

**COLÉGIO ESTADUAL PROFESSORA SANDRA MARIA SANTOS SOUSA**

**FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA**  
**FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ**

**ALESSANDRO DOS SANTOS CALIN**

**MATRÍCULA: 09721465**

**SÉRIE: 1º ano E.M**

**TUTOR (A): ANALIA MARIA FERREIRA FREITAS**

**RIO DE JANEIRO**  
**2012**

# FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ

COLÉGIO: Colégio Estadual Professora Sandra Maria Santos Sousa

---

PROFESSOR: Alessandro dos Santos Calin

---

MATRÍCULA: 09721465

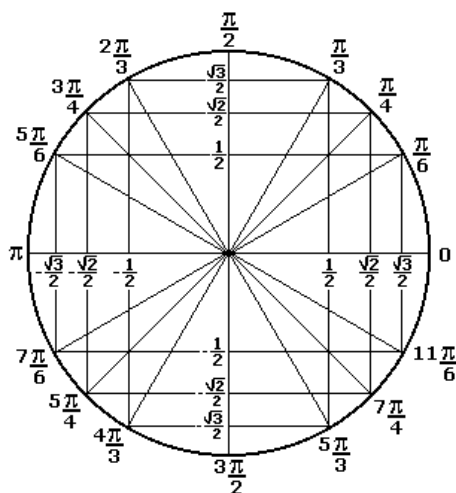
SÉRIE: 1º ano E.M

TUTOR (A): ANALIA MARIA FERREIRA FREITAS

## Trigonometria na Circunferência

[Alessandro dos Santos Calin]

[alessandrocalin@yahoo.com.br]



Rio de Janeiro

2012

## Sumário

INTRODUÇÃO .....	Página 5 e 6
ATIVIDADE 1 .....	Páginas 7 e 8
ATIVIDADE 2 .....	Página 8 e 9
ATIVIDADE 3 .....	Página 9 á 13
ATIVIDADE 4 .....	Página 14
ATIVIDADE 5 .....	Página 15
AVALIAÇÕES .....	Página 16
MATRIZ DO SAERJINHO .....	Página 17
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	Página 18

## 1 - Introdução:

A trigonometria tem aplicações importantes em vários ramos, tanto como na matemática pura, quanto na matemática aplicada e, conseqüentemente, nas ciências naturais.

As razões trigonômicas devem ser bem trabalhadas no 9º ano e no 1º ano do ensino médio, assim como o teorema de Pitágoras, pois as aplicações desses conteúdos em outras áreas, como na física serão constantes. Porém o que encontramos no ensino médio, em muitas das vezes, são os alunos sem a base do assunto e sem o preparo para assimilar o conteúdo de trigonometria na circunferência. Com base nisso dei prioridade em introduzir no meu plano de atividade a priori uma revisão sobre trigonometria no triângulo retângulo. Essa atividade de revisão é de grande relevância, pois dará ao aluno a oportunidade de relembrar ou aprender os fundamentos da trigonometria e das razões trigonométricas.

Em sequência dou trabalho com conceitos da história da matemática para minimizar a dificuldade do assunto e enfatizarei que atualmente a trigonometria não se limita apenas a estudar triângulos e também a sua aplicação na circunferência é muito relevante e que sua aplicação se estende nos outros campos da matemática, como a Análise, e a outros campos da atividade humana como a Acústica, a Música, a Topologia, e quase todos os ramos da Engenharia (Elétrica, Mecânica, civil). Com isso a pergunta que sempre é feita nas aulas de matemática. “PARA QUE APRENDER ISSO?”, JÁ ESTARÁ SENDO RESPONDIDA.

