

Avaliação do plano de trabalho 2

Critério

Avaliação da implementação do Plano de Trabalho

Pontos Positivos

- Boa participação dos alunos;
- Concentração na hora de utilizar o papel quadriculado;
- Boa assimilação do conteúdo trabalhado;
- Motivação para entender como se chegar às fórmulas e não apenas decorar.

Pontos Negativos

- Tempo, que no 4º bimestre é sempre muito curto.

Alterações

- Calcular melhor o tempo;
- Trabalhar ainda mais o concreto como, por exemplo, tirar as medidas das formas geométricas que existam em sala de aula.

Impressões dos alunos

- Sentiram-se à vontade nas aulas;
- Assimilaram bem o conteúdo dado.

Formação Continuada em Matemática

Fundação CECIERJ

Matemática 9ºano – 4ºbimestre/ 2012

Plano de Trabalho:

**Polígonos regulares e
áreas de figuras planas.**

Tarefa 2

Cursista: Regiane Padilha Coutinho.

Tutora: LÍlian Rodrigues Zanelli.

Introdução

Desde os tempos mais remotos percebemos a necessidade de determinar a medida de uma superfície (área).

No antigo Egito, por exemplo, os agricultores das margens do rio Nilo pagavam ao Faraó, pelo uso da terra, um imposto proporcional à superfície da terra cultivada.

Hoje, pagamos um imposto territorial urbano ou rural cujo valor é proporcional à área do terreno, entre outros critérios.

Ao iniciarmos o estudo dos polígonos regulares e áreas de figuras planas, pretendemos que a abordagem mostre como medir áreas com exemplos do nosso cotidiano e com atividades que demonstre sua utilidade.

Objetivos

- Deduzir as fórmulas das áreas de figuras geométricas planas;
- Fazer com que os alunos entendam através de exemplos e atividades a aplicação do cálculo das áreas das figuras geométricas;
- Mostrar a importância da geometria e sua presença em nosso cotidiano;
- Possibilitar ao aluno a construção do conhecimento com base em uma aprendizagem significativa.

Pré-requisitos:

- Dominar as 4 operações fundamentais da matemática: adição, multiplicação, subtração e divisão.

Duração : 10 aulas (5 dias de aula)

Recursos Educacionais:

- livro didático
- metro
- Calculadora
- papel
- lápis
- borracha
- Caneta
- Datashow

Critérios de avaliação:

Atividade do tangram: 1 pontos

Atividade prática feita em grupo: 3 pontos

Avaliação bimestral: 5 pontos

Comportamento e participação: 1 ponto

Desenvolvimento

Nas duas primeiras aulas, iniciaremos pedindo aos alunos que nos dêem exemplos de formas geométricas, a partir do que temos dentro da sala de aula. A seguir, mostraremos nessas figuras o que é perímetro e o que é área, dando suas definições. Espera-se que os alunos relembrem com clareza essas definições tendo em vista que tais definições foram dadas no bimestre anterior.

Após, faremos uma atividade com o Tangram, onde esperamos que eles percebam que perímetros diferentes podem ter áreas iguais.

Em outras duas aulas, estudaremos a área de uma região retangular. Mostraremos através de uma figura como chegar à fórmula e faremos exercícios de fixação.

Para a apresentação das figuras geométricas utilizaremos a ajuda do datashow.

Ainda nessa aula veremos também a área de uma região quadrada e a área de uma região triangular, onde fortaleceremos o estudo com mais exercícios e resoluções.

Nas próximas duas aulas conheceremos a área do paralelogramo, do losango e do trapézio que a partir de figuras e com ajuda das formas estudadas nas aulas anteriores chegaremos às fórmulas.

Nas 7ª e 8ª aulas a turma será dividida em grupos de quatro alunos. Cada grupo com 1 metro, folha de papel, lápis, borracha e calculadora sairá pelo colégio e ficará com a função de medir a área de cada cômodo existente. Por exemplo, salas, refeitório, laboratório de informática, secretaria e biblioteca. Nessa atividade temos o objetivo de mostrar na prática como calculamos a área de uma região, utilizando as fórmulas estudadas. Ao final, juntaremos as áreas e veremos qual a área ocupada pelo colégio (não incluiremos o pátio, pois se trata de um terreno muito irregular).

