

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ

COLÉGIO: Escola Estadual Jayme Siciliano

PROFESSOR: Cristiano Sérgio de Oliveira

MATRÍCULA: 0962942-9

SÉRIE: 9º ano

TUTOR (A): Emílio Rubem

AValiação da Implementação do Plano de Trabalho sobre Polígonos

PONTOS POSITIVOS:

A forma como o trabalho foi organizado facilitou o acompanhamento dos alunos a história, o tangram, o significado das pinturas rupestres. Tudo isso dá um certo tom de interdisciplinaridade à geometria. Podemos dizer que a cada trabalho que é preparado, nossas habilidades com os editores de textos, as planilhas de cálculos, os programas de apresentação de slides e o geogebra acabam melhorando devido a utilização constante desses aplicativos.

Pelo lado dos alunos, mesmo não sendo muito interessados eles ficam mais calmos quando nós conseguimos preparar uma boa aula. Alguns ficaram intrigados ao saber que um jogo tão elementar e com característica de um quebra-cabeça tão simples.

PONTOS NEGATIVOS:

As áreas das figuras, além de terem sido, trabalhadas com o tangram, também, poderíamos utilizar o geogebra e só não o fizemos porque não temos disponibilidade de computadores para alunos e professores na escola.

Eu entendo que as mídias sobre histórias que envolvem assuntos matemática e das ciências em geral deveriam ser feitas por outros profissionais para que se tornassem mais atraentes para os alunos e professores. Portanto, se houvesse um bom filme contando a história do tangram e dos polígonos. Poderíamos enriquecer muito esse tipo de aula.

IMPRESSÃO DOS ALUNOS:

Eu não ouvi aquela pergunta famosa “para que serve isso?” Porque contamos uma história antes, uma história sem nenhum enriquecimento ou recursos de mídia, mas mesmo assim eles gostaram.

MELHORAS A SEREM DESCRITAS EXPLICITAMENTE:

Mais atividades sobre o tangram e os polígonos.

Formação continuada

Projeto SEEDUC/CECIERJ

Matemática 9º ano 4º bimestre

Plano de Trabalho

Cursita: Cristiano Sérgio de Oliveira

Tutor: Emílio Rubem

Polígonos

Tempo estimado 200 minutos

Descritores H05, H23, H26, H39,

Sumário

Introdução-----	2
Tangram a história -----	3
Relação entre o tangram e os polígonos-----	4
Principais elementos do polígono-----	5
Um teorema fundamental da geometria plana-----	7
As diagonais e a soma dos ângulos internos de um polígono-----	8
Os ângulos externos-----	12
Polígonos regulares-----	13
A área dos polígonos regulares-----	15
Referencias bibliográfica-----	16

Introdução

Por que foram inventadas as figuras geométricas?

Os seres humanos primitivos desenhavam o que sentiam e o que viam. Eram as chamadas pinturas rupestres, desenhos naturais, livres que ficaram registrados em muitas cavernas em diversas regiões do mundo. Assim nasceu a chamada arte pictórica. Os seres humanos não sabiam o que eram triângulos, quadrados ou hexágonos, pelo menos até sentir necessidade construí-los, quando passou a viver fora das cavernas. Com essa mudança teve início uma nova e importante atividade: a de construir, inicialmente rústicas, construções logo exigiram um aprimoramento nos traços e nas definições. O desenho tornou-se uma ferramenta básica nesse processo, aliada a valorização das formas como elemento de harmonia e beleza. Foi na Grécia que se deu um importante passo na teorização da ciência das formas.

Polígonos na vida cotidiana

Andando nas ruas de qualquer cidade no mundo podemos ver uma grande quantidade de forma que nos lembram polígonos; uma placa de trânsito; um semáforo, um desenho de janela ou de porta nas fachadas das casas, etc. também em casa vemos numerosas formas poligonais, nos pisos e azulejos e nos utensílios.

Um pouco de história e lenda em torno do tangram

Suposições indicam que o tangram surgiu entre os anos de 618 e 907. Recebeu esse nome devido à dinastia Tang. Outros dizem que o tangram foi inventado por Tan, um chinês que tentava consertar um azulejo de porcelana quebrado.

Uma lenda explica que havia um menino chamado Liang, cujo sonho era conhecer o mundo. Um dia, ao brincar de juntar pedaços de uma telha partida como se fosse um quebra – cabeça , ele começou a imaginar que estava correndo, mas correndo tanto que virou um pássaro e saiu voando. Depois de muito voar e visitar muitas cidades, acabou realizando seu sonho de conhecer o mundo.