O meu plano de atividade foi dividido nas metodologias abaixo:

Atividade	Nome	Descrição
1	Jogo da Revisão	Jogo da revisão com ênfase na trigonometria do triângulo retângulo
2	Teodolito	Construir o Teodolito. Para medir ângulos e em seguida vou transformar a medida desses ângulos em arcos (pi radianos).
3	Ciclo trigonométrico	Trabalhar a construção de um ciclo trigonométrico usando os conceitos do desenho geométrico.
4	Relações trigonométricas	Construir uma tabela com as relações trigonômicas usando o laboratório de informática.
5	Jogo da Revisão	Jogo da revisão com ênfase em exercícios do bimestre

## 2 - Estratégias adotadas no Plano de Trabalho:

### 2.1 Atividade 1 – Jogo da Revisão

Construímos um jogo de madeira chamado jogo da revisão, para trabalhar diversos conteúdos. O jogo é dividido em três cores (verde – avançado, amarelo – médio, laranja – fácil). Na parte superior do jogo ficam as fichas coloridas e abaixo em cada gaveta, questões de acordo com nível dividido nas cores, conforme mostra a figura 2.1.

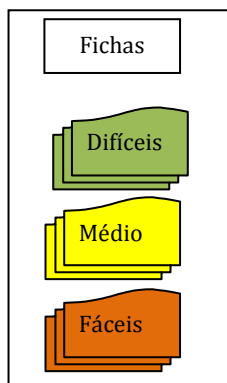


Figura 2.1

#### Atividade 1:

##### ▪ Habilidade relacionada:

- Resolver questões com as razões trigonométricas no triângulo retângulo;
- Entender a regra de construção das razões trigonométricas;
- Trabalhar questões de conversão de graus para radianos;

##### ▪ Pré-requisitos:

- Conhecer a formação do triângulo retângulo (hipotenusa e catetos);
- Conhecimento do teorema de Pitágoras;

##### ▪ Tempo de Duração:

A atividade será realizada em 4 tempos de aula.

##### ▪ Recursos Educacionais Utilizados:

- Jogo da revisão;
- Tabela com as medidas de seno, cosseno e tangente dos ângulos;
- Folha;
- Caneta hidrocor
- Caneta esferográfica;
- Lápis;
- Calculadora.

- **Organização da turma:**

A atividade será realizada em grupos de 4 alunos.

- **Objetivos:**

Revisar e fixar o conteúdo de trigonometria no triângulo retângulo.

- **Metodologia adotada:**

- Mandar um aluno do grupo sortear uma placa na parte superior do jogo (dividida nas cores das gavetas);
- De acordo com a cor escolhida pelo aluno, ele irá escolher uma ficha na gaveta da cor sorteada;
- O grupo terá 5 minutos para resolver a questão na ficha e colocá-la no quadro para a turma.

## **Atividade 2: Construção do Teodolito**

O teodolito, um instrumento para medir ângulos, é usado, geralmente, por agrimensores e construtores para calcular grandes distâncias. Vamos construir com teodolito caseiro.

- **Habilidade relacionada:**

- Identificar seno, cosseno e tangente;
- Construir uma tabela para descobrir as razões trigonométricas dado o valor de um ângulo.

- **Requisitos:**

Realizar uma atividade em que eles deveriam determinar a altura de árvores, de pilares, do prédio da escola, etc., utilizando um procedimento que envolvesse semelhança de triângulos e proporcionalidade.

- **Tempo de Duração:**

A atividade será realizada em 2 tempos de aula.

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

- Um pedaço de papelão grosso;
- Um pedaço de barbante de aproximadamente 20 cm;
- Um canudo de plástico;
- Um peso de linha de pesca ou moeda ou argola de metal;
- Uma Xerox de um transferidor de 180°. No meu caso os alunos vão utilizar o transferidor de plástico;

- Fita adesiva e cola

- **Organização da turma:**

A atividade será realizada em grupo de 4 alunos.

- **Objetivos:**

→ Estudar as relações de seno, cosseno e tangente dos ângulos e convertê-los em arco;

→ Fazer medidas de alturas de objetos sem a utilização de sombra.

- **Metodologia adotada:**

→ Com uma fita adesiva, prenda o canudo em uma das bordas de 15 cm do papelão;

→ Cole o transferidor ou desenho logo abaixo do canudo;

→ Amarre o peso na extremidade do barbante;

→ Com cuidado faça um pequeno furo transpassando o papelão bem no encontro da linha de fé do transferidor com a linha que marca  $90^\circ$ ;

→ Passe por esse furo a outra extremidade do barbante, deixando o restante no mesmo lado onde está o transferidor, e de um nó bem firme.

