

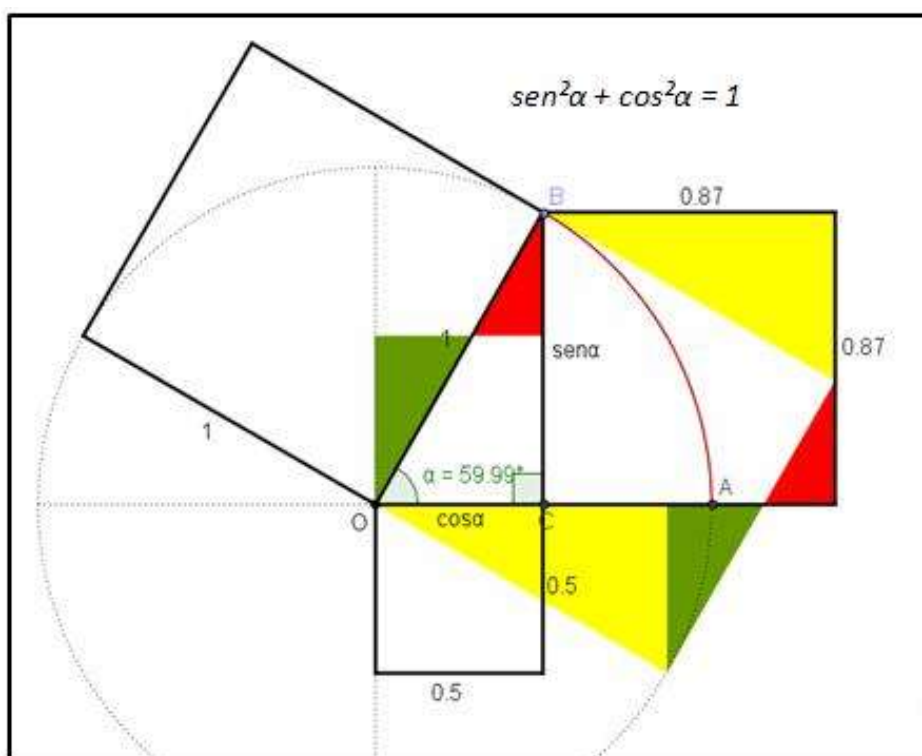
FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ

Matemática 1º Ano – 4º Bimestre/2012

Plano de Trabalho

Trigonometria na Circunferência



Tarefa 2

Cursista: Nivaldo Batista Macedo

Tutor: Lígia Vitoria de Azevedo Telles

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	3
METODOLOGIA	4
DESENVOLVIMENTO	5
AVALIAÇÃO	28
FONTES DE PESQUISA	29

INTRODUÇÃO

“Assim como os alunos não aprendem facilmente aquilo que eles desgostam, os professores também reagem da mesma forma. Só aprendemos coisas que queremos aprender, coisas que nos dão alguma satisfação, algum prazer, quando a aprendemos. Por isso, se você não aprender a ter prazer em dar uma aula melhor usando um novo recurso, nunca vai aprender a usar o recurso, e nem vai melhorar sua aula. E o que é pior: se você não aprende com prazer, então também não ensina com prazer e, por isso mesmo, não desperta o prazer no seu aprendiz. Tudo o que fazemos apenas por obrigação acaba caindo na vala comum da mediocridade. Ensino é paixão e o professor apaixonado pelo bom ensino é a melhor tecnologia que existe para ensinar.”

ANTONIO, José Carlos. As TICs, a Escola e o Futuro, **Professor Digital**, SBO, 20 jan. 2011. Disponível em: <<http://professordigital.wordpress.com/2011/01/20/as-tics-a-escola-e-o-futuro/>>. Acesso em: 4/11/2012.

Esse trabalho visa apresentar alguns dos principais tópicos relativos ao estudo da Circunferência Trigonométrica.

Devido às características do conteúdo, em cada tema a abordagem geométrica prevalecerá sobre a algébrica. Isto deve permitir uma melhor compreensão de cada tema, pois permite um maior dinamismo durante as aulas.

Como veremos durante o desenvolvimento, o trabalho vai muito além: há muitos recursos implícitos nos arquivos que permitirão diversas investigações.

No bimestre anterior os alunos já tiveram um contato com a Circunferência trigonométrica, estudamos a conversão de graus para radianos e vice-versa, a representação de um arco. Tiveram também um primeiro contato com as funções seno e cosseno quando estudamos os fenômenos periódicos.

METODOLOGIA

A dinâmica metodológica será desenvolvida a partir de aulas teóricas e/ou expositivas preferencialmente dialogadas e acompanhadas de exercícios práticos com a apresentação e discussão dos resultados, incentivando a criatividade e a maturação matemática do estudante.

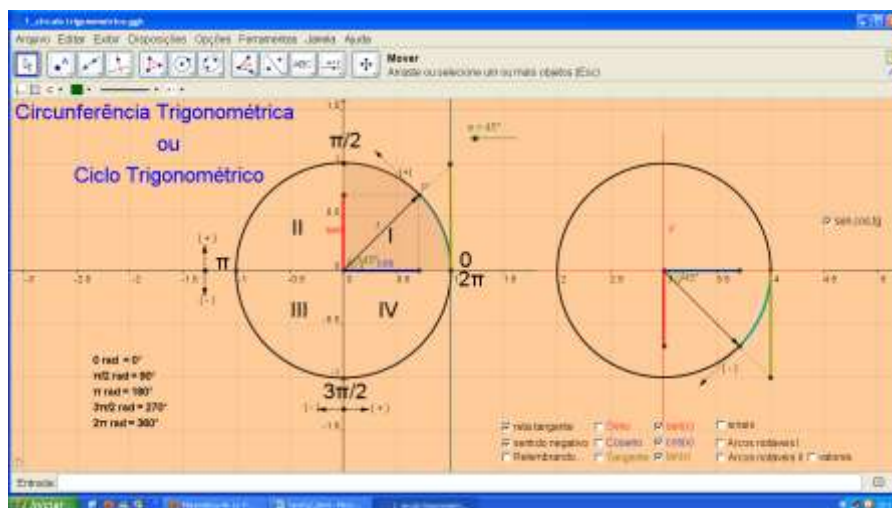
O professor agirá como agente orientador e mediador no raciocínio do estudante nos processos mentais de investigação e na análise de problemas e situações reais.

Sempre que julgar necessário e possível usaremos de softwares de geometria dinâmica para que o aluno possa verificar os resultados ou dar corpo a seus cálculos além de poder investigar situações análogas.

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1 Circunferência Trigonométrica

1.1 - Circunferência trigonométrica ou Ciclo Trigonométrico



PRÉ-REQUISITOS: Arcos da circunferência; identificar o radiano como unidade de medida de arco; transformar a medida de um arco de grau para radiano e vice-versa.
TEMPO DE DURAÇÃO: 50 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Projetor multimídia; notebook do professor; aula dinâmica “Círculo Trigonométrico”, desenvolvida no Geogebra.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual ou em grupos.

OBJETIVOS: Representar o seno, o cosseno e a tangente de um arco qualquer no ciclo trigonométrico.

Descrição

Nessa etapa são explorados os seguintes tópicos: A circunferência trigonométrica, seus quadrantes e arcos notáveis; sentido positivo e negativo de leitura e marcação de um arco; representação do seno, cosseno e tangente de um arco.