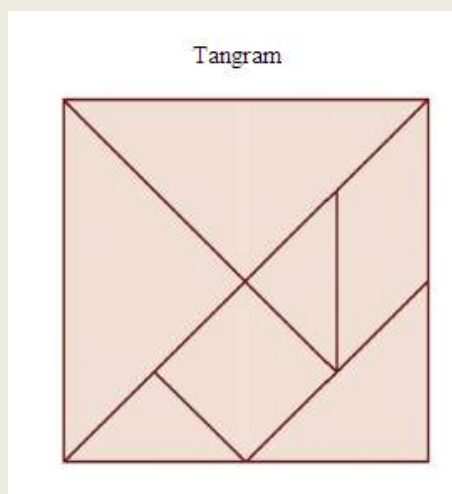
Em certo momento, porém, parou para beber água e virou um peixe. Conheceu o fundo do mar, os rios, os lagos e córregos, viu coisas muito bonitas. Em outro dia, deparou-se com uma criança que brincava na água e quase foi capturado. Então desistiu de ser peixe e resolveu ser um gato.

Esperto, veloz, acabou tendo todas as qualidades de um gato. Certo dia, depois de brincar muito com outros gatos e caçar ratos, deparou-se com um lugar onde nunca havia estado.

Desesperado Liang procurou o caminho de volta para casa. Não o encontrou e decidiu ser criança outra vez. Ao voltar, deixou um fabuloso quebra- cabeça, o tangram, um jogo que possui sete peças, sendo cinco triângulos retângulos um quadrado e um paralelogramo.

Hoje, existem livros, que além de ensinar a montar o tangram, mostram a infinidade de forma que se pode obter com suas peças. São mais de 16 mil figuras, que estimulam a imaginação e a vontade de voar.

O que tem a ver o tangram com os polígonos?



Vamos começar pela linha poligonal – Uma sucessão de segmentos de retas consecutivos e não-colineares é chamada linha poligonal

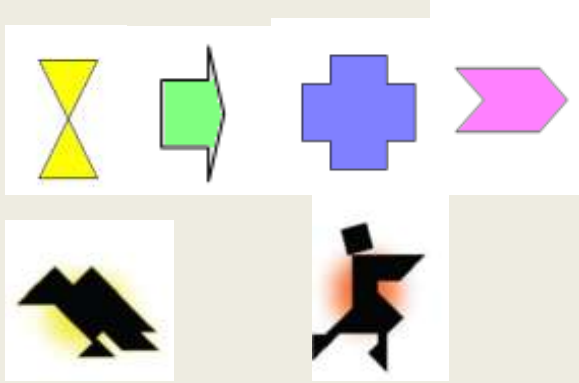
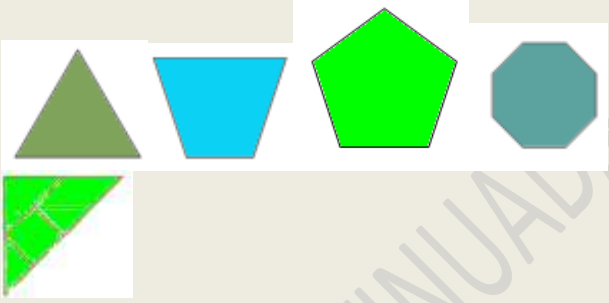
Vejamos os exemplos a seguir:

Linha poligonal fechada	Linha poligonal simples e aberta	Linha poligonal não- simples e fechada	Linha poligonal não- simples e aberta

Note que essas linhas poligonais formam apenas um contorno completo ou incompleto de uma região.

Perímetro - É comprimento total de uma linha poligonal fechada.

Polígono – É a região interna delimitada do plano por uma poligonal fechada.

Polígonos côncavos – possuem pelo menos um ângulo internos côncavo (maior que 180°)	Polígonos convexos - possuem todos os seus ângulos internos convexos (menores que 180°)
São limitados por uma poligonal não-simples	São limitados por uma poligonal simples
	 <p>Triângulo formado por 5 peças do tangram</p>

Apesar de a teorização ter surgido na Grécia, foi na china que surgiu esse quebra-cabeça incrível que através dele é possível construir dezenas de milhares formas geométricas, sendo grande parte delas polígonos não-convexos .

Classificação dos polígonos quanto aos lados

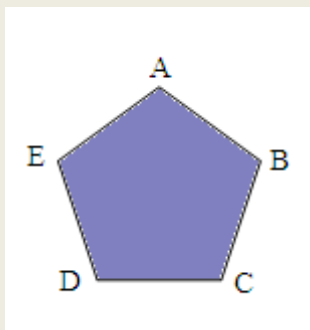
Classificação dos polígonos quanto aos lados	
Os nomes dos polígonos são dados de acordo com o número de lados	
3	Triângulo
4	Quadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octógono
9	Eneágono
10	Decágono
11	Undecágono
12	Dodecágono
20	Icoságono

Um modo prático de nomear qualquer polígono, cuja quantidade de lados seja maior que 12, exceto o polígono de 20 lados, é escrever sua quantidade de lados seguido de gono (gono significa lado em grego arcaico). Exemplo 15- gono é um polígono de 15 lados

Os principais elementos de um polígono

Os polígonos possuem 5 elementos básicos que são os seguintes: lados, vértices, ângulos internos, ângulos externos e diagonais.

