

# Formação Continuada em MATEMÁTICA

## Fundação CECIERJ / Consórcio CEDERJ

Matemática 1º Ano - 4º Bimestre / 2012

### Plano de Trabalho 2

Trigonometria na Circunferência e Funções  
Trigonométricas



Tarefa 4

**Cursista:** Gleice Mara de Jesus Ferreira

**Tutor:** Carlos Eduardo Lima de Barros  
**Grupo:** 11

# INTRODUÇÃO

O estudo da trigonometria na circunferência e fenômenos periódicos são realizados desde a antiguidade, pelos astrônomos, que acreditavam que os planetas descreviam órbitas circulares ao redor da Terra. Um dos motivos para o estudo da trigonometria é reviver o que estes astrônomos faziam estudando os fenômenos periódicos, como por exemplo, a relação entre as fases da lua e o movimento das marés e ampliarmos o estudo de seno e cosseno para ângulos maiores que  $90^\circ$  e as funções trigonométricas.

As aulas serão desenvolvidas baseadas em atividades que utilizarão exemplos do cotidiano dos educandos para exemplificar os fenômenos periódicos. Por isso, iniciaremos o estudo desses fenômenos utilizando “A magia do som: Música e Matemática” apresentada nos roteiros de ação disponível na plataforma do curso, seguido de um vídeo com uma música Melô das fases da lua [http://www.youtube.com/watch?v=AU\\_lynMTfgo&feature=related](http://www.youtube.com/watch?v=AU_lynMTfgo&feature=related).

A intenção deste Plano de Trabalho é construir conceitos em conjunto, para que o aprendizado realmente aconteça.

# DESENVOLVIMENTO

- **Habilidade relacionada:**

**H15** - Determinar, valores de seno e cosseno de um arco no intervalo  $[0,2]$

**H62** - Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função trigonométrica.

**H91**- Transformar grau em radiano ou vice-versa.

- **Pré-requisitos:**

Noções de periodicidade, compreender o conceito de ciclo e arco trigonométrico.

- **Tempo de Duração**

6 aulas (300 minutos)

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

Folha de atividades, computador, projetor multimídia e livro didático.

- **Organização da turma:**

A turma deverá estar disposta em duplas.

- **Objetivos:**

Associar a função seno a fenômenos periódicos.

Reduzir os arcos de seno ao 1º quadrante

Analisar e interpretar gráficos da função seno

- **Metodologia adotada:**

Atividade para ser desenvolvida em duplas e outras individualmente. A utilização do Geogebra, com o arquivo Piano deverá ser feita até em trio por causa da quantidade PC na sala.

No bimestre passado falamos sobre os fenômenos periódicos e o ciclo trigonométrico. Agora daremos mais um passo no campo da Trigonometria, onde conheceremos o que é e como funciona as Funções Trigonométricas.

Apresentar aos alunos o trabalho “A magia do som: Música e Matemática” no qual revela como o conceito de Funções Trigonométricas se aplica no cotidiano.

## A magia do som: Música e Matemática



“

“Eu não sinto ela assim,  
Sou eu, Maria Bethânia, entendeu?  
A voz é minha, mora em mim  
Mas é uma expressão de Deus  
É uma fagulhinha, uma bobagem”

Maria Bethânia

”

Questionar os alunos se tem alguém que toca algum instrumento e pedir para que ele ou eles comentem o que a música representa na vida dele ou deles. Comentar que a música marca histórias e acontecimento na vida das pessoas e que o ser humano se faz e refaz com a música.

Mostrar para os alunos na sala de multimídia o arquivo “Piano”, apresentado na plataforma do curso, onde será abordada a construção do gráfico com as notas musicais. Este arquivo é muito importante

para a abordagem do conteúdo de Funções Trigonométricas, pois visa mostrar o elo entre a matemática e a realidade. Em seguida, colocar vídeo com uma música Melô das fases da lua [http://www.youtube.com/watch?v=AU\\_lynMTfgo&feature=related](http://www.youtube.com/watch?v=AU_lynMTfgo&feature=related).

Agora, falaremos um pouco dos fenômenos periódicos que se repetem sempre dentro de um intervalo regular de tempo. Assunto este já abordado no bimestre anterior, mas agora, especificamente o do movimento das marés, o movimento do Sol e da Lua e também da órbita dos planetas.