Exercícios

Os exercícios são apresentados de forma que a cada passo o professor pode dialogar com os alunos para que antecipem a resposta.

- 1) Representar um arco e verificar a que quadrante esse arco pertence; verificar a representação do seno desse arco; verificar o sinal do seno desse arco. São propostos inicialmente um arco de cada quadrante.

•Representar na circunferência trigonométrica um arco de 30° .
-Em que quadrante está a extremidade (ponto P) desse arco?
-Como é representado o seno desse arco?
-Qual o sinal do seno de um arco do primeiro quadrante?

•Representar na circunferência trigonométrica um arco de 120° .
-Em que quadrante está a extremidade (ponto P) desse arco?
-Como é representado o seno desse arco?
-Qual o sinal do seno de um arco do segundo quadrante?

•Representar na circunferência trigonométrica um arco de 200° .
-Em que quadrante está a extremidade (ponto P) desse arco?
-Como é representado o seno desse arco?
-Qual o sinal do seno de um arco do terceiro quadrante?

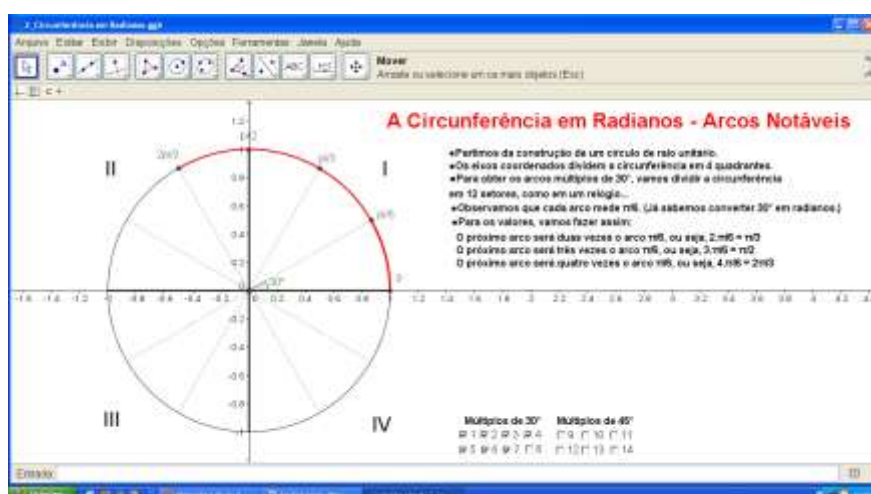
•Representar na circunferência trigonométrica um arco de 315° .
-Em que quadrante está a extremidade (ponto P) desse arco?
-Como é representado o seno desse arco?
-Qual o sinal do seno de um arco do quarto quadrante?

- 2) O mesmo roteiro, mas desta vez para o cosseno.
- 3) O mesmo roteiro, mas desta vez para a tangente.
- 4) Movendo o cursor, verificamos os senos, cossenos e tangentes dos arcos notáveis $\pi/6$, $\pi/4$ e $\pi/3$ que, no bimestre anterior, obtivemos algebricamente a partir do quadrado e do triângulo equilátero.
- 5) Também movendo o cursor, verificamos os valores dos senos, dos cossenos e das tangentes dos arcos que estão nos eixos coordenados, 0 , $\pi/2$, π , $3\pi/2$ e 2π , que usaremos mais tarde no traçado dos gráficos das funções. Fica proposto que os alunos deduzam esses valores a partir do esboço da circunferência, evitando a memorização.

Adicionais

O professor solicita que os alunos tracem em seus cadernos uma circunferência e representem o seno, o cosseno e a tangente de alguns arcos e informem o quadrante e o sinal.

1.2 - A circunferência em Radianos



PRÉ-REQUISITOS: Circunferência trigonométrica.

TEMPO DE DURAÇÃO: 20 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Projetor multimídia; notebook do professor; aula dinâmica “A Circunferência em Radianos”, desenvolvida no Geogebra.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.

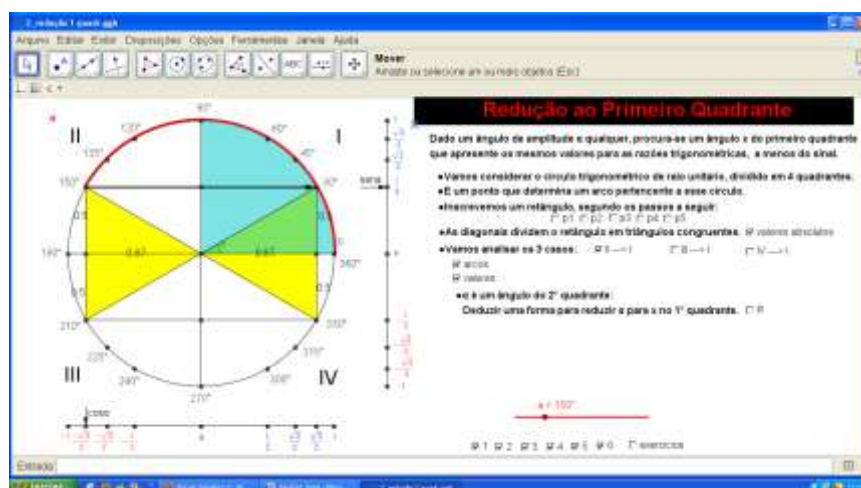
OBJETIVOS: Representar os arcos notáveis na primeira volta na circunferência.

Descrição

Esta etapa foi idealizada como uma forma de evitar que os alunos decorem os arcos. Marcamos os arcos em radianos a partir dos múltiplos de $\pi/6$ e a seguir dos múltiplos de $\pi/4$, obtendo com pequenas operações de simplificação os arcos notáveis até 2π .

Cabe observar que, seguindo o mesmo raciocínio para graus, é possível a conversão de radianos para graus a partir da figura, sem usarmos das formas algébricas estudadas anteriormente baseadas nas regras de três.

1.3 - Redução ao primeiro quadrante



PRÉ-REQUISITOS: Circunferência trigonométrica; arcos notáveis.

TEMPO DE DURAÇÃO: 50 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Projetor multimídia; notebook do professor; aula dinâmica “Redução 1º Quadrante”, desenvolvida no Geogebra.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual durante a exposição; em duplas na execução dos exercícios.

OBJETIVOS: Reduzir um ângulo, ou arco, para o primeiro quadrante.

Descrição

Nesta etapa estudaremos de forma geométrica a conversão para o primeiro quadrante. A partir da figura e modificando o valor do ângulo observamos o equivalente absoluto no primeiro quadrante e verificando os respectivos sinais obtemos o seno, o cosseno dos ângulos dos segundo, terceiro e quarto quadrantes.

As conversões $x = 180 - \alpha$, $x = \alpha - 180$ e $x = 360 - \alpha$ devem preferencialmente ser deduzidas a partir da observação da figura.

Exercícios

- 1) São propostos exercícios onde os alunos devem calcular os valores dos senos e dos cossenos de alguns arcos dos segundo, terceiro e quarto quadrantes como, por exemplo, o seno e o cosseno de 120° .
- 2) Fica proposto o cálculo das tangentes, a partir dos resultados obtidos em 1, usando-se da relação $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{sen} \alpha / \operatorname{cos} \alpha$.