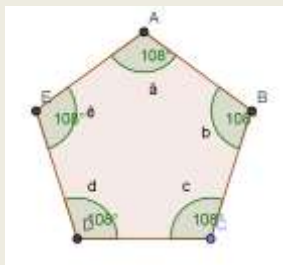
Em todo polígono o número de vértices e número de ângulos são iguais ao número de lados.



O polígono ao lado possui 5 lados, 5 vértices e 5 ângulos.

A, B, C, D e E são vértices.

Os segmentos AB, BC, CD, DE e EA são os lados do pentágono.



Os ângulos internos são a, b, c, d e e

Atividade 1 sobre o tangram. Descritores H23 e H26

De quantos triângulos é composto o tangram?

- A) Dois triângulos isósceles
- B) cinco triângulos isósceles não semelhantes
- C) Cinco triângulos retângulos isósceles e semelhantes
- D) Quatro triângulos semelhantes e um não- semelhante

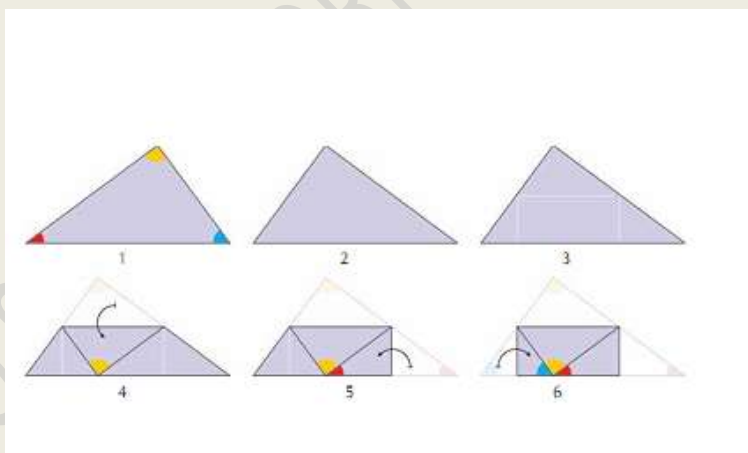
Atividade 2 sobre o tangram descritores H23 e H26

Copie as peças do tangram em uma cartolina e recorte-as. Depois, tente formar os seguintes polígonos convexos:

- a) Um paralelogramo, com duas peças.
- b) Um retângulo, com três peças.
- c) Um triângulo com todas as peças.
- d) Um trapézio com todas as peças.
- e) Um hexágono com todas as peças.

Vamos recordar mais consequência do teorema de Tales podemos mostrar isso construindo um triângulo recortando uma folha de papel. Depois de pintados os vértices, um de cada cor. Depois vire o triângulo do outro lado e deixe sem pintar. Fixe uma base e marque cuidadosamente o ponto médio dos outros dois lados. Trace uma linha leve unindo esses pontos médios, e dobre-a. se houver boa precisão, o vértice oposto à base tocará a base, após a dobra.

Em seguida dobre os outros dois vértices laterais, até atingirem o vértice que já tocou a base. Assim fica concluído que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°

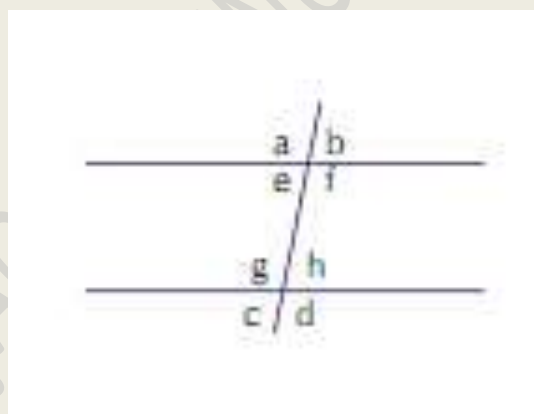


Há vários conhecimentos matemático implícitos nessa atividade, tais como:

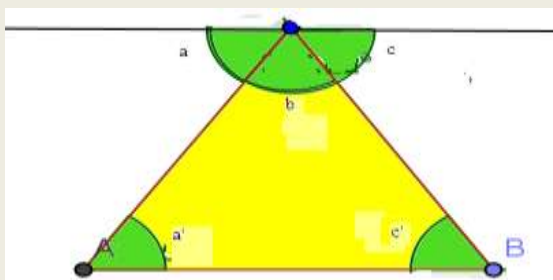
- a) O segmento que une os pontos médios de dois lados de um triângulo é paralelo ao terceiro lado e vale metade dele.
- b) Dobrando-se por esse segmento, fazendo o vértice superior tocar a base, aparece dois triângulos laterais isósceles.

