- **Duração:** 100 minutos – 2 aulas.
- **Área:** Função Trigonométrica.
- **Objetivos:** Formalizar a avaliação formativa que encerra este ciclo de Atividades.
- **Pré-requisitos:** Ter participado das atividades 1 a 5.
- **Organização da classe:** Turma disposta em grupos de 2 alunos, propiciando identificar possíveis falhas do processo de ensino e de aprendizagem. Trabalho cooperativo com duplas selecionadas.
- **Metodologia adotada:**

Algumas tarefas foram planejadas para serem realizadas em grupos de até quatro alunos devido à impossibilidade de verificação em tempo real do desempenho individual dos alunos. Dessa forma a avaliação qualitativa deverá ser realizada, de forma continuada, durante a realização das Atividades. Elas serão importantes para complementar a avaliação formal e em duplas que será realizada nesta atividade Final.

A avaliação constará de questões objetivas e subjetivas e envolverá cada dupla de alunos e o professor. Ela será realizada de maneira que todos os alunos possam ser acompanhados em momentos distintos, de acordo com o entendimento do conteúdo.

A alternância de ambientes trabalhando com desenhos de gráficos manualmente, cálculos algébricos e material virtual tem como objetivos aumentar o interesse pela Matemática e a incrementar a participação nas atividades de maior interesse de cada aluno.

Outra avaliação, sem peso para o aluno, será realizada com relação à metodologia utilizada com ênfase na visão dos alunos sobre a condução das atividades. Dessa análise será possível identificar quais os pontos fortes que deverão ser estimulados em outras Atividades e quais foram os pontos fracos que necessitarão ser reformulados.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações – vol. 2** – 1. ed. – São Paulo: Ática, 2012.

HOHENWARTER, Markus; BORCHERDS, Michael. **GeoGebra – software livre de Matemática dinâmica**. Disponível em: <[http://www.geogebra.org/cms/pt\\_BR](http://www.geogebra.org/cms/pt_BR)>. Acesso em 18 abr. 2011.

LIMA, Elon Lages, et al. **A Matemática do Ensino Médio – vol. 1** – 9. ed. - Rio de Janeiro: SBM, 2006.

RIBEIRO, Jackson. **Matemática: ciência, linguagem e tecnologia–vol. 2** – 1.ed. – São Paulo: Scipione, 2011.

ROTEIROS DE AÇÃO – **Função Trigonométrica** – Curso de Aperfeiçoamento – CECIERJ – 1º ano do Ensino Médio – 4º bimestre/2012 – Disponível em: <<http://projetoeduc.cecierj.edu.br/>>. Acesso em 24 out. 2012.

### VÍDEOS RELACIONADOS COM O PLANO DE TRABALHO

[https://www.youtube.com/watch?v=MXP-\\_kqHkIc](https://www.youtube.com/watch?v=MXP-_kqHkIc)

<http://www.youtube.com/watch?v=DtyDvnTiM-o>

<http://www.youtube.com/watch?v=7B7O-etHd38>