1) *Reduza para o primeiro quadrante e determine :*

a) sen120° b) sen135° c) sen150° d) sen225° e) sen300°

f) cos120° g) cos135° h) cos150° i) cos225° j) cos300°

2) *Sabendo que $tg\alpha = \frac{sen\alpha}{cos\alpha}$ e usando os valores obtidos no exercício 1 calcule :*

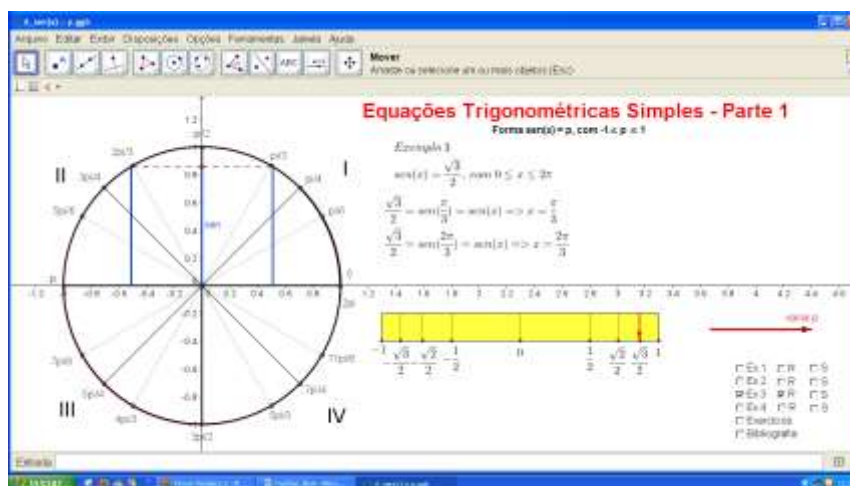
a) tg120° b) tg135° c) tg150° d) tg225° e) tg300°

No arquivo em Geogebra estão inseridas umas réguas onde os alunos podem perceber de como os sinais variam de acordo com os quadrantes.

Atividade 2

Equações trigonométricas simples

2.1- Equação da forma $\text{sen}(x) = p$



PRÉ-REQUISITOS: Círculo trigonométrico em radianos; redução ao primeiro quadrante.

TEMPO DE DURAÇÃO: 50 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Projetor multimídia; notebook do professor; aula dinâmica “ $\text{Sen}(x) = p$ ”, desenvolvida no Geogebra.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual quando exercícios resolvidos pelo professor; em grupos de dois alunos quando os exercícios forem destinados à classe.

OBJETIVOS: Resolver equações trigonométricas simples, com soluções na primeira volta.

Descrição

Nesta etapa introduzimos a técnica para se resolver na primeira volta as equações da forma $\text{sen}(x) = p$, com $-1 \leq p \leq 1$.

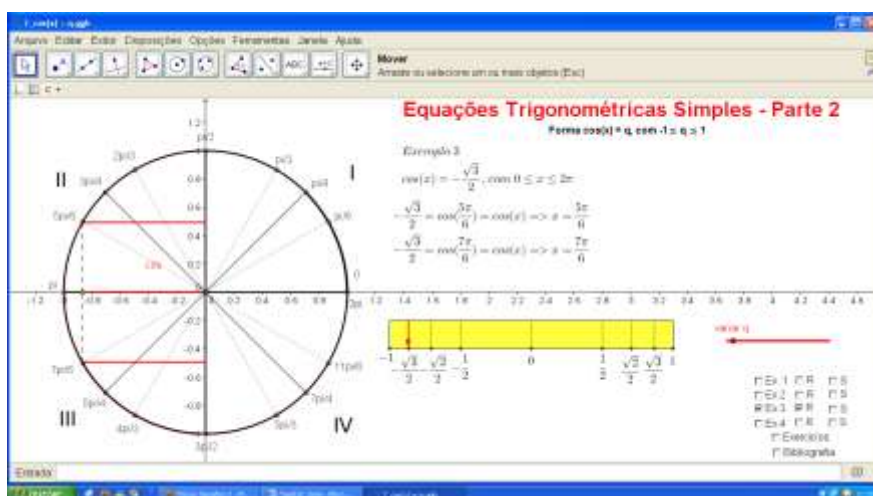
O professor apresenta algebricamente a solução de quatro exercícios modelo, sendo que as soluções podem ser verificadas geometricamente variando-se o cursor p .

Exercícios

São apresentados dez exercícios, onde os alunos devem no mínimo resolver cinco.

Exemplo: Resolver a equação trigonométrica $\text{sen}(x) = \sqrt{2}/2$, no intervalo $0 \leq nx \leq 2\pi$, sendo n natural.

2.2 - Equação da forma $\cos(x) = q$



PRÉ-REQUISITOS: Círculo trigonométrico em radianos; redução ao primeiro quadrante.

TEMPO DE DURAÇÃO: 50 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Projetor multimídia; notebook do professor; aula dinâmica “ $\cos(x) = q$ ”, desenvolvida no Geogebra.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual quando exercícios resolvidos pelo professor; em grupos de dois alunos quando os exercícios forem destinados à classe.

OBJETIVOS: Resolver equações trigonométricas simples, com soluções na primeira volta.

Descrição

Nesta etapa introduzimos a técnica para se resolver na primeira volta as equações da forma $\cos(x) = q$, com $-1 \leq q \leq 1$.

O professor apresenta algebricamente a solução de quatro exercícios modelo, sendo que as soluções podem ser verificadas geometricamente variando-se o cursor q .

Exercícios

São apresentados dez exercícios, onde os alunos devem no mínimo resolver cinco. Como a resolução é similar a da forma $\sin(x) = p$, o professor pode optar em deixar também os exercícios modelo para que os alunos resolvam.

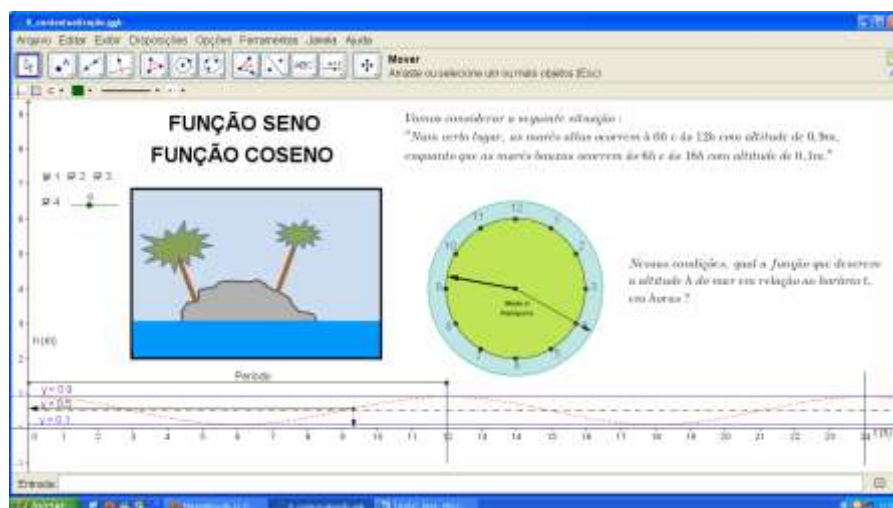
Exemplo:

Resolver a equação trigonométrica $\cos(x) = -1/2$, no intervalo $0 \leq nx \leq 2\pi$, sendo n natural.

Atividade 3

Funções Trigonométricas

3.1 - Contextualização das funções $y = a + b \sin(cx + d)$ e $y = a + b \cos(cx + d)$



PRÉ-REQUISITOS: Fenômenos periódicos; círculo trigonométrico em radianos; seno e cosseno de um arco.