### **Atividade 3: Construção do Ciclo Trigonométrico**

- **Habilidade relacionada:**

→ Identificar um ciclo trigonométricos e seus quadrantes.

→ Entender a regra dos sinais das razões seno e cosseno

→ Mostrar que a construção do ciclo.

- **Pré-requisitos:**

→ Conhecer as principais razões trigonométricas e as medidas dessas razões nos ângulos  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$ .

- **Tempo de Duração:**

A atividade será realizada em 4 tempos de aula.

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

→ Papel cartão;

→ Régua;

→ compasso;

→ Caneta esferográfica;

→ Lápis;

→ Transferidor

▪ **Organização da turma:**

A atividade será realizada em grupos de 4 alunos.

▪ **Objetivos:**

Introduzir a construção do ciclo trigonométrico e compreender as relações:

- a) Sinais dos quadrantes;
- b) Redução de arcos congruos;
- c) Equação trigonométicas;
- d) Inequações.

▪ **Metodologia adotada:**

**1ª PARTE – Construção do ciclo no papel sulfite**

→Uso do compasso e a da régua para a determinação de uma circunferência de raio 10 cm (considerado uma unidade) e de centro num ponto O.

→Com a régua e o transferidor, traçar os dois diâmetros, perpendiculares entre si, na circunferência, bem como a identificação dos pontos extremos, respectivamente A'A e BB', contidos na circunferência. Nesse momento, os alunos foram convidados a observar que os segmentos que determinam os diâmetros traçados têm como característica fundamental: O que é ponto de interseção.

→Uso do transferidor ou compasso para encontrar o ponto médio (M) do arco AÔB.

→Utilização da régua para traçar a reta de origem em O, que passa pelo ponto M (OM).

→Indicação de pontos N e P no prolongamento da reta OM .

→Prolongamento da reta AO , valendo-se da régua como instrumento.

→Construção com o esquadro de segmentos paralelos ao segmento ÖB , a partir, respectivamente dos pontos M, N e P. Consequentemente, marcar os pontos M', N' e P' que determinam a intersecção das retas traçadas com a reta OA. O resultado a ser obtido está exibido na figura 3.1.1.



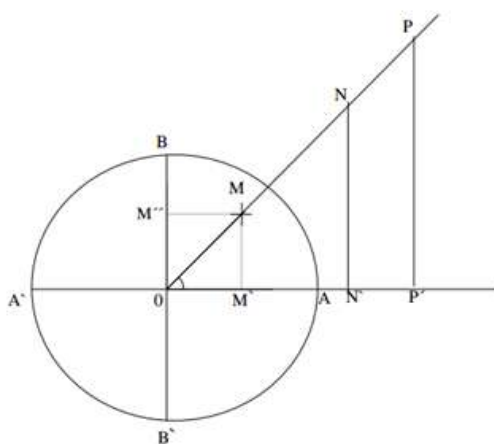


Figura 3.1.1

A continuação da atividade que serviu, também, como critério de avaliação.

Os procedimentos envolvem as medidas de segmentos que determinam os lados de triângulos, bem como as razões entre elas e a identificação de regularidade numérica que caracteriza o conceito de seno.

Continuação dos passos:

→ Determinar, com uma régua ou esquadro, as medidas dos segmentos:  $MM'$  e  $OM$ ,  $NN'$  e  $ON$ ,  $PP'$  e  $OP$ , no plano cartesiano.

→ Calcular as razões entre os segmentos:  $\frac{MM'}{OM}$ ,  $\frac{NN'}{ON}$  e  $\frac{PP'}{OP}$

→ Comparar as três razões e expressar a conclusão.

→ Com auxílio da régua, medir no raio vertical (unidade) o valor constante das razões.

→ Identificar que essa medida coincide com o ponto  $M''$ .

→ No mesmo ciclo, com a utilização do transferidor ampliar o ângulo  $a$  para  $60^\circ$ .

→ Calcular as razões entre os segmentos:  $\frac{MM'}{OM}$ ,  $\frac{NN'}{ON}$  e  $\frac{PP'}{OP}$

→ Comparar as três razões e expressar a conclusão.