Nas duas últimas aulas, faremos uma avaliação contendo as seis áreas estudadas.

Início

1ª e 2ª aulas:

- Momento de descontração, onde os alunos mostram em sala de aula quais objetos têm formas geométricas. Destacando o que é perímetro e o que é área em cada objeto.

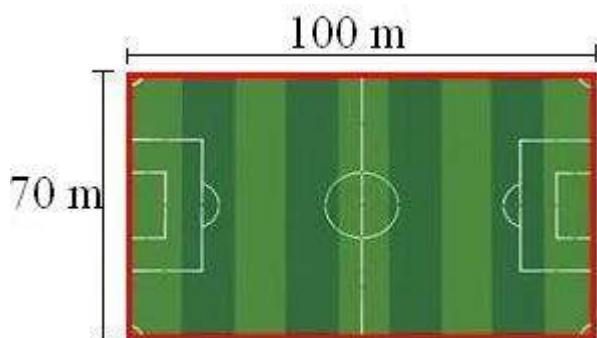
Lembrando que: É importante que os alunos identifiquem perímetro como sendo a medida do contorno de uma figura plana, portanto, como medida de comprimento, e área como medida da superfície limitada pela figura plana.

Perímetro

O que é perímetro? E como o calculamos?

Perímetro é a medida do comprimento de um contorno.

Observe um campo de futebol, o perímetro dele é o seu contorno que está de vermelho.

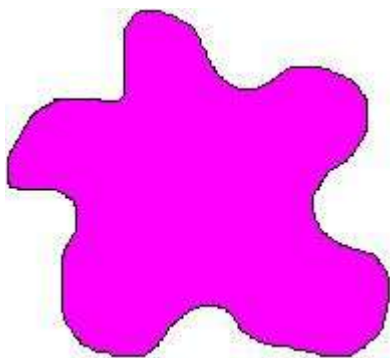


Pra fazermos o cálculo do perímetro devemos somar todos os seus lados:

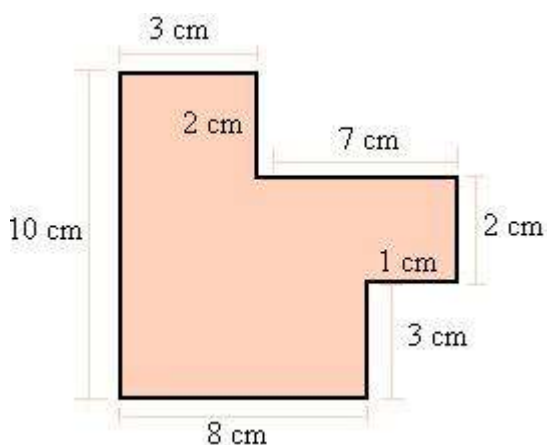
$$P = 100 + 70 + 100 + 70$$

$$P = 340 \text{ m}$$

O perímetro da figura abaixo é o contorno dela, como não temos a medida de seus lados, para medir o seu perímetro devemos contorná-la com um barbante e depois esticá-lo e calcular a medida.



Por exemplo:



O perímetro da figura é a soma de todos os seus lados:

$$P = 10 + 8 + 3 + 1 + 2 + 7 + 2 + 3$$

$$P = 18 + 4 + 9 + 5$$

$$P = 22 + 14$$

$$P = 36$$

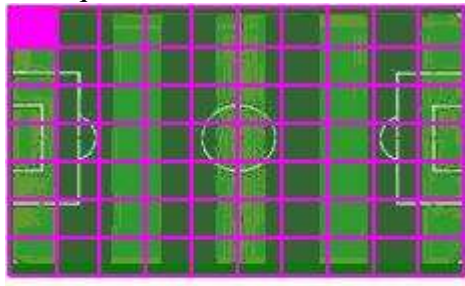
A unidade de medida utilizada no cálculo do perímetro é a mesma unidade de medida de comprimento: metro, centímetro, quilômetro...

Área

Área é a medida de uma superfície.

A área do campo de futebol é a medida de sua superfície (gramado).