TEMPO DE DURAÇÃO: 20 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Projetor multimídia; notebook do professor; aula dinâmica “Contextualização Funções Seno e Cosseno”, desenvolvida no Geogebra.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual ou em grupos.

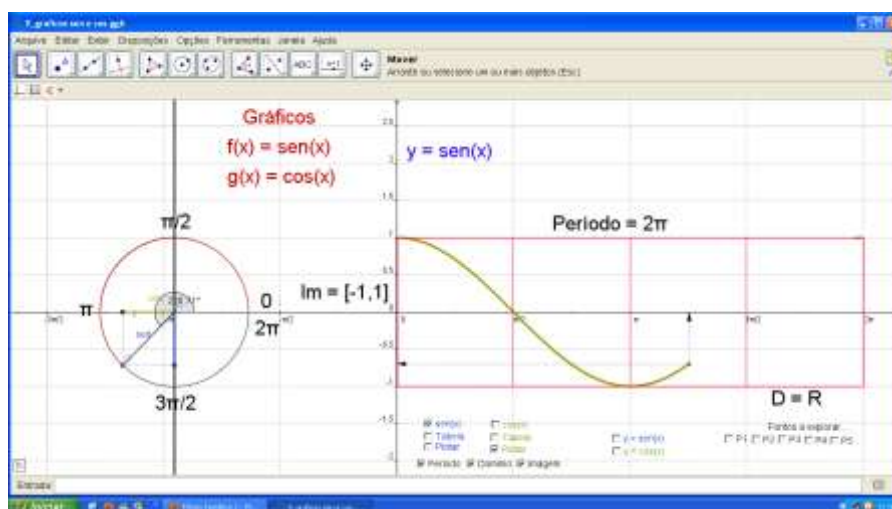
OBJETIVOS: Introduzir os gráficos das funções trigonométricas.

Descrição

Nesta etapa introduzimos o gráfico das funções seno e cosseno, sob o contexto do fenômeno das marés. No bimestre anterior estudamos que esse fenômeno é periódico e que seu gráfico $h \times t$ é uma senóide; naquela ocasião estudamos também ciclo e período.

Nesse momento, obter o período e a imagem e observarmos como é a solução em sua forma gráfica são considerados suficientes para a compreensão, portanto o cálculo algébrico fica planejado para mais tarde.

3.2 - Gráficos das funções triviais $y = \text{sen}(x)$ e $y = \text{cos}(x)$



PRÉ-REQUISITOS: Círculo trigonométrico em radianos; seno e cosseno de um arco.

TEMPO DE DURAÇÃO: 50 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Projetor multimídia; notebook do professor; aula dinâmica “Gráficos Sen e Cos”, desenvolvida no Geogebra.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual ou em duplas.

OBJETIVOS: Identificar gráficos de funções trigonométricas: seno, cosseno e tangente; esboçar os gráficos das funções trigonométricas.

Descrição

Nesta etapa estudaremos os gráficos das funções $y = \text{sen}(x)$ e $y = \text{cos}(x)$, observando o período, a imagem e o domínio.

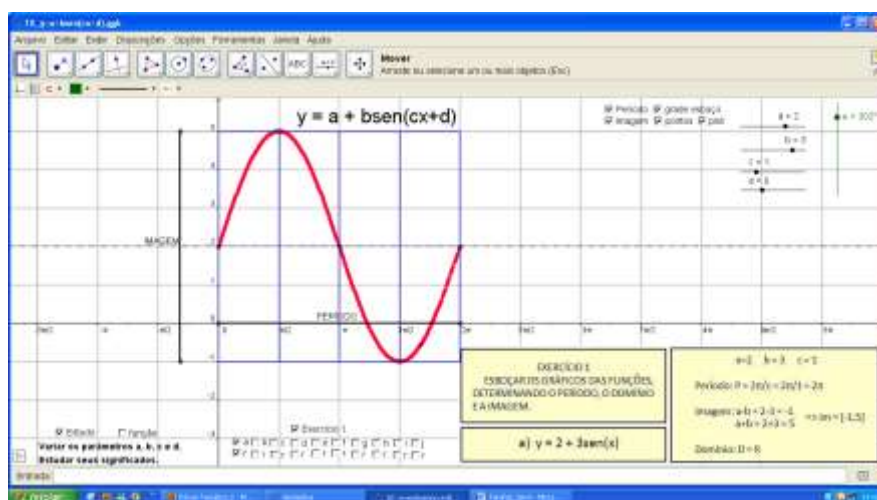
Animando o ponto C , podemos observar o gráfico e como y depende de x .

Exercícios

São previstos os exercícios a seguir:

- 1) Plotando a função $y = \text{sen}(x)$ os alunos devem concluir o porquê da restrição $-1 \leq \text{sen}(x) \leq 1$
- 2) Plotando a função $y = \text{cos}(x)$ os alunos devem concluir o porquê da restrição $-1 \leq \text{cos}(x) \leq 1$
- 3) Verificar, a partir da interseção dos gráficos, que $\text{sen}(\pi/4)$ e $\text{cos}(\pi/4)$ têm o mesmo valor.
- 4) Rever que $\pi/4$ e $9\pi/4$ são arcos côngruos, sendo $\pi/4$ a primeira determinação positiva de $9\pi/4$.
- 5) Esboçar em seus cadernos os gráficos das funções $y = 2\text{sen}(x)$, $y = -\text{sen}(x)$, $y = 3\text{cos}(x)$ e $y = -\text{cos}(x)$.

3.3 - Estudo da função seno



PRÉ-REQUISITOS: Círculo trigonométrico em radianos; seno e cosseno de um arco.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Projetor multimídia; notebook do professor; aula dinâmica “ $y = a + b\text{sen}(cx+d)$ ”, desenvolvida no Geogebra.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual ou em duplas.

OBJETIVOS: Identificar gráficos de funções trigonométricas: seno, cosseno e tangente; esboçar os gráficos das funções trigonométricas.

Descrição

Nesta etapa usaremos a forma $y = a + b\text{sen}(cx+d)$, como uma ferramenta substituí as inconvenientes construções de tabelas.

Estudamos inicialmente os significados dos parâmetros a , b , c e d , que podem ser modificados em seus valores nos respectivos cursores.

Exercícios

São previstos dez exercícios onde exploramos distintos valores para os parâmetros a , b , c e d .

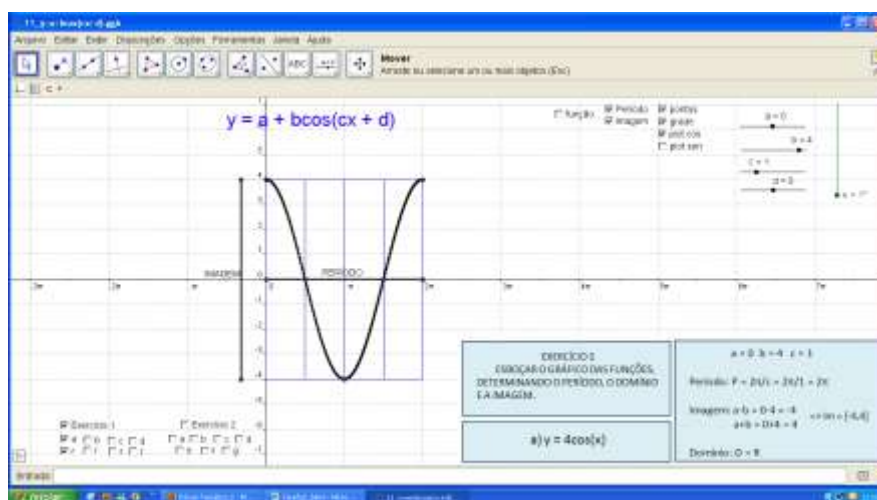
Para evitar a saturação, optaremos para a resolução dos cinco primeiros apenas na projeção, sem a necessidade de os alunos copiarem os gráficos.

