CECIERJ – Projeto SEEDUC: Formação continuada

Gabriele Siqueira de Araújo

PLANO DE TRABALHO: TRIGONOMETRIA

Teresópolis

2012/2º

Introdução

Para iniciar o nosso estudo faremos a construção de um teodolito para que os alunos façam medições de objetos inacessíveis, explorando de forma prática o assunto.

Este plano trabalho tem como principal objetivo contemplar o estudo das funções trigonométricas, buscando abordar o assunto de diferentes maneiras, a fim de que alcance o aprendizado do nosso educando, dispõe de recursos como vídeo, onde é outro professor abordando o tema estudado, possibilitando ao discente uma linguagem diferenciada. Também será utilizado o software geogebra, de maneira que possam explorar o recurso disponível construindo através de sua manipulação e visualização seu conhecimento. Para trabalharmos de forma mais prática será utilizado um jogo chamado trigonometrilha, na qual é possível de maneira lúdica e dinâmica desenvolver os conceitos estudados, e por fim serão propostos alguns exercícios, para que os alunos demonstrem o que foi trabalhado.

Procuramos utilizar diferentes recursos tendo em vista que estes estimulam e aguçam a curiosidade de nossos educandos, pois tornam as aulas mais atraentes, menos cansativa e repetitiva.

Desenvolvimento

Atividade 1: Construção de um teodolito.

Habilidade: - H12 Resolver problemas envolvendo as razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente dos ângulos de 30°, 45° e 60°).

Objetivos: - Desenvolver a habilidade para utilizar um transferidor; - Apresentar, experimentalmente, a noção de tangente de um ângulo; - Introduzir o estudo da função tangente, utilizando a geometria para resolução de uma situação problema que envolva medição.

Pré-requisitos: - Trigonometria no triângulo retângulo.

Tempo de duração: 100 minutos.

Recursos didático-pedagógicos utilizados: - Papel cartão; - Régua; - Transferidor; - Tesoura; - Calculadora; - Canudo; - Fita adesiva; - Peso (para o io de prumo); - Linha de costura (ou barbante); - Fita métrica ou trena.

Organização da turma: Em grupos de 4 alunos.

Metodologia adotada: Explicar para a turma o que é um teodolito e que iremos construir um teodolito improvisado.

Colégio Estadual Lions Club

Teresópolis, ____ de __________ de 2012.

Prof.ª: Gabriele Disciplina: Matemática

Roteiro de Trabalho (Construção de um Teodolito improvisado)

Passo 1. Recorte um pedaço (20 cm × 10 cm) do papel cartão. Ele será à base do seu teodolito.

Passo2. Fixe o transferidor neste pedaço de papel usando a fita transparente, como vemos na figura, dando destaque ao segmento de reta que passa pela marca do ângulo de 90°, como na figura a seguir.

Passo 3. Agora precisamos prender o canudo com o barbante e o peso no transferidor. Tenha bastante atenção para que o canudo coincida com a linha de fé do transferidor (a linha que passa pelo 0° e pelo 180°), e o barbante já deverá estar preso ao canudo (amarrado) de maneira que o nó coincida com o centro do transferidor. As figuras abaixo ilustram isso.

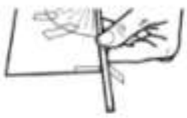


Figura teodolito em construção

Figura Teodolito em construção

De posse do nosso medidor de ângulos, que tal medirmos a altura de algo inacessível na escola? Em nosso pátio temos uma árvore, que tal medirmos a altura dela!

1- Agora que já sabemos o que medir, posicione-se a uma distância conhecida do objeto cuja altura você vai determinar (você pode medir antes a distância). A que distância você está do objeto cuja altura você pretende verificar?

2- Leve o seu teodolito à altura dos seus olhos e observe, através do canudo, o topo do objeto do qual você pretende determinar a altura. Peça a um colega que olhe no seu teodolito, enquanto você observa pelo canudo o topo do seu objeto, qual a menor indicação para a medida do ângulo do barbante no transferidor. Qual foi o ângulo que o seu colega viu?