Utilizando **um teorema fundamental da geometria plana** que diz que se duas retas paralelas cortadas por uma terceira (transversal) tem-se oito ângulos

ângulos	nomes
$c=h$; $e=b$	Opostos pelo vértice
$a+b=180^\circ$; $g+h=180^\circ$ $e+f=180^\circ$ $c+d=180^\circ$	suplementares
$h=b$; $g=a$ $e=c$; $f=d$	correspondentes
$g=f$, $e=h$	Alternos internos
$c=b$; $a=d$	Alternos externos
$g+e=180^\circ$, $h+f=180^\circ$	Colaterais internos
$a+c=180^\circ$ $b+d=180^\circ$	Colaterais externos



Outra maneira de demonstrar esse teorema é usando as propriedades de retas paralelas cortadas por uma transversal



Sabemos que a' e a são alternos internos assim com c' e c . Os ângulos alternos internos são congruentes.

Daí podemos concluir que $a' + b + c' = 180^\circ$ como queríamos demonstrar.

Conhecendo as diagonais e a soma dos ângulos internos de um polígono com mais de três lados.

Vamos entender primeiro o que vem a ser uma diagonal-

Uma diagonal é um segmento de reta que une dois vértices não consecutivos de qualquer polígono.

Sendo assim notamos que o triângulo não possui nenhuma diagonal, pois não é possível traçar um segmento que passe por dois pontos não consecutivos. Porém o quadrado possui duas diagonais, porém só se pode traçar uma a partir de um mesmo vértice. Já no pentágono pode-se traçar apenas duas diagonais a partir de um mesmo vértice. No hexágono pode-se traçar três diagonais a partir do mesmo vértice. Dá para sabermos quantas diagonais podemos traçar a partir de um mesmo vértice no decágono? Ora se seguirmos o mesmo raciocínio que fizemos para os polígonos anteriores temos o seguinte: hexágono três diagonais no mesmo vértice, heptágono quatro, octógono cinco, eneágono seis e decágono sete. Devemos observar que essas diagonais que partem do mesmo vértice, dividem o polígono em triângulos. Por exemplo: a diagonal do quadrado que parte de um de seus vértices, divide o quadrado em dois triângulos, no pentágono, três triângulos, no hexágono quatro triângulos e assim por diante.

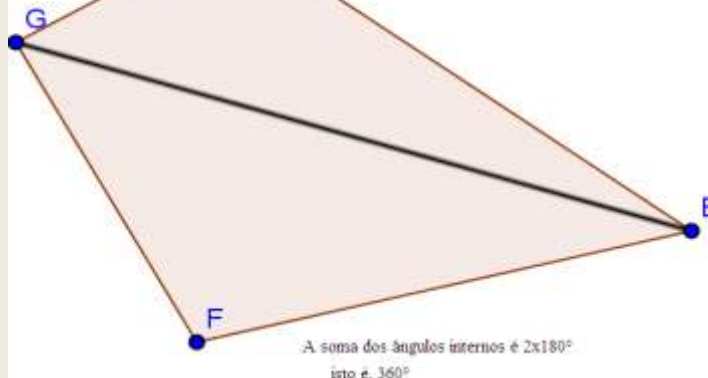
Triangulação- é o ato de dividir um polígono em triângulos, é muito usado para calcular área de polígonos convexos e côncavos, porém no momento iremos utilizá-la para conhecermos a soma dos ângulos externos de um polígono. Pois

a soma dos ângulos internos é igual a 180°



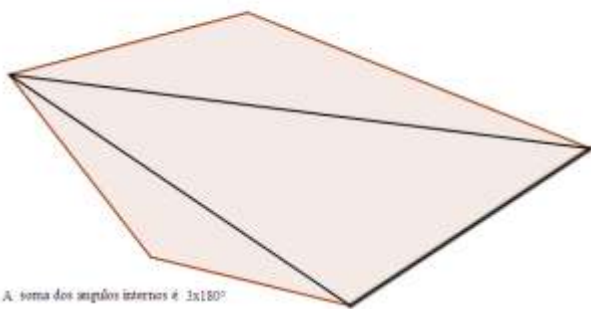
Triângulo - não parte nenhuma diagonal de um mesmo vértice.