→ Medir no raio vertical (unidade), com a régua, o valor constante das razões.

→ Identificar que essa medida coincide com o ponto  $M''$ .

→ Traduzir a síntese: independente do comprimento dos segmentos, as respectivas razões entre eles, se tratar do mesmo ângulo, têm sempre o mesmo valor (constante).

→ Apresentar a linguagem conceitual sincopada: a razão entre as medidas dos lados dos triângulos anteriores em relação ao ângulo  $a$  é denominada seno do ângulo.

→ Apresentar a característica conceitual matemática:  $\sin \hat{a} = \frac{\text{medida cateto oposto}}{\text{medida hipotenusa}}$ .

→ Ampliar, com o uso do transferidor, as mesmas operações para o ângulo  $\hat{a}$  de  $135^\circ$ .

→ Determinar, com uma régua ou esquadro, as medidas dos segmentos:  $MM'$  e  $OM$ ,  $NN'$  e  $ON$ ,  $PP'$  e  $OP$

→ Calcular as razões entre os segmentos:  $\frac{MM'}{OM}$ ,  $\frac{NN'}{ON}$  e  $\frac{PP'}{OP}$

→ Comparar as três razões e expressar a conclusão.

→ Com auxílio da régua, medir no raio vertical (unidade) o valor constante das razões.

→ Identificar que essa medida coincide com o ponto  $M''$ .

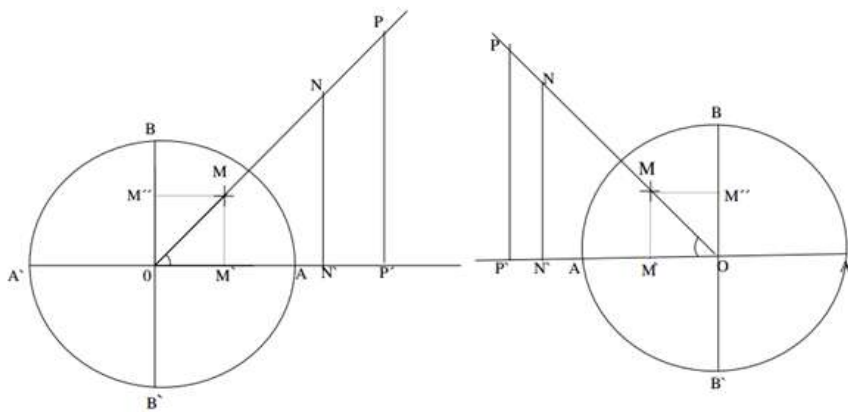


Figura 3.1.2

## 2ª Parte – Construção do ciclo na cartolina.

→ Desenhe uma circunferência de 10cm de raio. Iremos convencionar que a medida do raio é de 1 unidade. (10cm = 1 unidade)

→ Agora, tendo o centro da circunferência como ponto em comum, desenhe duas retas perpendiculares. Observe que a circunferência ficou dividida em 4 partes iguais. Cada parte recebe o nome de quadrante. Essas retas são chamadas de eixo horizontal e eixo vertical.

→ Com o auxílio de uma régua divida os eixos da seguinte forma:

A partir do centro em 10 partes iguais até a circunferência, ou seja, cada eixo ficará dividido em 20 partes iguais.

Como convencionamos que o raio mede 1 unidade, a partir do centro numere essas partes com numa reta numérica onde o zero é o ponto de encontro dos eixos.

Ou seja: 1cm na régua corresponde 0,1 unidade do raio.

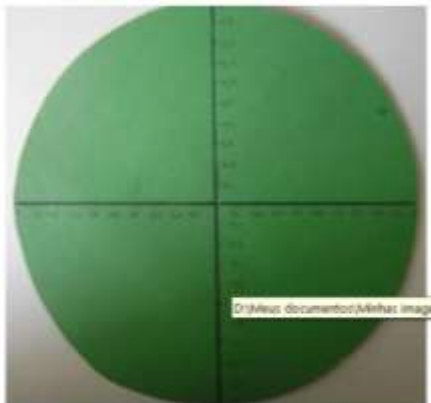


Figura 3.1.3

→ Com o auxílio de um transferidor divida a circunferência de  $10^\circ$  em  $10^\circ$ . Marque esses pontos e anote a medida dos ângulos no sentido anti-horário.