Durante as resoluções o professor procura dialogar com os alunos observando se eles conseguem antecipar as características do gráfico de cada situação proposta.

Os cinco restantes ficam como exercícios para os alunos copiarem e resolverem em seus cadernos. As verificações poderão ser feitas variando os cursores apropriados.

Exemplo: Esboçar o gráfico $y = 2 + 3\text{sen}(x)$, determinando o domínio, o período e a imagem.

3.4 - Estudo da função coseno



PRÉ-REQUISITOS: Círculo trigonométrico em radianos; seno e coseno de um arco.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Projetor multimídia; notebook do professor; aula dinâmica “ $y = a + b\cos(cx + d)$ ”, desenvolvida no Geogebra.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual ou em duplas.

OBJETIVOS: Identificar gráficos de funções trigonométricas: seno, coseno e tangente; esboçar os gráficos das funções trigonométricas.

Descrição

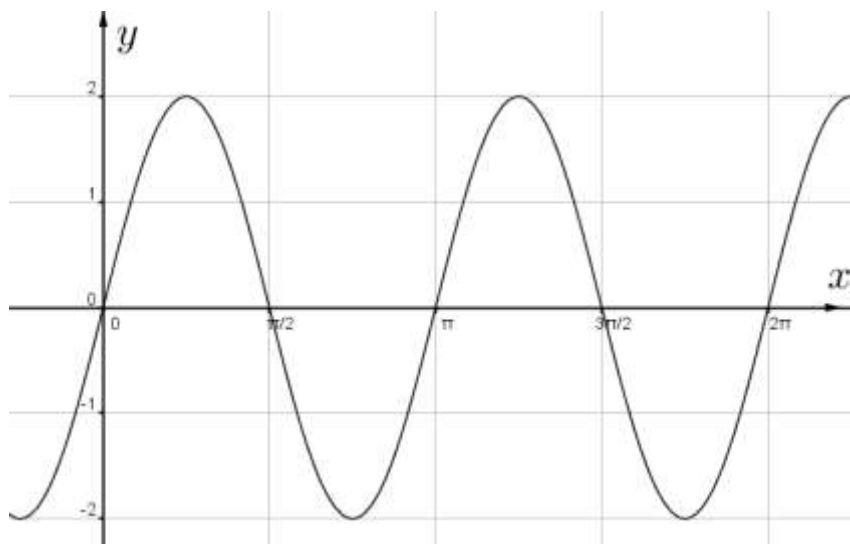
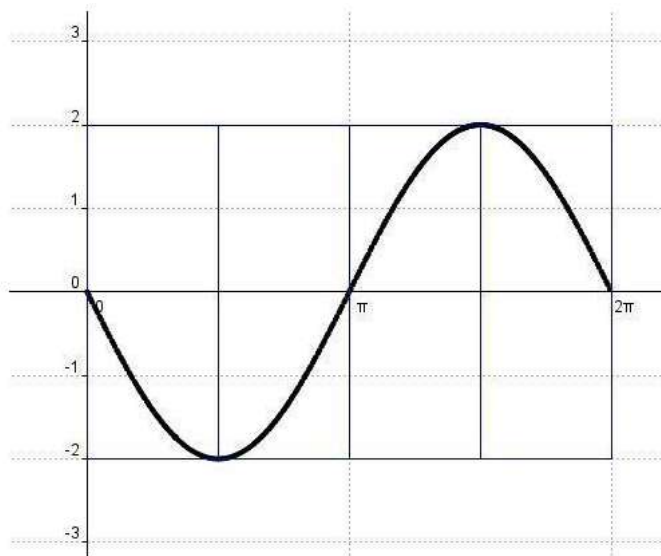
Nesta etapa estudaremos a forma $y = a + b\cos(cx + d)$.

Exercícios

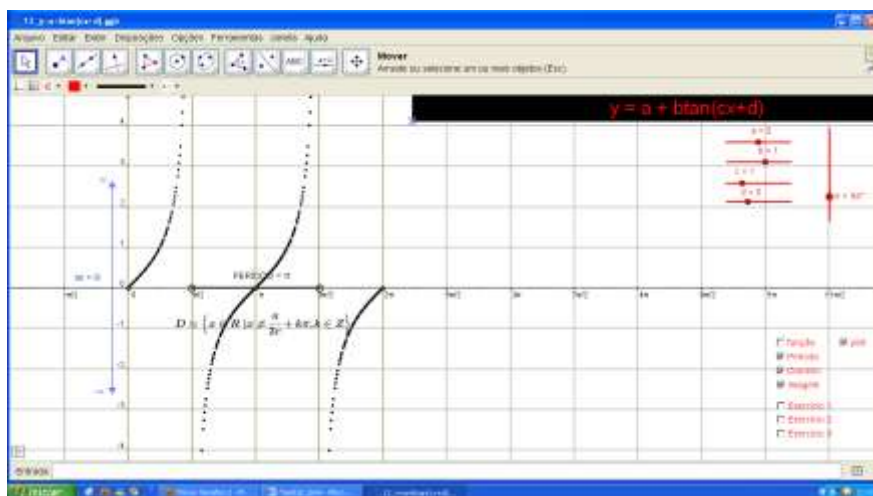
- 1) São previstos quatro exercícios onde exploramos distintos valores para os parâmetros a , b , c e d . Optaremos pela resolução do primeiro apenas na projeção e os restantes a serem feitos nos cadernos.

Exemplo: Esboçar o gráfico $y = 4\cos(x)$, determinando o domínio, o período e a imagem.

- 2) São apresentados sete gráficos, onde devem inicialmente reconhecer o tipo de função, reconhecer o domínio, o período e a imagem; a seguir, escrever na forma $y = a + b\sin(cx + d)$ ou $y = a + b\cos(cx + d)$, conforme o caso.
Exemplos:



3.5 - Estudo da função tangente



PRÉ-REQUISITOS: Círculo trigonométrico em radianos; seno e coseno de um arco.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Projetor multimídia; notebook do professor; aula dinâmica “ $y = a + b \tan(cx + d)$ ”, desenvolvida no Geogebra.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual ou em duplas.

OBJETIVOS: Representar o seno, o coseno e a tangente de um arco qualquer no ciclo trigonométrico.

Descrição

Nesta etapa abordaremos a função tangente, na forma $y = a + b \tan(cx + d)$, seu domínio, seu período e sua imagem.

Não daremos ênfase ao traçado de gráficos como nas funções anteriores, a abordagem adotada é bem distinta...

Exercícios

São previstos os seguintes exercícios:

- 1) Estudar os significados dos parâmetros a , b , c e d .
- 2) Entramos com a função $y = \tan(x)$ e $y = \sin(x)/\cos(x)$. Podemos digitar na caixa de entrada, mas fica previsto uma exibir/esconder para essas funções.