Se pegarmos outro campo de futebol e colocarmos em uma malha quadriculada, a sua área será equivalente à quantidade de quadradinho. Se cada quadrado for uma unidade de área:

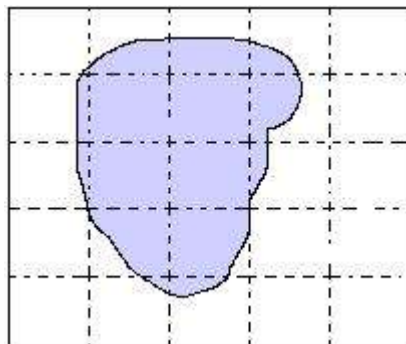



Uma unidade de área

Veremos que a área do campo de futebol é 70 unidades de área.

A unidade de medida da área é: m^2 (metros quadrados), cm^2 (centímetros quadrados), e outros.

Se tivermos uma figura do tipo:



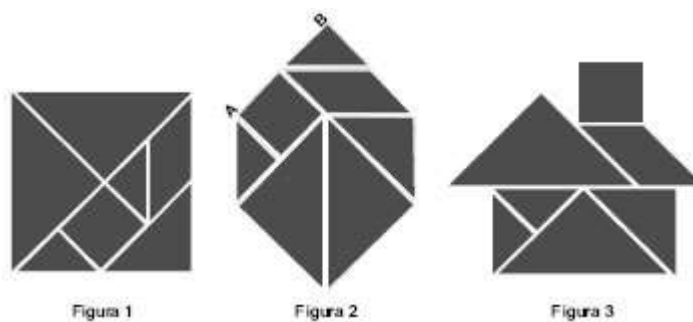
Sua área será um valor aproximado. Cada  é uma unidade, então a área aproximada dessa figura será de 4 unidades.

No estudo da matemática calculamos áreas de figuras planas e para cada figura há uma fórmula pra calcular a sua área.

A história do Tangram

O tangram é um jogo oriental antigo, uma espécie de quebra-cabeça, constituído de sete peças: 5 triângulos retângulos e isósceles, 1 paralelogramo e 1 quadrado. Essas peças são obtidas recortando-se um quadrado de acordo com o esquema da figura 1.

Utilizando-se todas as sete peças, é possível representar uma grande diversidade de formas, como as exemplificadas nas figuras 2 e 3.



Se o lado AB do hexágono mostrado na figura 2 mede 2 cm, então a área da figura 3, que representa uma “casinha”, é igual a

- a) 4 cm^2 .
- b) 8 cm^2 .
- c) 12 cm^2 .
- d) 14 cm^2 .
- e) 16 cm^2 .

Gabarito: B

Resolução:

Ao construirmos qualquer figura com as peças do Tangram **todas as áreas serão iguais**, portanto para descobrir a área da casa basta saber a área do hexágono.

Se um lado do hexágono é igual a 2cm o seu lado oposto terá o mesmo valor, assim percebemos pela figura que a soma das áreas dos dois triângulos maiores é igual a 4 cm^2 , pois juntos foram um quadrado de lado 2cm. Comparando com o Tangram original (figura 1) esses dois triângulos maiores correspondem à

metade da área total de um Tangram.

Concluimos que a área da casa como de qualquer figura construída com o Tangram obedecendo às regras estabelecidas pelo enunciado será igual a 8cm^2 .

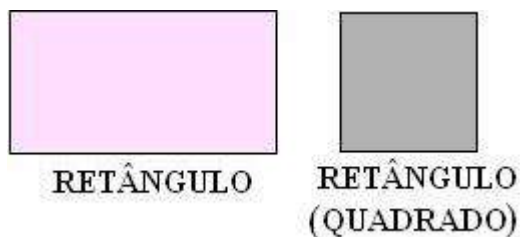
Descritores associados:

- ✓ H23 - Resolver problemas envolvendo a noção de perímetro de figuras planas.
- ✓ H26 - Resolver problemas envolvendo noção de área de figuras planas.

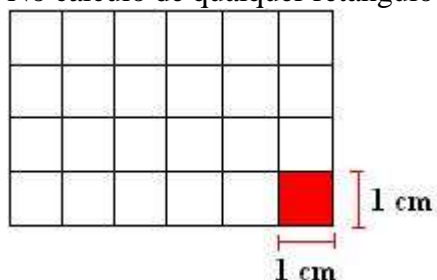
3ª e 4ª aulas:

A área do Retângulo

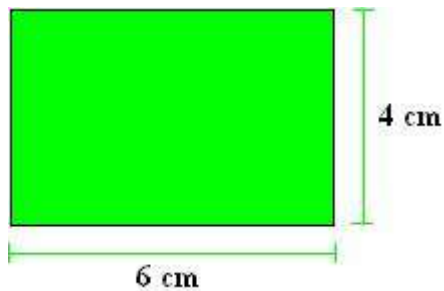
Existem dois tipos de retângulos: com os lados todos iguais (quadrado) e com os lados diferentes.