Quadrilátero- apenas uma diagonal pode partir do mesmo vértice formando dois triângulos



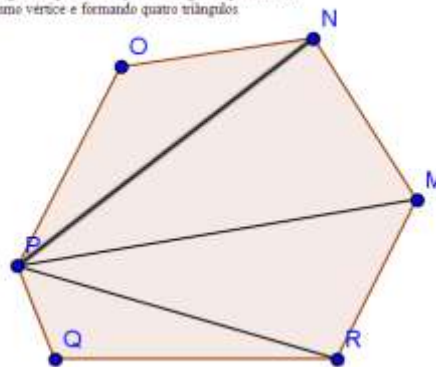
A soma dos ângulos internos é $2 \times 180^\circ$ isto é, 360°

Pentágono- é possível traçar duas diagonais partindo o mesmo vértice formando 3 triângulos



A soma dos ângulos internos é $3 \times 180^\circ$

hexágono- é possível traçar três diagonais partindo do mesmo vértice e formando quatro triângulos



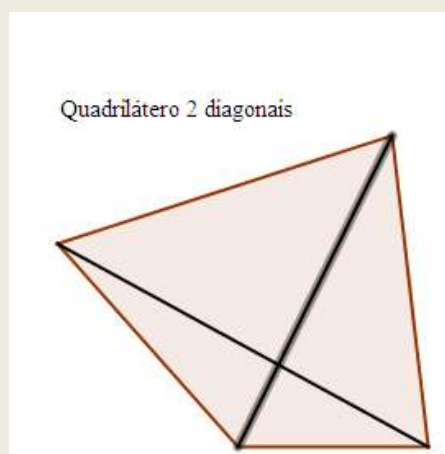
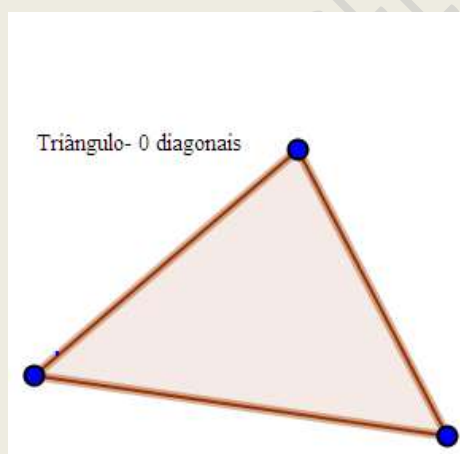
A soma dos ângulos internos é $4 \times 180^\circ$

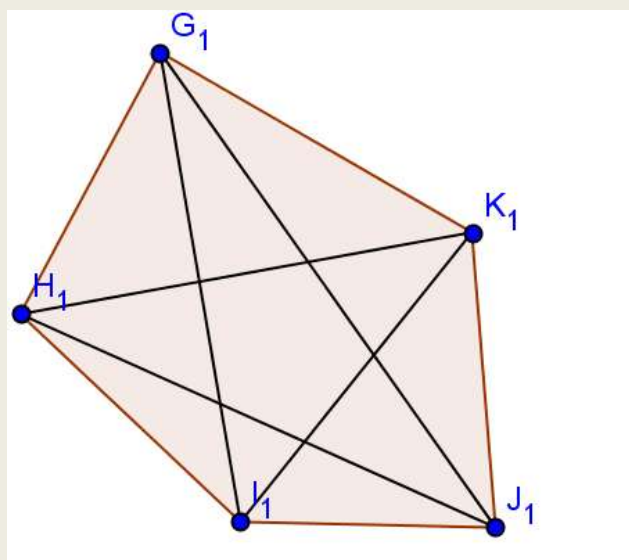
A partir dessas quatro figuras, que poderão ser desenhadas no quadro, pode-se pedir aos alunos que construam a seguinte tabela:

Polígono	Nº de lados	Nº de triângulos	Soma dos ângulos internos
Triângulo	3	1	$1 \times 180^\circ$
Quadrilátero	4	2	$2 \times 180^\circ$
Pentágono	5	3	$3 \times 180^\circ$
hexágono	6	4	$4 \times 180^\circ$
-	-	-	-
icoságono	20	18	$18 \times 180^\circ = 3.240^\circ$
-	-	-	-
102-gono	102	100	$100 \times 180 = 18.000^\circ$
n-gono	n	n-2	$(n-2)180^\circ$

É possível verificar também o número total de diagonais a partir do triângulo, pois o triângulo não possui diagonais, porém o quadrilátero possui duas diagonais, pois parte 4-3 de cada vértice então seriam $4(4-3)/2$ pois a mesma diagonal está em dois vértices, por isso temos que dividir por dois. Daí podemos concluir que o quadrilátero tem duas diagonais. Utilizando o mesmo raciocínio para os outros vemos que será $n(n-3)/2$