3- Use agora os seus conhecimentos sobre razões trigonométricas para determinar a altura do objeto que você observou pelo teodolito. Mas lembre-se: o segmento BC indicado no esquema abaixo representa apenas uma parte da altura procurada. A altura total será o resultado da soma da medida do segmento BC com a sua própria altura, certo? Mãos à obra!

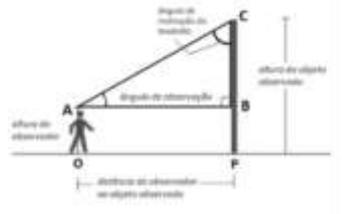


Figura: esquema indicativo das medidas encontradas no experimento

Vamos organizar os dados obtidos em uma planilha:

Altura do observador	Distância ao objeto	Leitura no medidor	Ângulo de visada (α)	tg α	Altura do objeto

Atividade 2: Vídeo: Funções Trigonométricas

Habilidade: - Hn – Identificar gráficos de funções trigonométricas: seno, cosseno e tangente.

Objetivos: - Rever os tópicos relacionados às funções trigonométricas.

Pré-requisitos: - Conhecer o ciclo Trigonométrico.

Tempo de duração: 100 minutos.

Recursos didático-pedagógicos utilizados: - Vídeo 4 (Coleção Ensino Médio – SAE - IESDE); - Lápis e papel.

Organização da turma: Em duplas.

Metodologia adotada: O vídeo que será apresentado tem a duração de 39 minutos, no entanto, ao longo do vídeo o professor (do vídeo) faz perguntas, e nestes momentos o vídeo será parado para que os educandos possam chegar às respostas, quando explicitar as funções também iremos parar a fim de que os discentes as resolvam.

Atividade 3: Brincando com um piano.

Habilidade: - Identificar o gráfico da função trigonométrica seno.

Objetivos: - Estudar a senoide que modela uma onda sonora.

Pré-requisitos: - Conhecer as funções trigonométricas.

Tempo de duração: 100 minutos.

Recursos didático-pedagógicos utilizados: - Arquivo do software geogebra: Piano.

Organização da turma: Em duplas.

Metodologia adotada: Explanar para a turma um pouco da relação entre a música e as funções trigonométricas. Levantar o questionamento o que é o som? Após esta conversa apresentar o roteiro para explorar o arquivo piano no software geogebra.

Colégio Estadual Lions Club

Teresópolis, ____ de __________ de ______.

Prof.ª: Gabriele Disciplina: Matemática

Roteiro: Brincando com Piano

1. Abra o arquivo do geogebra intitulado Piano.

2. Desative todas as caixinhas de notas musicais, deixando o gráfico "zerado".

3. Ative a caixa C e observe o que acontece no gráfico que aparece na parte inferior da tela. Descreva o que você vê.

4. Desative a caixa C e ative a caixa C#. Que alteração ocorreu no gráfico em relação à anterior?

5. Desative a caixa C# e ative a caixa D. Que alteração ocorreu no gráfico em relação à anterior?

6. Continue experimentando, ativando e desativando cada caixa. De maneira geral, como você descreveria o gráfico que aparece associado a uma única nota musical, representando a sua onda sonora?

7. Agora, ative duas caixinhas, formando um acorde. Experimente ativar as caixas XC e XD. O formato do gráfico manteve-se o mesmo que você descreveu anteriormente?

8. Experimente com outras duas caixinhas quaisquer. O que você vê?

9. Continue brincando com o arquivo, experimentando selecionar 3 ou 4 caixinhas juntas. O que você pode observar sobre o formato do gráfico quando aumentam a quantidade de caixinhas marcadas?

Atividade 4: Construção do gráfico da função cosseno.

Habilidade: - Conhecer o gráfico da função cosseno.

Objetivos: - Construir o gráfico da função cosseno.

Pré-requisitos: - Conhecer os círculos trigonométricos.

Tempo de duração: 100 minutos.

Recursos didático-pedagógicos utilizados: - Software geogebra; - Folha de atividades.