No cálculo de qualquer retângulo podemos seguir o raciocínio abaixo:



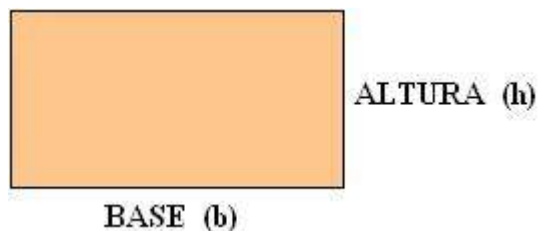
Pegamos um retângulo e colocamos em uma malha quadriculada onde cada quadrado tem dimensões de 1 cm. Se contarmos, veremos que há 24 quadrados de 1 cm de dimensões no retângulo. Como sabemos que a área é a medida da superfície de uma figuras podemos dizer que 24 quadrados de 1 cm de dimensões é a área do retângulo.



O retângulo acima tem as mesmas dimensões que o outro, só que representado de forma diferente. O cálculo da área do retângulo pode ficar também da seguinte forma:

$$A = 6 \cdot 4$$
$$A = 24 \text{ cm}^2$$

Podemos concluir que a área de qualquer retângulo é:



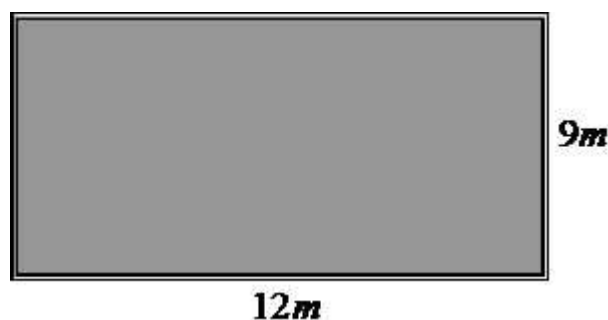
$$A = b \cdot h$$

Exercícios de Fixação

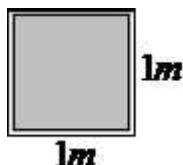
1. Marcinha mora em uma casa que possui uma enorme área coberta. O pai de Marcinha resolveu colocar cerâmica na área. O pedreiro contratado para realizar a obra mediu a área e disse que ela tem a forma retangular com as seguintes dimensões: 9 metros de largura e 12 metros de comprimento. Qual é a área total?

Utilizando a fórmula temos: uma área de 108 metros quadrados (m²).

Veja a ilustração da área:



Se o pai de Marcinha resolver comprar blocos de piso no formato quadrado, de 1 metro de largura e 1 metro de comprimento, ele precisará de pelo menos 108 blocos, pois cada um deles tem 1 metro quadrado (m^2) de área e a superfície total da área coberta é de 108 metros quadrados (m^2).



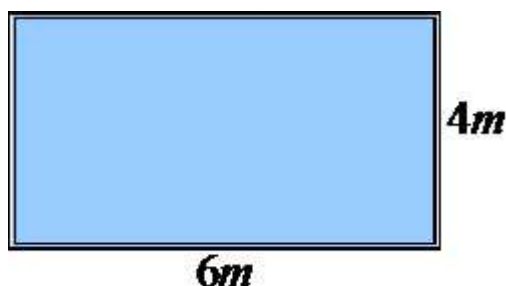
A área do quadrado e do retângulo é calculada multiplicando a medida do comprimento pela medida da largura. Todas as medidas devem estar na mesma unidade de comprimento. Veja a superfície da área com os blocos de cerâmica enumerados com dimensões de 1 metro de comprimento e 1 metro de largura.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84
85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96
97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108

Foram utilizados 108 blocos de cerâmica para cobrir toda a superfície da área.

Importante: O metro quadrado (m^2) equivale à superfície ocupada por 1 quadrado de 1 metro de lado.