Vimos antes que $\tan(x) = \frac{\text{sen}(x)}{\cos(x)}$.

Fixando $a = 0$, $b = 1$, $c = 1$ e $d = 0$ temos $y = \tan(x)$.

Verificar graficamente que $y = \frac{\text{sen}(x)}{\cos(x)} = \tan(x)$.

A ideia básica é verificarmos que as duas formas são equivalentes, e o $\cos(x)$ no denominador é uma “deixa” para discutirmos o domínio da função, pois sendo uma função real devemos ter $\cos(x) \neq 0$.

3) Propomos uma atividade onde o aluno deve completar a tabela a seguir:

Complete a tabela a abaixo :

x	$\text{sen}(x)$	$\cos(x)$	$y = \text{sen}(x)/\cos(x)$	(x, y)
0	0	1		
$\pi/6$	1/2	$\sqrt{3}/2$		
$\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$		
$\pi/3$	$\sqrt{3}/2$	1/2		
$\pi/2$	1	0		

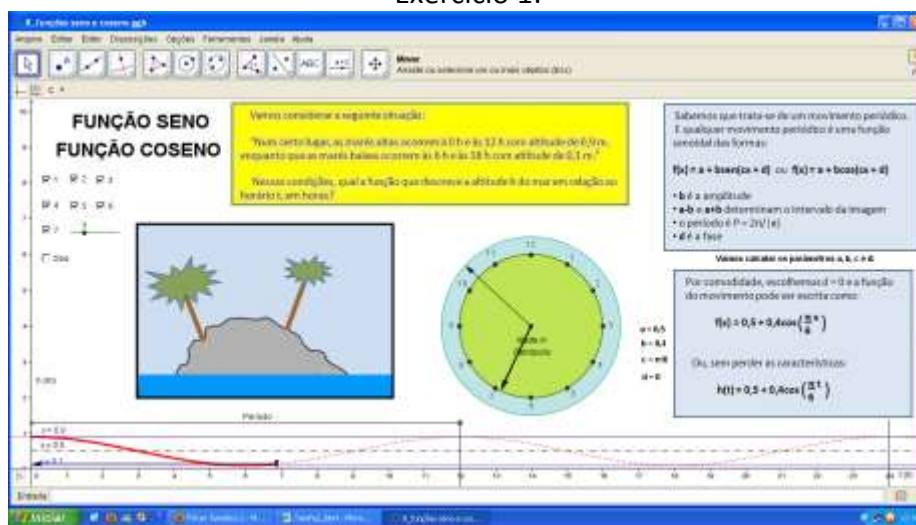
Os alunos já conhecem o seno e o cosseno dos notáveis 30° , 45° e 60° através do famoso “macete” do 1, 2, 3, 3, 2, 1 e vimos também o seno e o cosseno de 0 e 90° . Com um pouco de álgebra vamos obter suas tangentes.

A ideia é que ao chegarem no 1/0 voltemos à discussão sobre o domínio da função tangente.

Neste momento, o professor poderá optar por um trabalho (pesquisa) sobre a divisão por zero.

Atividade 4 Situações Problema

Exercício 1:



Exercício 2



PRÉ-REQUISITOS: Construção de gráficos de funções trigonométricas. Período e Imagem. Seno e cosseno dos arcos notáveis.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Projetor multimídia; notebook do professor; aulas dinâmicas “Funções seno e cosseno” e “Aplicação das funções trigonométricas”, desenvolvidas no Geogebra.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual para o primeiro exercício; em duplas ou grupos de até quatro alunos para o segundo exercício.

OBJETIVOS: Resolver situações problema que envolvam funções seno e cosseno e seus respectivos gráficos.

Descrição

Nesta etapa resolveremos o exercício proposto na atividade 3 e mais um adicional, sendo que esse último poderá ser, a critério, solicitado na forma de um trabalho em grupo a ser entregue em data posterior a ser agendada.

Exercício 1:

Vamos considerar a seguinte situação:

“Num certo lugar, as marés altas ocorrem à 0h e às 12h com altitude de 0,9m, enquanto as marés baixas ocorrem às 6h e às 18h com altitude de 0,1m”

Nessas condições, qual a função que descreve a altitude h do mar em relação ao horário t , em horas?

Esse exercício será resolvido pelo professor como modelo.

Exercício 2:

Exercício adaptado do material didático Fundamentos da Matemática – FTC-EAD, 1ª Edição – 2008, p. 41, disponível no endereço:

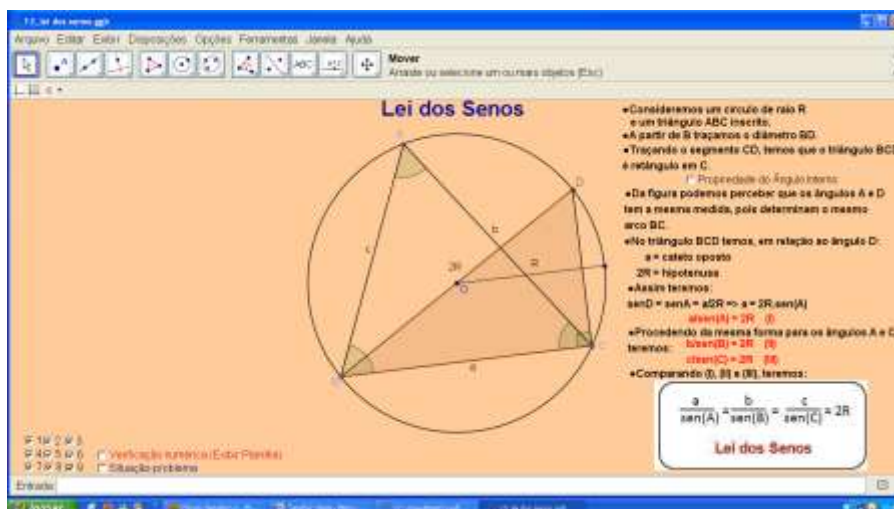
<http://pt.scribd.com/doc/74771226/27/Funcoes-Trigonometricas>

No original foi incluída a construção do gráfico da variação do preço da soja, e as perguntas serão respondidas analisando o gráfico e/ou a partir dos cálculos desenvolvidos.

No arquivo há uma solução passo a passo onde o professor pode acompanhar e esclarecer de forma mais ágil as dúvidas dos alunos caso o trabalho seja feito em sala, ou quando da correção e discussão no caso de a opção ser por um trabalho em grupo.

Atividade 5

A Lei dos Senos



PRÉ-REQUISITOS: Senos dos ângulos do primeiro e segundo quadrantes.

TEMPO DE DURAÇÃO: 50 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Projetor multimídia; notebook do professor; aula dinâmica “Lei dos Senos”, desenvolvida no Geogebra.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual ou em duplas.

OBJETIVOS: Compreender a lei dos senos.

Descrição

Nesta etapa demonstraremos a lei dos senos. No arquivo está prevista uma revisão sobre a propriedade do ângulo interno, para relembramos por que o triângulo usado na demonstração é retângulo.