Organização da turma: Em duplas.

Metodologia adotada: Explicar o que faremos do laboratório, os apresentando o roteiro de trabalho.

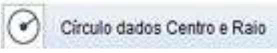
Colégio Estadual Lions Club

Teresópolis, ____ de __________ de ______.

Prof.ª: Gabriele Disciplina: Matemática

Roteiro (Construção da função cosseno)

1. Abra uma tela nova no GeoGebra. No campo “Entrada”, disponível na parte inferior da tela, digite O=(0,0). O programa marcará o ponto O, origem do sistema de eixos cartesianos.

2. Agora vamos traçar a circunferência que representará o ciclo trigonométrico. Para isso, clique no botão 

, disponível no 6º menu de botões, e clique no ponto O (origem do sistema cartesiano).

Vai abrir-se uma caixa de diálogo, pedindo que você informe que raio você deseja que sua circunferência tenha, conforme podemos ver abaixo. Digite 1, que é o raio do ciclo trigonométrico, e o botão OK, e na tela uma circunferência de centro O e raio unitário.

3. Agora iremos marcar a origem do ciclo trigonométrico. Como vimos, a origem é o ponto (1,0), que chamaremos nesta construção de A. Então, novamente no campo Entrada, digite A=(1,0) seguido da tecla ENTER. Surgirá na tela o ponto A(1,0).

4. Proceda da mesma maneira para marcar os pontos B=(-1,0), C=(0,1) e D=(0,-1). Este é o ciclo trigonométrico, e os pontos A, B, C e D são os limites dos quadrantes.

5. Tome um ponto E qualquer no ciclo trigonométrico e marque o arco AOE, clicando no botão  (6º menu de botões) e, sequencialmente, nos pontos O, A e E. Você verá na janela da álgebra surgir à indicação “d=...”, que representa o comprimento do arco AOE.

6. Digite no campo Entrada os pontos G=(cos(d),0) e R=(d,cos(d)). Surgirão na tela os pontos G e R, de maneira que o comprimento do segmento OG indica o cosseno do arco AOE e o ponto R é o ponto cuja abscissa é o comprimento do arco AOE e a ordenada é o cosseno desse arco.

7. Movimente o ponto E no ciclo trigonométrico e observe G e R movendo-se, o primeiro no intervalo de [-1,1] no eixo y e o segundo, pela tela. Vá na Janela da Álgebra e clique com o outro botão do mouse sobre o ponto R, vai abrir-se uma caixa de opções. Clique na opção  (habilitar rastro).

8. Agora movimente o ponto E novamente em torno do ciclo trigonométrico e observe o caminho descrito pelo ponto R.

Podemos ver que forma-se um ciclo completo de 0 a 2π da função cosseno. Digite agora no campo Entrada a função g(x)=cos(x) e observe. (Para deixar de exibir o rastro do ponto R, basta clicar novamente sobre ele com o outro botão do mouse e desabilitar a opção "habilitar rastro").

9. Agora responda: A abscissa do ponto R é o comprimento do arco AOE. Ao movimentar esse ponto no círculo, que valores essa abscissa pode assumir? Ou ainda, perguntando a mesma coisa deforma diferente, qual é o intervalo de variação do comprimento do arco AOE, indicado por d na Janela da Álgebra?

10. De acordo com seus conhecimentos sobre o círculo trigonométrico a ordenada do ponto R é uma função da abscissa. Neste caso, que função é essa?

11. Clique no ponto E e movimente-o no sentido anti-horário sobre o círculo trigonométrico percorrendo o primeiro quadrante e responda: Os números reais do intervalo $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ possuem cosseno positivo ou negativo? Nesse intervalo, quando o percorremos no sentido crescente o ponto E está percorrendo o círculo no sentido anti-horário. Durante esse movimento, os valores da abscissa de E vão aumentando ou diminuindo? Então os respectivos cossenos estão aumentando ou diminuindo?