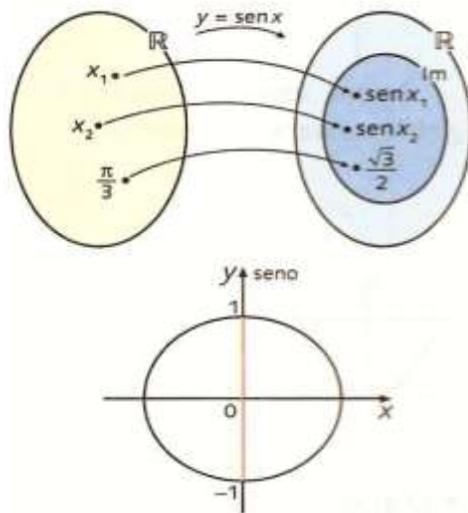
**Apresentar pesquisa abaixo, no datashow:**



Dizer que a periodicidade de certa maré pode ser descrita pela função  $A(t) = 4 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{4}\right)$ , em que  $A(t)$  é a altura da maré em relação ao nível médio do mar (em metros) e  $t$  o tempo (em horas). Comentar que a função descrita acima aparece o seno e que este é o tipo de uma função trigonométrica.

A função seno de  $x$  é dada por  $f(x) = \text{sen } x$ , sendo  $x \in \mathbb{R}$  e que representa a medida do arco em radianos.

O domínio e o contradomínio da função  $y = \text{sen } x$  são iguais a  $\mathbb{R}$ . O conjunto imagem está restrito ao intervalo  $[-1,1]$ .



Lançar imagens no datashow.

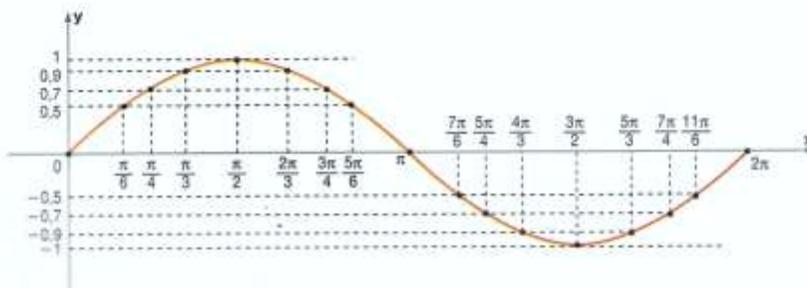
**Gráfico da função seno.**

O professor deverá construir a tabela com seus alunos. Não esquecendo de relembrar os ângulos notáveis, a redução dos demais ângulos para o 1º quadrante. Com o objetivo de explorar o ciclo trigonométrico

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$
sen x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
sen x	0	0,5	0,7	0,9	1	0,9	0,7	0,5	0

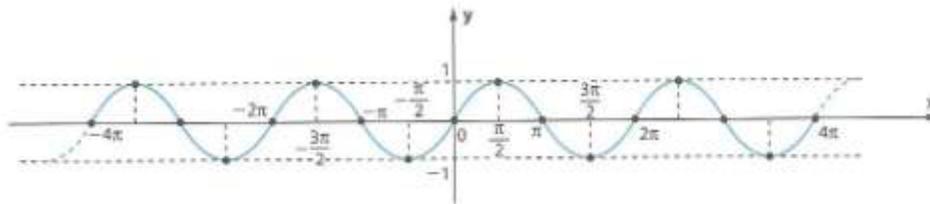
x	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	$2\pi$
sen x	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
sen x	-0,5	-0,7	-0,9	-1	-0,9	-0,7	-0,5	0

Veja o gráfico inicialmente para  $x \in [0, 2\pi]$  e depois para  $x \in \mathbb{R}$ :



## A curva chamada senoide.

O professor deverá dizer ao aluno que o gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = \sin x$ , é a curva chamada senoide.



## Quadro da função seno

1º) Função seno é a função de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \sin x$ ;

2º) A função seno tem  $D = \mathbb{R}$  e  $\text{Im} = [-1, 1]$ ;

3º) A Função seno não é injetiva nem sobrejetiva;

4º) A função seno é função ímpar, isto é,  $\sin x = -\sin(-x)$ , para todo  $x$  real;

5º) A função seno é periódica de período  $p = 2\pi$ ;

6º) \*  $\sin x = 0$ , para  $x = k\pi$ , com  $k \in \mathbb{Z}$

\*  $\sin x > 0$ , para  $x$  do 1º e 2º quadrantes e para  $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ , com  $k \in \mathbb{Z}$

\*  $\sin x < 0$ , para  $x$  do 3º e 4º quadrante e para  $x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$ , com  $k \in \mathbb{Z}$ .

## Atividades

1 – Encontrar os valores reais que  $m$  pode assumir para que exista um número real  $x$  que satisfaça a igualdade  $\text{sen } x = 2m - 3$ .