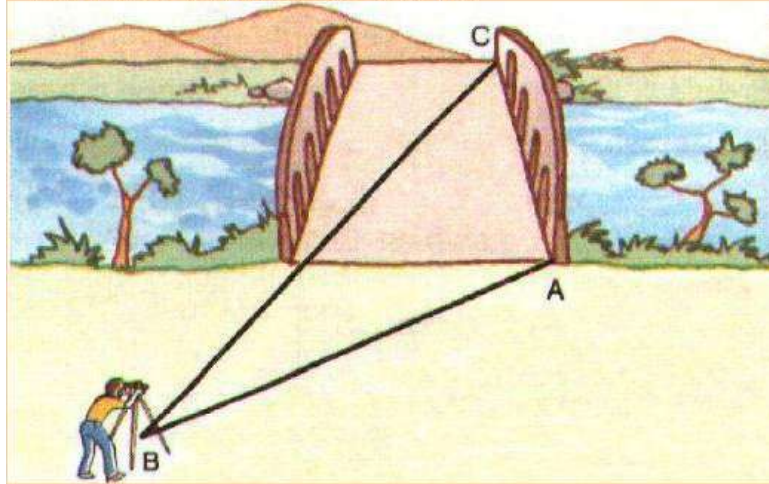
Exercícios

Está prevista inicialmente apenas uma situação problema para os alunos tentarem resolver, sendo que o professor pode selecionar alguns outros do livro didático adotado ou de outras fontes.

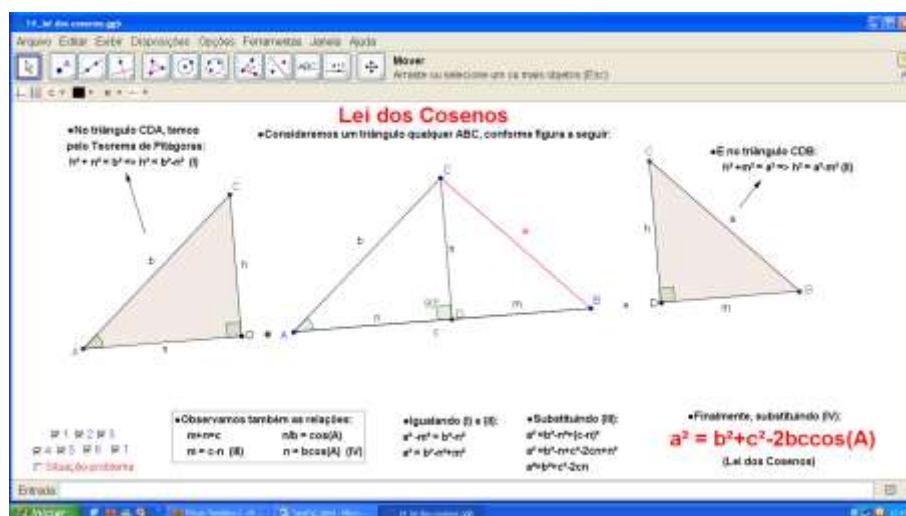
Para construir uma ponte sobre um rio, como mostra a figura, um engenheiro fez as seguintes medidas:

$AB = 30$ m, $BAC = 105^\circ$ e $CBA = 30^\circ$.

Determine o comprimento AC da ponte.



Atividade 6 A Lei dos Cosenos



PRÉ-REQUISITOS: Coseno dos ângulos do primeiro e segundo quadrantes; teorema de Pitágoras; relações métricas no triângulo retângulo.

TEMPO DE DURAÇÃO: 50 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Projetor multimídia; notebook do professor; aula dinâmica “Lei dos Cosenos”, desenvolvida no Geogebra.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual ou em duplas

OBJETIVOS: Compreender a lei dos cosenos.

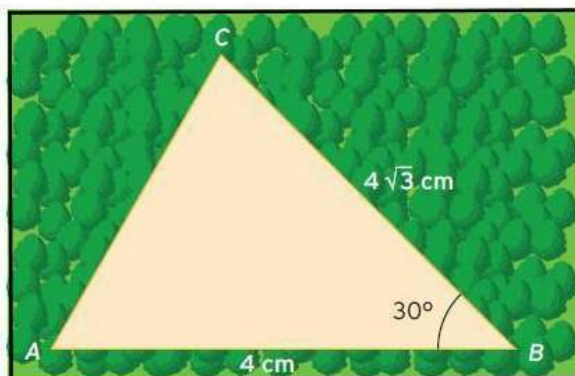
Descrição

Nesta etapa demonstraremos a lei dos cosenos a partir das relações métricas no triângulo retângulo;

Exercícios

Está prevista inicialmente apenas uma situação problema para os alunos tentarem resolver, sendo que o professor pode selecionar alguns outros, do livro didático adotado ou de outras fontes.

A figura representa um mapa em escala 1 : 1 000, indicando três pontos em uma selva.
Os lados do triângulo representam os possíveis caminhos para deslocar-se entre esses pontos.
Um grupo de amigos está na posição representada pelo ponto A.
Quanto eles irão percorrer para chegar à posição representada pelo ponto C, sabendo que utilizarão o caminho mais curto?



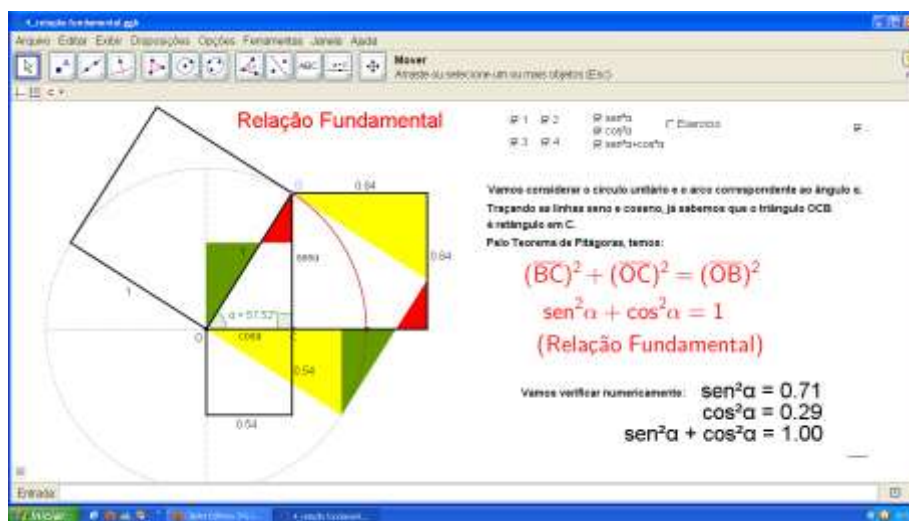
Nota: A opção de apresentar uma única situação problema para cada uma das atividades 5 e 6, lei dos senos e leis do cosseno respectivamente, se justifica no fato de que esse conteúdo já foi visto no segundo bimestre:

- Utilizar os teoremas do seno e do co-seno para resolver problemas significativos.
(Currículo Mínimo 2012-3.pdf, p.15)

Essas atividades foram inseridas desta vez como uma releitura, já que naquela oportunidade o conteúdo foi anotado do quadro, sem o uso da geometria dinâmica.

Atividade 7

7.1 - Relação Fundamental



PRÉ-REQUISITOS: Círculo trigonométrico; teorema de Pitágoras; trigonometria no triângulo retângulo.

TEMPO DE DURAÇÃO: 30 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Projetor multimídia; notebook do professor; aula dinâmica “Relação Fundamental”, desenvolvida no Geogebra.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual ou em duplas.

OBJETIVOS: Estudar a relação fundamental $\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1$.

Descrição

Nesta etapa deduzimos a relação fundamental a partir do teorema de Pitágoras. Movendo o ponto B, podemos fazer uma verificação numérica.