12. Faça E se movimentar em cada um dos outros três quadrantes, sempre no sentido crescente (de $\frac{\pi}{2}$ a π, e finalmente de π a$\frac{3\pi}{2}$ a 2π), observando esse movimento, e o movimento do ponto R (e de seu rastro). A partir dessas observações complete a tabela abaixo:

Função Cosseno	1º quadrante	2º quadrante	3º quadrante	4º quadrante
Sinal				
Crescimento				
Imagem				

Atividade 5: O Movimento da Roda Gigante e as Transformações no Gráfico da Função Seno.

Habilidade: - Hn – Aplicar o conhecimento de transformações gráficas nas funções trigonométricas para resolver problemas significativos.

Objetivos: - Estudar o gráfico da função seno em um contexto real.

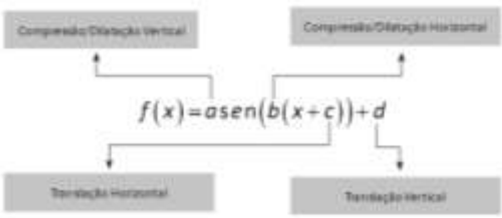
Pré-requisitos: - Conhecer as propriedades analíticas elementares das funções seno, cosseno e tangente.

Tempo de duração: 100 minutos.

Recursos didático-pedagógicos utilizados: - Software geogebra; - Folha de atividades.

Organização da turma: Em duplas.

Metodologia adotada: Relembrar no quadro as transformações que podem ocorrer no gráfico da função seno. Apresentando o esquema:



Colégio Estadual Lions Club

Teresópolis, ____ de __________ de ______.

Prof.ª: Gabriele Disciplina: Matemática

Roteiro (Roda Gigante)

1. Abrir o arquivo do geogebra “Roda Gigante.ggb”.

2. Neste arquivo há no canto inferior esquerdo um botão em que você pode iniciar a animação dos elementos desse arquivo. Observe o movimento da Roda gigante e do Ponto laranja.

3. Observe que o ponto laranja descreve a altura do ponto de sustentação do acento amarelo considerando que a velocidade da roda gigante é de uma volta a cada 2π segundos (cerca de 6,28 segundos).

4. Considerando a Roda Gigante uma Circunferência e o diâmetro AB, paralelo ao eixo x (chão), podemos representar arcos com extremidades em A e no ponto de sustentação do acento amarelo. Pensando desta forma qual a medida deste arco quando o tempo t é zero? E quanto o tempo é π?

5. Observando as alturas assinaladas na roda gigante qual é a altura mínima do ponto de sustentação do acento amarelo? E a altura máxima desse ponto?

6. Nesse arquivo há uma função f definida por f(x) = sen(x). Seu gráfico é a linha azul pontilhada que aparece logo abaixo da roda gigante. Descubra a expressão da função cujo gráfico coincide com o rastro do ponto laranja. Com um clique duplo sobre o gráfico desta função reescreva a definição da função f como essa função. Quando você acertar no lugar do texto “Pense e Descubra” você verá “Parabéns você acertou!!!”.

OBS: No geogebra a função seno, escreve-se sin(x).

Atividade 6: Jogo: Trigonometrilha.

Habilidade: Hn – Aplicar o conhecimento de transformações gráficas nas funções trigonométricas para resolver problemas significativos.

Objetivos: - Possibilitar aos alunos a utilização de relações simples das funções trigonométricas em arcos fundamentais, o cálculo aproximado de raízes quadradas, o cálculo de valores aproximados e a realização de estimativas.

Pré-requisitos: - Funções Trigonométricas.

Tempo de duração: 200 minutos.

Recursos didático-pedagógicos utilizados: - Um tabuleiro; - Dois marcadores de cores diferentes (um para cada jogador); - Papel; - Lápis e; - Um baralho de cartas que serão separadas em quatro montes.

Organização da turma: Em duplas.