2. Após cobrir toda a superfície da área, o pai de Marcinha pretende trocar todo o piso da sala de vídeo da casa. As dimensões da sala são 6 metros de comprimento e 4 metros de largura. Qual a área da sala de vídeo?



A partir dessas dimensões conclui-se que a sala possui 24 metros quadrados de área

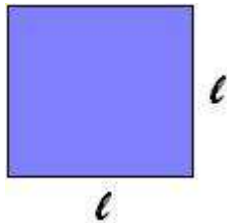
(6m x 4m).

Descritores associados:

✓ H 26 - Resolver problemas envolvendo noção de área de figuras planas.

A área do Quadrado

O quadrado é um tipo de retângulo específico, pois tem todos os lados iguais. Sua área também é calculada com o produto da base pela altura. Mas podemos resumir essa fórmula:



Como todos os lados são iguais, podemos dizer que base é igual a l e a altura igual a l , então, substituindo na fórmula $A = b \cdot h$, temos:

$$A = l \cdot l$$

Exercícios de Fixação

1. Calcule a área de um quadrado cujo lado mede 8 cm.

$$A = L \times L$$

$$A = 8 \times 8$$

$$A = 64 \text{ cm}$$

2. Encontre o perímetro de um quadrado cujo lado tem a mesma medida do quadrado do exercício anterior.

$$P = L + L + L + L = 4 \times L$$

$$P = 4 \times 8$$

$$P = 32$$

Portanto, o perímetro do quadrado é 32 cm.

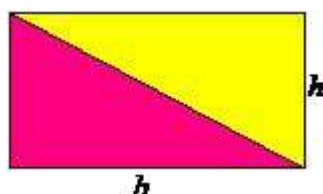
Descritores associados:

- ✓ H 26 - Resolver problemas envolvendo noção de área de figuras planas.

A área do Triângulo

Nos estudos relacionados à Geometria, o triângulo é considerado uma das figuras mais importantes em razão da sua imensa utilidade no cotidiano. Com o auxílio de um retângulo e suas propriedades, demonstraremos como calcular a área de um triângulo.

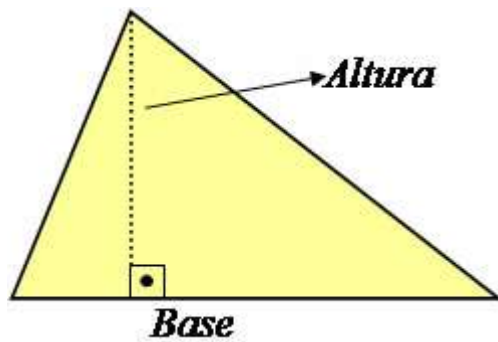
No retângulo a seguir foi traçada uma de suas diagonais, dividindo a figura em duas partes iguais.



Note que a área total do retângulo é dada pela expressão $A = b \times h$, considerando que a diagonal dividiu o retângulo em duas partes iguais formando dois triângulos, a área de cada triângulo será igual à metade da área total do retângulo, constituindo na seguinte expressão matemática:

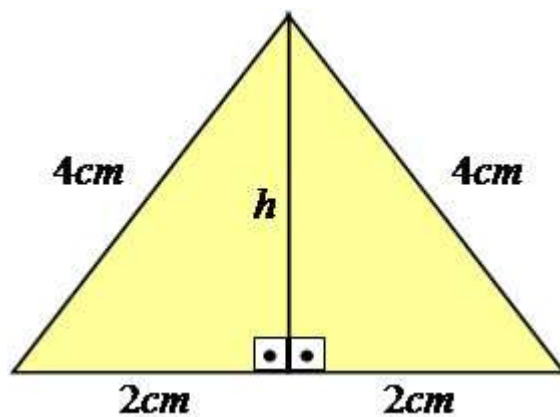
$$A = \frac{b * h}{2}$$

A utilização dessa expressão necessita da altura do triângulo, sendo identificada como uma reta perpendicular à base, isto é, forma com a base um ângulo de 90°.