Onde n é número de lados do polígono





Veja a tabela a seguir

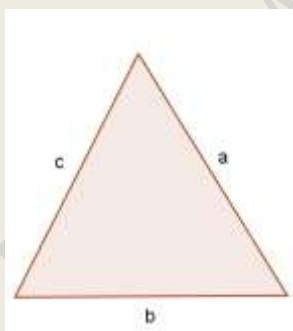
Polígono	Nº de lados	Números de diagonais que partem do mesmo vértice	Números de triângulos formados e soma dos ângulos internos	Número total de diagonais
triângulo	3	0	$1 \times 180^\circ = 180^\circ$	0
quadrilátero	4	1	$2 \times 180^\circ = 360^\circ$	2
pentágono	5	2	$3 \times 180^\circ = 540^\circ$	5
hexágono	6	3	$4 \times 180^\circ = 720^\circ$	9
heptágono	7	4	$5 \times 180^\circ = 900^\circ$	14
octógono	8	5	$6 \times 180^\circ = 1080^\circ$	20
eneágono	9	6	$7 \times 180^\circ = 1260^\circ$	27
decágono	10	7	$8 \times 180^\circ = 1440^\circ$	35
undecágono	11	8	$9 \times 180^\circ = 1620^\circ$	44
dodecágono	12	9	$10 \times 180^\circ = 1800^\circ$	54

13- gono	13	10	$11 \times 180^\circ = 1980^\circ$	65
-				
19-gono	19	16	$17 \times 180^\circ = 3060^\circ$	152
icoságono	20	17	$18 \times 180^\circ = 3240^\circ$	170
n-gono	n	n-3	$180^\circ(n-2)$	$n(n-3)/2$

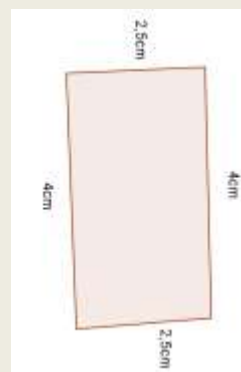
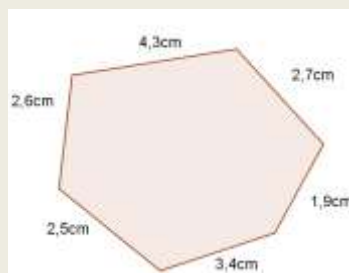
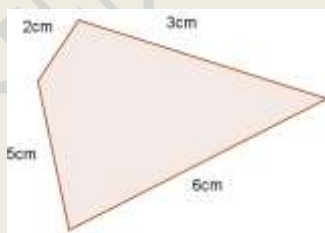
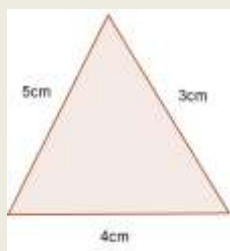
Ângulos externos

A soma dos ângulos externos de qualquer polígono é igual a 360° isso parece um resultado surpreendente devido a variação dos ângulos internos.

Definimos como perímetro o comprimento total de uma poligonal fechada, portanto no triângulo abaixo se “a”, “b” e “c” são as medidas dos lados, então o perímetro é dado por $a+b+c$. Que corresponde ao contorno da figura.

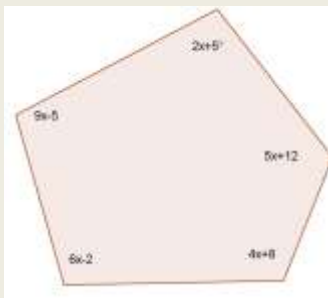


Atividade 3 Calcule o perímetro das figuras abaixo:



Atividade 4 Descritor H23

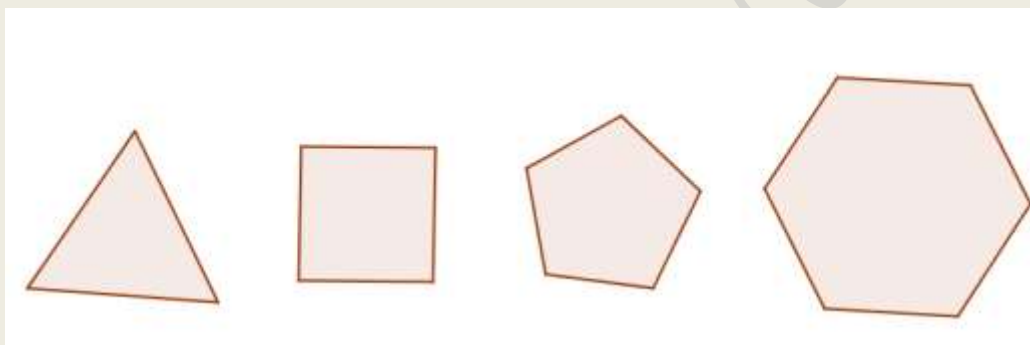
calcule o valor de x e o valor de cada ângulo no pentágono abaixo



Polígonos regulares

Chama-se polígono regular o polígono convexo que tem todos os lados congruentes e todos os ângulos internos congruentes.