\*A função  $f(x) = \text{sen } x$  só pode variar entre  $-1$  e  $1$ .

$$-1 \leq \text{sen } x \leq 1$$

$$-1 \leq 2m - 3 \leq 1$$

$$-1 + 3 \leq 2m \leq 1 + 3$$

$$2 \leq 2m \leq 4$$

$$1 \leq m \leq 2$$

$$S: \{m \in \mathbb{R} \mid 1 \leq m \leq 2\}$$

2 - Determinar os valores de mínimo e máximo da função  $f(x) = \frac{2}{3} + 5 \cdot \text{sen } x$

\*A função  $f(x) = \text{sen } x$  só pode variar entre  $-1$  e  $1$ .

$$-1 \leq \text{sen } x \leq 1$$

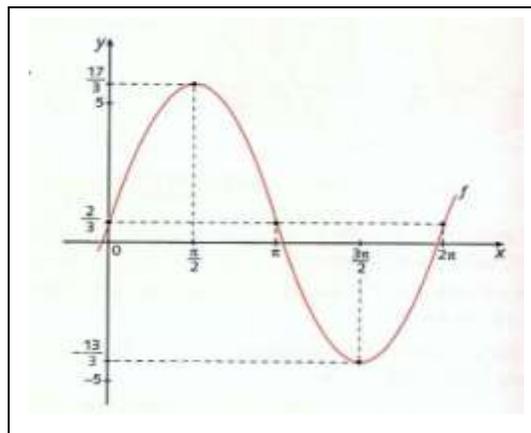
\* Multiplicando a desigualdade por  $5$ .

$$-5 \leq 5 \cdot \text{sen } x \leq 5$$

\* Adicionar  $\frac{2}{3}$  à desigualdade.

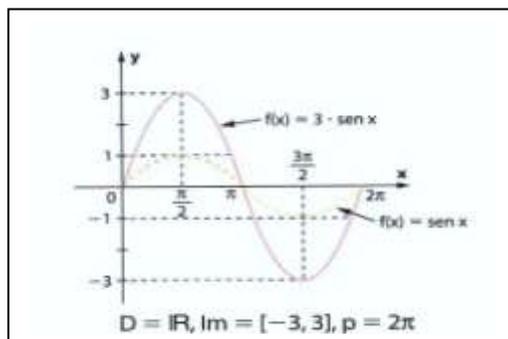
$$-\frac{13}{3} \leq \frac{2}{3} + 5 \cdot \text{sen } x \leq \frac{17}{3}$$

$$-\frac{13}{3} \leq f(x) \leq \frac{17}{3}$$



3 - Construir e analisar os gráficos da função  $f(x) = 3 \cdot \text{sen } x$ , apresentando seu domínio, sua imagem e seu período.

$x$	$\text{sen } x$	$3 \cdot \text{sen } x$	$y = f(x)$
$0$	$0$	$3 \cdot 0 = 0$	$0$
$\frac{\pi}{2}$	$1$	$3 \cdot 1 = 3$	$3$
$\pi$	$0$	$3 \cdot 0 = 0$	$0$
$\frac{3\pi}{2}$	$-1$	$3 \cdot (-1) = -3$	$-3$
$2\pi$	$0$	$3 \cdot 0 = 0$	$0$



Obs.: Outra atividade envolvendo construção para complementação  $f(x) = 1 + \text{sen } x$ .

## 4- Exercícios do livro didático para serem resolvidos em dupla.

# Avaliação

O processo de avaliação envolve professor e aluno e este acontecerá ao longo das 6 aulas, cada momento do processo de construção do conhecimento será avaliado, ou seja, a avaliação acontecerá de forma contínua e contemplará a superação das dificuldades de cada aluno, sua participação e comprometimento, além é claro da aplicação dos conceitos matemáticos que foram abordados durante as atividades.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DANTE, L. R. Matemática Contexto e Aplicação. São Paulo: Editora Ática, 2010.

RIBEIRO, J. Matemática Ciência, Linguagem e Tecnologia. São Paulo: Editora Scipione, 2011.

ROTEIROS DE AÇÃO e TEXTOS – Função polinomial do 2º grau – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 3º bimestre

PCN – **Parâmetros Curriculares Nacionais** – Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 4º bimestre/2012 – disponível em <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/> acessado em 08/11/2012.

**MATRIZ DO SAERJINHO 2012** – Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 4º bimestre/2012.

**CURRICULO MINIMO 2012** - Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 4º bimestre/2012.