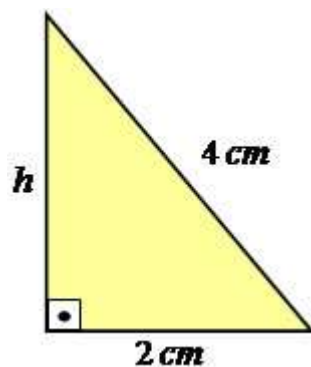


Exemplo 1

Observe o triângulo equilátero (possui os lados com medidas iguais). Vamos calcular a sua área:



Como o valor da altura não está indicado, devemos calculá-lo, para isso utilizaremos o teorema de Pitágoras no seguinte triângulo retângulo:



$$4^2 = h^2 + 2^2$$

$$16 = h^2 + 4$$

$$16 - 4 = h^2$$

$$12 = h^2$$

$$h = \sqrt{12}$$

$$h = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

Calculado o valor da altura, basta utilizar a fórmula demonstrada para obter a área da região triangular.

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

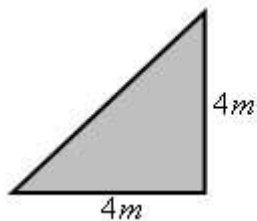
$$A = \frac{4 \cdot 2\sqrt{3}}{2}$$

$$A = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Portanto, a área do triângulo equilátero que possui os lados medindo 4cm é de $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

Exercícios de Fixação

1. Um quadrado de área igual a 16 m^2 fora repartido em dois triângulos iguais. Qual é a área de cada triângulo?

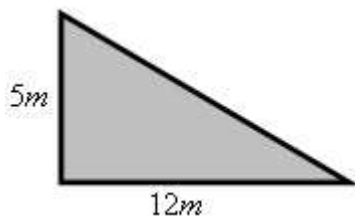


$$A = \frac{4 \times 4}{2}$$

$$A = \frac{16}{2}$$

$$A = 8 \text{ m}^2$$

2. Encontre a área do triângulo abaixo:

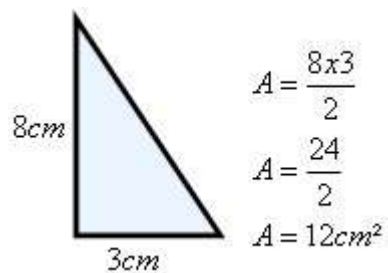


$$A = \frac{5 \times 12}{2}$$

$$A = \frac{60}{2}$$

$$A = 30 \text{ m}^2$$

3. A partir das dimensões da figura, determine sua área.

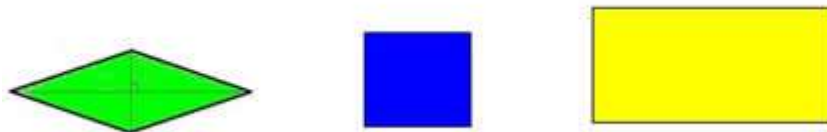


Descritores associados:

- ✓ H 26 - Resolver problemas envolvendo noção de área de figuras planas.

A área do Paralelogramo

Primeiro, vamos definir o que é um paralelogramo. Todo quadrilátero que possui os lados opostos paralelos é chamado de paralelogramo. Dessa forma, podemos dizer que o quadrado, o retângulo e o losango são exemplos de paralelogramos.



Para encontrarmos a área de um paralelogramo é necessário conhecer somente as medidas da base e de sua altura. Sabendo as medidas desses elementos, a área do paralelogramo será dada por:

$$\text{Área} = \text{base} \times \text{altura}$$

Ou

$$A = b \cdot h$$

Onde

$b \rightarrow$ é a medida da base do paralelogramo.

$h \rightarrow$ é a medida da altura do paralelogramo.

Exercícios de Fixação

1. Calcule a área de um paralelogramo cuja base mede 15 cm e a altura 12 cm.

Solução: De acordo com o enunciado do problema, sabemos que $b = 15$ cm e $h = 12$ cm.

Assim, podemos aplicar a fórmula da área do paralelogramo.

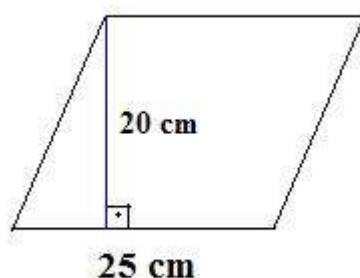
$$A = \text{base} \times \text{altura}$$

$$A = 15 \times 12$$

$$A = 180 \text{ cm}^2.$$

Não se esqueça que as unidades de medida de área sempre estão elevadas ao quadrado: m^2 , cm^2 , km^2 , etc.