Exemplo o quadrado; o triângulo equilátero, o pentágono regular, o hexágono regular, etc.



A área de um polígono regular

Aqui podemos fazer uma atividade com os alunos para que eles compreendam o significado da área

Poderemos começar apresentando-lhes o metro quadrado (roteiro de ação 5).

Atividade 5

Medindo a área da sala de aula – os alunos trarão jornais velhos de casa e utilizarão uma trena para medir as extremidades dos jornais colando-os e fazendo quadrados de um metro de lado. Espalhando esses quadrados de jornal poderemos concluir quantos quadrados de 1m^2 formados por jornais serão usados para cobrir o piso da sala de aula assim saberemos qual é a área da sala de aula.

Atividade 6 descritor H26

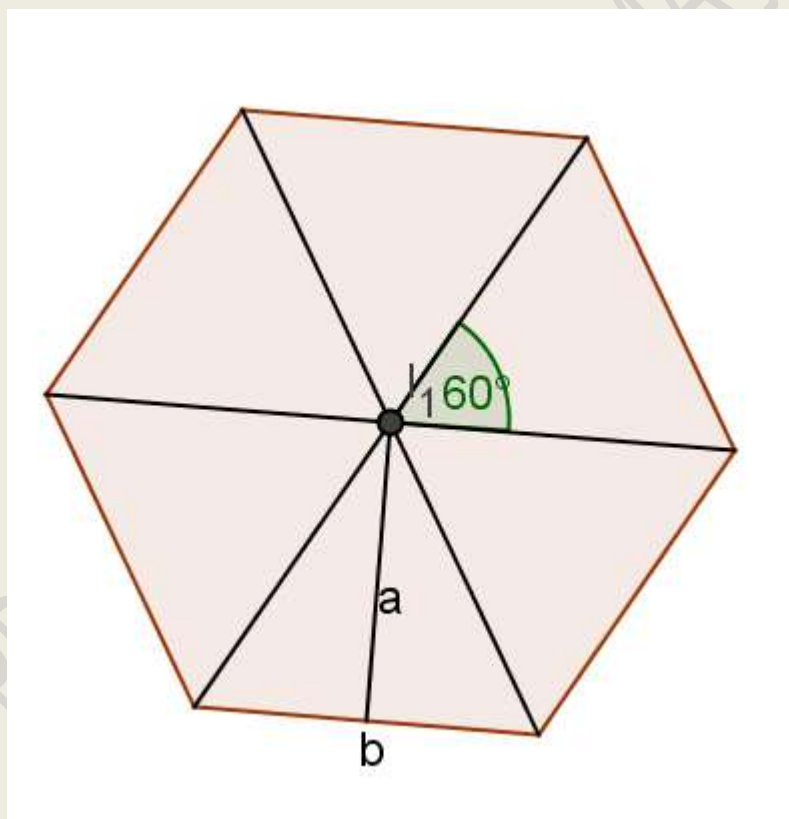
Medindo a área com papel quadriculado – podemos medir a área de uma folha de papel A4 tirando uma cópia de um papel quadriculado numa dessas folhas. Se considerarmos um quadradinho como unidade de área (UA) podemos determinar quantas unidades de área serão usadas para cobrir a folha inteira.

Depois dessas atividades ficará compreendido o que é a área de um quadrado ou de um retângulo

Comparando áreas de polígonos com o tangram- podemos usar os dois triângulos menores do tangram para mostrar que precisamos de dois triângulos para formar um quadrado e por isso a área do triângulo é a metade da área do quadrado.

Podemos fazer a experiência com retângulos e verificarmos que a área de um triângulo também é sempre a metade da área de um retângulo.

Finalmente sabendo que a área do triângulo é a metade da base vezes a altura podemos transformar os polígonos em triângulos e calcular a área de cada triângulo.



$A = 6 \cdot \frac{b \cdot a}{2}$, onde 6 é o número de triângulos que coincidem com os lados dos polígonos.

“a” é conhecido como apótema do polígono regular.