Metodologia adotada: Apresentar o tabuleiro e as cartas e realizar a simulação de algumas jogadas, como:

- Calcular o valor de x quando os valores dos arcos forem de $\frac{\pi}{6}$ ou $\frac{\pi}{4}$ nas expressões: $x = 2sen \propto$; $x = sen2 \propto$; $x = sen^2 \propto$ e $x = 2 + sen \propto$.
- Identificar no tabuleiro todas as casas cujas igualdades envolvem a função cosseno. Calcule os valores dessas casas para os arcos de $\frac{\pi}{6}$ e $-\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{4}$ e $-\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{3}$ e $-\frac{\pi}{3}$. Estabeleça uma relação entre os resultados dos arcos do primeiro quadrante com os resultados do quarto quadrante.
- Você está posicionado em uma das casas que possui um triângulo e deseja avançar pelo menos uma casa. Quais os montes em que você não deve retirar uma carta? Por que?
- Você está na casa $x = 1 + tg^2 \propto$. Para quais valores de $\propto$ você pode voltar duas casas?

Em seguida as regras do jogo.

1- As cartas serão separadas de acordo com as indicações, embaralhadas e colocadas em cada monte no centro do tabuleiro com as faces voltadas para baixo.

2- Decide-se quem começa o jogo. Os marcadores são colocados na posição indicada como partida.

3- Em cada jogada, o jogador retira uma carta de um dos quatro montes à sua escolha; calcula o valor de x da casa onde se encontra seu marcador, substituindo α pelo valor da carta; anota o valor obtido por x (que deve ser conferido pelos demais jogadores). Essa carta não poderá ser utilizada nas jogadas seguintes.

4- Cada jogador desloca seu marcador o número de casas correspondentes ao valor de x, consultando a tabela registrada no tabuleiro.

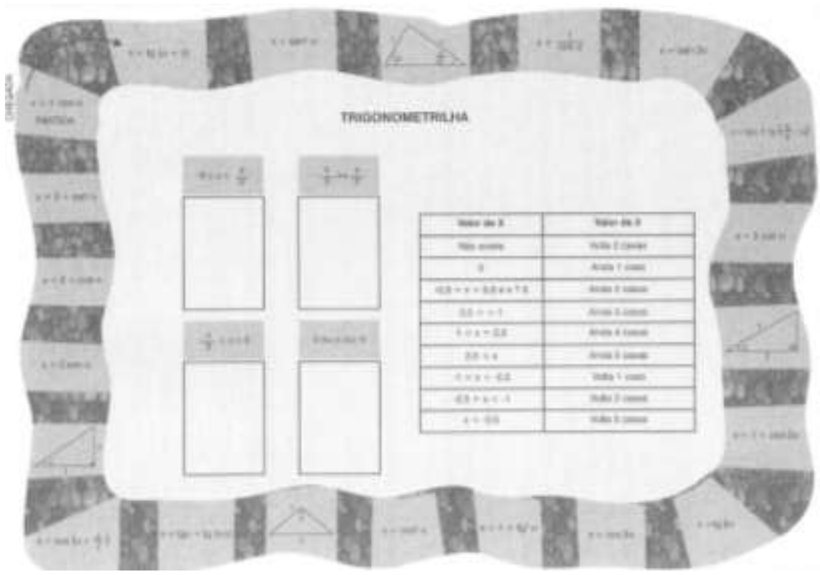
5- Se o jogador errar o valor aproximado para x, perde a vez de jogar.

6-Vence o jogador, que fizer em primeiro lugar, uma volta completa no tabuleiro (passando novamente pela casa de partida).

7- À medida que acabarem as cartas de cada monte, estas serão novamente embaralhadas e repostas no respectivo monte.

8- O sentido do jogo será decido pelos jogadores.

9- As cartas serão colocadas viradas para baixo e cada monte terá sua identificação.



Conjunto de cartas para ser reproduzido três vezes.

Atividade 7: Lista de exercícios

Habilidade: Hn – Aplicar o conhecimento de transformações gráficas nas funções trigonométricas para resolver problemas significativos.

Objetivos: - Resolver problemas de função trigonométrica.

Pré-requisitos: - Funções Trigonométricas.

Tempo de duração: 100 minutos.

Recursos didático-pedagógicos utilizados: - Folha de atividades.