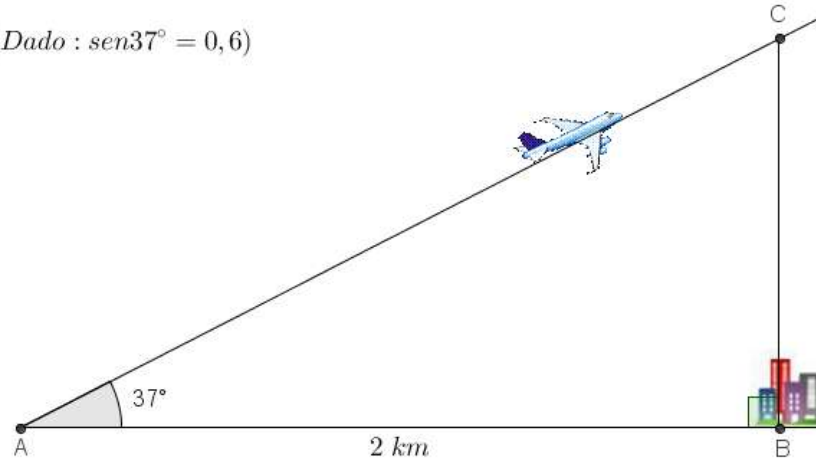
Exercícios

Será apresentada uma situação problema:

Um avião levanta voo em A e sobe fazendo um ângulo constante de 37° com a horizontal.

Qual a distância percorrida \overline{AC} quando alcançar a vertical que passa por um prédio B situado a 2 km do ponto de partida ?

(Dado : $\text{sen}37^\circ = 0,6$)

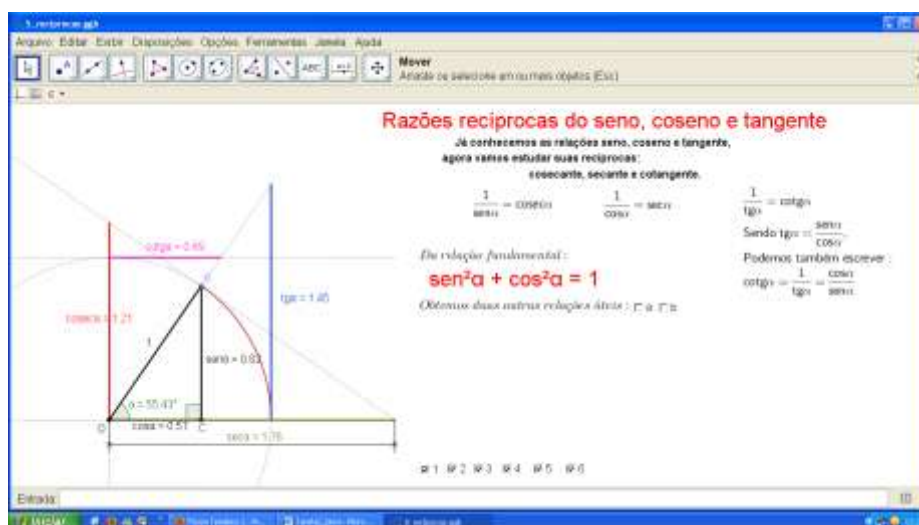


Os alunos devem usar inicialmente de seus conhecimentos sobre trigonometria no triângulo retângulo e concluir que AC é a hipotenusa e AB é o cateto adjacente, então teriam que $AB/AC = \cos 37^\circ$.

Mas, propositadamente, informamos o seno de 37° .

Cabe aos alunos verificar que sabendo o seno de 37° , poderão utilizar a relação fundamental para encontrar que $\cos 37^\circ = 0,8$ e assim concluir o exercício.

7.2 - Razões recíprocas do seno, cosseno e tangente



PRÉ-REQUISITOS: Relação fundamental.

TEMPO DE DURAÇÃO: 20 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Projetor multimídia; notebook do professor; aula dinâmica "Recíprocas", desenvolvida no Geogebra.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual ou em duplas.

OBJETIVOS: Conhecer as recíprocas $\sec \alpha$, $\csc \alpha$ e $\cot \alpha$; a partir da relação fundamental obter as relações $\cot^2 \alpha + 1 = \csc^2 \alpha$ e $\tan^2 \alpha + 1 = \sec^2 \alpha$.

Descrição

Nesta etapa introduzimos, com suas representações na circunferência trigonométrica, as recíprocas: $1/\sin \alpha = \csc \alpha$; $1/\cos \alpha = \sec \alpha$; $1/\tan \alpha = \cot \alpha$.

A seguir, a partir da relação fundamental obtemos as outras duas relações. Movendo-se o ponto B podemos verificar essas relações.

Excepcionalmente para essa etapa não serão apresentados exercícios. As relações serão apresentadas apenas como ferramentas.

Mas é importante relembrar que para qualquer uma das atividades o professor estará atento às necessidades de inserir novos exercícios que ajudem os alunos a compreender os conteúdos.

AVALIAÇÃO

Durante o desenvolvimento a avaliação será de forma continuada, observando a participação e a capacidade interpretação, compreensão e raciocínio de cada aluno.

Para uma melhor leitura dos resultados será solicitado no final dos trabalhos que o aluno entregue uma auto-avaliação onde ele deve relatar suas impressões positivas ou negativas, principais dificuldades, seu grau de compreensão do conteúdo estudado, entre outros.

Entendendo que, para desenvolvermos a capacidade de interpretação e síntese de uma situação problema, o hábito da redação é tão importante quanto o da leitura, a opção é que essa avaliação seja na forma de um relato por escrito; é possível encontrarmos mais informações nas entrelinhas de seus textos que aquelas que possamos idealizar nos modelos de auto-avaliações em que o aluno deve assinalar com x o seu grau de compreensão.

FONTES DE PESQUISA

Matemática: ciências e aplicações, 1: ensino médio/Gelson Iezzi...[et al.]...6 ed – São Paulo: Saraiva, 2010.

Matemática: contexto e aplicações/Luiz Roberto Dante. São Paulo: Ática, 2010.

Giovanni, José Ruy, 1937

Matemática fundamental, 2º grau: volume único / José Ruy Giovanni

José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Jr. – São Paulo: FTD, 1994.

Fundamentos da Matemática – Faculdade de Tecnologia e Ciências – EAD – 1ª Edição - 2008. Disponível em: <<http://pt.scribd.com/doc/74771226/27/Funcoes-Trigonometricas>>. Acesso em: 4/12/2012.

Endereços eletrônicos acessados de 5 de novembro de 2012 a 4 de dezembro de 2012:

http://ecalculo.if.usp.br/historia/historia_trigonometria.htm

<http://professorwaltertadeu.mat.br/exerciciosEM2011.htm>

[Reproducao SP Matematica 2 unidade 1 capitulo 1.pdf \(objeto application/pdf\)](#)

[lista4_anakessler \(objeto application/pdf\)](#)

http://penta.ufrgs.br/edu/telelab/mundo_mat/ccabri/pit2.html

<http://professordigital.wordpress.com/2011/01/20/as-tics-a-escola-e-o-futuro/>

www.sbem.com.br/files/ix.../MC43336825091T.doc

<http://pt.scribd.com/doc/74771226/27/Funcoes-Trigonometricas>

Recursos de mídia utilizados:

Geogebra: <http://geogebra.softonic.com.br/>