A sua figura está assim:

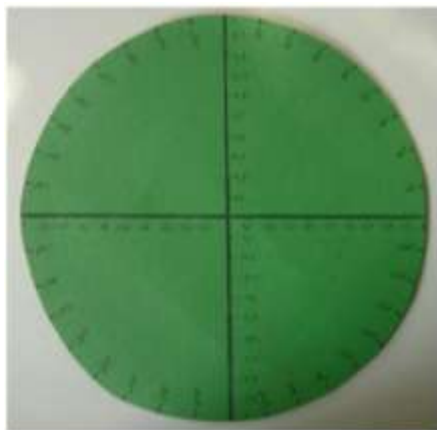


Figura 3.1.4

→ Agora, corte duas tiras de papel de 11cm de comprimento por 0,5cm de largura. Prenda-as com um precevejo. Pegue uma extremidade e prenda no centro da circunferência.



Figura 3.1.5

#### Atividade 4:

Os alunos serão levados para o laboratório de informática onde irão utilizar o programa de planilhas eletrônicas do open Office – similar ao Excel. Nesta aula iremos trabalhar uma aula a construção de uma tabela com relações trigonemtricas de ângulos:

- **Habilidade relacionada:**

→ Identificar seno, cosseno e tangente;

→ Construir uma tabela para descobrir a razões trigonométricas dado o valor de um ângulo.

- **requisitos:**

Encontrar as relações de seno, cosseno e tangente;

- **Tempo de Duração:**

A atividade será realizada em 1 tempo de aula.

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

Laboratório de informática;

- **Organização da turma:**

A atividade será realizada em grupo de 3 alunos.

- **Objetivos:**

Estudar as relações de seno, cosseno e tangente dos ângulos

- **Metodologia adotada:**

→ Entrar no software e aumentar as colunas A, B, C, D e e, com as medidas respectivamente – 20, 15, 15, 15, 15.

→ Selecionar do A1 ao A4 e mesclar. Fazer o mesmo com colunas B, C e D e desenhar a planilha conforme o exemplo:

ÂNGULO:		SENO	COSSENO	TANGENTE
DIGITE O VALOR DO ÂNGULO	ÂNGULO EM Radianos			
60	1,047197551	0,8660254	0,5	1,73205081

→ Ir na palheta formulas e selecionar trigonometria, programar cada coluna com sua respectiva relação.

→ Nesta atividade o valor do ângulo tem que ser dado em radianos, mais um oportunidade de aprofundar o conhecimento.

## **Atividade 5 – Jogo da Revisão**

Aplicamos novamente o jogo da revisão com os mesmos moldes da atividade 1, sendo que utilizamos questões variadas, dando ênfase a todos os assuntos abordados nos roteiros e nas notas de aulas referente ao conteúdo de trigonometria na circunferência.

### **Atividade 1:**

#### **▪ Habilidade relacionada:**

- Resolver questões referentes a trigonometria na circunferência;
- Resolver questões referentes lei dos senos e cossenos no triângulo qualquer;
- Resolver questões referentes equações e inequações trigonométricas;

#### **▪ Pré-requisitos:**

- Aprendizado do conteúdo trabalhado nas atividades anteriores.

#### **▪ Tempo de Duração:**

A atividade será realizada em 4 tempos de aula.

#### **▪ Recursos Educacionais Utilizados:**

- Jogo da revisão;
- Tabela com as medidas de seno, cosseno e tangente dos ângulos;
- Folha;
- Caneta hidrocor
- Caneta esferográfica;
- Lápis;
- Calculadora.

#### **▪ Organização da turma:**

A atividade será realizada em grupos de 4 alunos.

#### **▪ Objetivos:**

Revisar e fixar o conteúdo do bimestre.

#### **▪ Metodologia adotada:**

- Mandar um aluno do grupo sortear uma placa na parte superior do jogo (dividida nas cores das gavetas);
- De acordo com a cor escolhida pelo aluno, ele irá escolher uma ficha na gaveta da cor sorteada;
- O grupo terá 5 minutos para resolver a questão na ficha e coloca-la no quadro para a turma.