Organização da turma: Individual

Metodologia adotada: Será proposta a turma uma lista de exercícios.

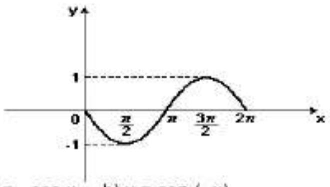
Colégio Estadual Lions Club

Teresópolis, ____ de __________ de 2012.

Prof.ª: Gabriele Disciplina: Matemática

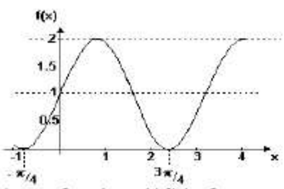
Exercícios

(G1) O gráfico abaixo representa o esboço, no intervalo [0, 2π], da função



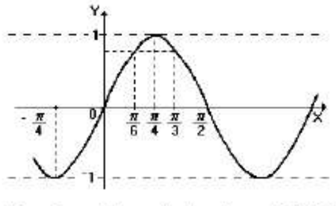
a) y = - cos x b) y = sen (- x)
c) y = sen 2x d) y = 2 sen x

(Pucsp) O gráfico seguinte corresponde a uma das funções de IR em IR a seguir definidas. A qual delas?



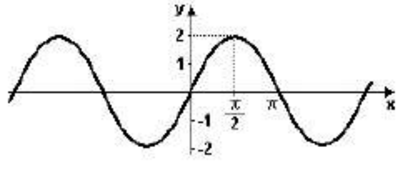
a) f(x) = sen 2x + 1 b) f(x) = 2 sen x
c) f(x) = cos x + 1 d) f(x) = 2 sen 2x
e) f(x) = 2 cos x + 1

(Puccamp) Observe o gráfico a seguir.



A função real de variável real que MELHOR corresponde a esse gráfico é
a) y = cos x b) y = sen x c) y = cos 2x
d) y = sen 2x e) y = 2 sen x

(Uel) O gráfico abaixo corresponde à função:
a) y = 2 sen x b) y = sen (2x)
c) y = sen x + 2 d) y = sen (x/2)
e) y = sen (4x)



(Puccamp) Sobre a função f, de IR em IR, definida por
f(x)=cos 3x, é correto afirmar que
a) seu conjunto imagem é [-3; 3].
b) seu domínio é [0; 2π].
c) é crescente para x $\in$ [0; π /2].
d) sua menor raiz positiva é π /3.
e) seu período é 2π /3.

Avaliação

A avaliação neste plano de trabalho será realizada durante todas as atividades propostas a turma, tendo em vista as habilidades desejadas, como identificar os gráficos das funções: seno, cosseno e tangente.

Para finalizar este plano de trabalho foi montada uma lista de exercícios, onde será possível avaliar o que os alunos assimilaram do assunto estudado ao longo deste plano.

A escola está fazendo simulados, e nestes simulados será mais oportunidade de estar avaliando os discentes, poderemos observar o que os alunos alcançaram com o assunto abordado, onde será possível pontuar as dificuldades ainda persistentes.

Referências Bibliográficas

CECIERJ, Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 3º bimestre. **Roteiros de ação – Trigonometria**. Disponível em: <projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/>. Acesso em 05 de nov. 2012. 21: 45: 25.

CECIERJ, Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio. **Matriz do saerjinho**. Disponível em <projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/>. Acesso em 19 de agost. 2012, 10: 58: 14.

DINIZ, Maria Ignez. ISHIHARA, Cristiane. PESSOA, Neide. SMOLE, Kátia Stocco. **Cadernos do Mathema – Ensino Médio.** Porto Alegre: Artmed, 2008.

AULA 26 – FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS. Coleção ensino médio matemática. SAE – Sistema de apoio ao ensino. Curitiba: IESDE Brasil S.A, 2008. 4 DVD.

Disponível em: <http://www.slideshare.net/carlinhosufrrj/lista-de-funes-trigonomtricas>. Acesso em 15 de nov. 2012, 15: 32: 23.