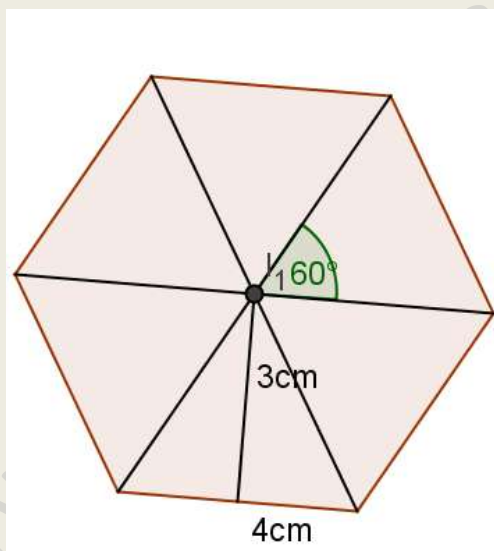
Se considerarmos que para o pentágono a expressão ficará $A = 5 \cdot \frac{b \cdot a}{2}$

Para o quadrado será $4 \cdot \frac{b \cdot a}{2}$ daí podemos concluir que a área de um polígono regular é dada em termos gerais por $n \cdot \frac{b \cdot a}{2}$

Onde n é o nº de lados do polígono b a medida do lado e “a” é a apótema.

Atividade 7 Descritor H26 e H23

Calcule o perímetro e a área do polígono regular abaixo .



$$P = 6 \times 4 = 24\text{cm}$$

$$A = 6 \cdot \frac{4 \times 3}{2} = 36\text{cm}^2$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Programa Gestão da Aprendizagem Escolar-Gestar II, *Matemática: caderno de teoria e prática 6- TP6: Matemática nas migrações e em fenômenos cotidianos*. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008.

Programa Gestão da Aprendizagem Escolar-Gestar II, *Matemática: Atividades de Apoio a Aprendizagem 6 -AAA6: Matemática nas migrações e em fenômenos cotidianos (versão do aluno)*. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008.

Shiguekiyo, C. T&, Raphael, S. G. 1ºed São Paulo Moderna 2008 (Enciclopédia do Estudante v2)

Bigode, A. J. L – *Matemática 8ª série*- Atual, São Paulo 1994.

Help, *Sistema de Consulta Iterativa* –São Paulo –Editora Klick 1997.

Dante, L. R. *Matemática, contexto e aplicações* - volume único(ensino médio), 3ª ed –
São Paulo, Ática, 2009.

Bezerra, M. J. & Putinuki(Jota), J. C. *Matemática 2ª grau*- volume único (ensino médio) 4ª ed- São Paulo-1997.

Dante, Luiz Roberto. *Tudo é Matemática- Ensino Fundamental*, Vol. 4. São Paulo, Ática, 2005.

Dante, Luiz Roberto. *Matemática contexto e aplicação*, São Paulo, Ática, 2009.

Bezerra, Manoel Jairo. *Curso de Matemática*, São Paulo, Companhia Editora Nacional, 1966.

Maccarini, Justina Motter. *Matemática 6º ano*, Curitiba ,Ed. Positivo. 2009.

Barroso, Juliane Matsubara. *Matemática ensino fundamental*, São Paulo ,Ed. Moderna,2007.

Paiva, Manoel Rodrigues. *Matemática conceitos linguagens e aplicações*,São Paulo, Moderna 2002

Bianchini, Edwaldo. *Matemática 6ªed*, São Paulo, Moderna, 2006.

Iezzi, Gelson. *Matemática e Realidade9º ano 6ª ed.*, São Paulo, Atual, 2009.

AValiação 2 SAERJ

AValiação 3 prova individual elaborada a partir das questões apresentadas neste plano de trabalho em conjunto com questões retiradas do material citado na bibliografia.

Dante, Luiz Roberto. *Tudo é Matemática- Ensino Fundamental*, Vol. 4. São Paulo, Ática, 2005.

Dante, Luiz Roberto. *Matemática contexto e aplicação*, São Paulo, Ática, 2009.

Jota, José Carlos Putnoki. *Matemática* São Paulo, Editora Scipione, 1997

Maccarini, Justina Motter. *Matemática 6º ano*, Curitiba ,Ed. Positivo. 2009.

Barroso, Juliane Matsubara. *Matemática ensino fundamental*, São Paulo ,Ed. Moderna,2007.

Paiva, Manoel Rodrigues. *Matemática conceitos linguagens e aplicações*,São Paulo, Moderna 2002.

Bianchini, Edwaldo. *Matemática 6ªed*, São Paulo, Moderna, 2006.

Iezzi, Gelson. *Matemática e Realidade 9º ano 6ª ed.*, São Paulo, Atual, 2009.

Souza, Maria Helena Soares de , *Matemática 2º grau*, São Paulo Editora Scipione 1996