### **3 - Avaliação:**

#### **3.1– Atividade 1**

A resolução das questões sorteadas é o processo de avaliação.

#### **3.2- Atividade 2**

Os alunos deveriam colocar o instrumento confeccionado na direção do objeto a ser medido, de modo a ver o topo do objeto através do orifício do canudinho.

Em seguida, deveriam observar e anotar o ângulo marcado pelo canudinho do transferidor e representar geometricamente a situação em uma folha de papel. Após a representação do triângulo observado, os alunos deveriam desenhar outro triângulo retângulo semelhante ao anterior e que tivesse um ângulo agudo igual ao encontrado no instrumento usado pelo grupo. Então, estabeleceriam a relação entre os lados e ângulos dos triângulos retângulos construídos para determinar a altura do objeto (o triângulo em que um dos lados representa a altura do objeto e o outro triângulo desenhado no papel semelhante ao triângulo construído com a medida do objeto). Após chegar a conclusão do valor das razões trigonométricas do ângulo os alunos deverão converter esse ângulo para medida em radianos.

#### **3.3- Atividade 3**

##### **1ª parte:**

1- De acordo com esquema montados para o 1º e 2º quadrante, montar os seguindo os mesmos passos da atividade para o ângulo de 225º e 315º.

2 – Visualizar os valores para o seno e cosseno de 40º, 45º, 60º, 90º, 120º, 150º, 180º, 210º, 240º, 270º, 300º, 330º, 360º.

OBS: As demais avaliações serão adaptadas no plano de atividade reformulado, pois foram feitas como revisão de prova.

#### **3.4- Atividade 4**

Realize atividades com alunos dado o valor de um ângulo, descubra as suas razões trigonométricas.

Passe problemas onde é dado um dos catetos, o ângulo e descubra a hipotenusa ou vice-versa.

#### **3.5– Atividade 5**

A resolução das questões sorteadas é o processo de avaliação.

#### 4 - Matriz do Saerjinho

Com as atividades propostas todas as habilidade e classes abaixo da matriz so saerjinho foram trabalhadas em sala de aula.

<b>H12</b>	Resolver problemas envolvendo as razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente dos ângulos de $30^\circ$ , $45^\circ$ e $60^\circ$ ).	C1 - Calcular um dos lados de um triângulo retângulo em um problema contextualizado ou não, com o auxílio do seno, cosseno ou tangente dos ângulos de $30^\circ$ , $45^\circ$ e $60^\circ$ . Caso a resposta seja numérica, devem ser dados o seno, o cosseno e a tangente do ângulo correspondente.
<b>H13</b>	Resolver problemas envolvendo a lei dos cossenos ou a lei dos senos.	C1 - Propor situações contextualizadas, envolvendo um triângulo qualquer, que recaiam na aplicação da lei dos senos. C2 - Propor situações contextualizadas, envolvendo um triângulo qualquer, que recaiam na aplicação da lei dos cossenos.

## 5 - Referências:

- [1] BOTAS, Dilaila Olivia dos Santos. A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática Um estudo no 1º ciclo. 2008. 182f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) – Universidade Aberta. 2008.
- [2] BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), 3º e 4º ciclos do ensino fundamental, 1998.
- [3] FAINGUELERNT, Estela. Educação matemática: representação e construção em geometria. Porto Alegre. ARTMED, 1999.
- [4] FIORENTINI, Dario; Maria Ângela Miorim. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da Matemática. Boletim da SBEM-SP, n.7, de julho-agosto de 1990.
- [5] GIOVANNI, J.R., PARENTE, Eduarado. Aprendendo Matemática., Ed. Renovada, FTD. RJ.
- [6] LOPES, Marcos Sebastião. Material pedagógico para o ensino de trigonometria no triângulo retângulo e no círculo trigonométrico. Monografia (Licenciatura em Matemática). Pará de Minas, MG: Faculdade de Pará de Minas, 2008.
- [7] NACARATO, Adair Mendes. Eu trabalho primeiro no concreto. Revista de Educação Matemática – Ano9. Nos. 9-10, 2004-2005.