2. Determine a área da figura abaixo:



Solução: A figura acima é um paralelogramo (veja os lados opostos paralelos) cuja base mede 25 cm e a altura, 20 cm. Observe que a altura forma um ângulo de 90° (ângulo reto) com a base. Como sabemos as medidas da altura e da base, basta utilizar a fórmula da área. Assim, teremos:

$A = \text{base} \times \text{altura}$

$A = 25 \times 20$

$A = 500 \text{ cm}^2$

Portanto, o paralelogramo da figura apresenta uma área de 500 cm^2 .

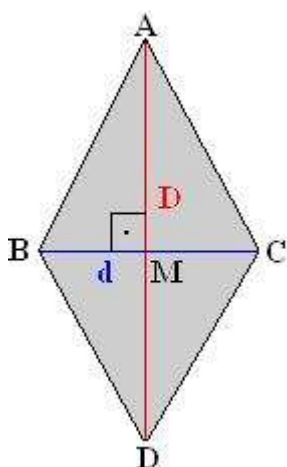
Descritores associados:

✓ H 26 - Resolver problemas envolvendo noção de área de figuras planas.

A área do Losango

Losango é uma figura plana conhecida como quadrilátero, possuindo assim duas diagonais. O seu diferencial com relação às outras figuras que possuem quatro lados é que as suas diagonais cruzam perpendicularmente, ou seja, no ponto em comum das duas diagonais forma um ângulo de 90° .

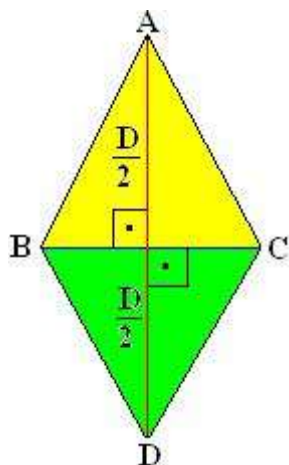
Veja o losango abaixo formado pelos pontos A, B, C, D e pelas arestas (lados) AB, BC, CD, DC.



As duas diagonais de um losango são diferentes com relação ao tamanho. A diagonal formada pelo seguimento de reta AD é a maior (D) e a formada pelo seguimento de reta BC é a menor (d). O ponto M, além de ser o ponto médio das duas diagonais, é o ponto onde elas se cruzam e formam um ângulo de 90° graus.

Podemos partir do seguinte raciocínio para compreender a fórmula utilizada para o cálculo da área do losango:

Um losango é formado por dois triângulos idênticos, com base igual a d (diagonal menor) e altura igual a $D / 2$ (metade da diagonal maior).



Os triângulos ABC e ACD são iguais; portanto, as suas superfícies (áreas) também são iguais. Veja o cálculo:

Cálculo da área do triângulo ABC e BCD.

A fórmula que utilizamos para o cálculo da área de um triângulo é $A = \frac{b \cdot h}{2}$, b de base e h de altura. Substituindo os dados do losango na fórmula temos:

Base = d (diagonal menor)

Altura = D/2 (metade da diagonal maior)

Assim, a área dos triângulos será:

$$A = \frac{d \cdot D}{2}$$

Como a área de um losango é a soma das áreas dos triângulos ABC e ACD, concluímos que a área do losango será:

$$AL = A_{ABC} + A_{BCD}$$

$$A L = d \cdot \frac{D}{2} + d \cdot \frac{D}{2}$$

$$A L = 2 \cdot \left(\frac{d \cdot D}{2} \right)$$

$$A L = 2 \cdot \left(\frac{d \cdot D}{2} \cdot \frac{1}{2} \right)$$

$$A L = \cancel{2} \cdot \left(\frac{d \cdot D}{\cancel{4}} \right)$$

$$A L = \frac{d \cdot D}{2}$$

Portanto, a área do losango poderá ser calculada utilizando a seguinte fórmula:

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

Exercícios de Fixação

1. Se um losango possui diagonal maior medindo 10cm e diagonal menor medindo 7cm, qual será o valor de sua área?

Solução: De acordo com o enunciado do exercício, sabemos que $D = 10\text{cm}$ e $d = 7\text{cm}$. Como conhecemos os valores das diagonais, vamos aplicar a fórmula.

$$A = \frac{10 \cdot 7}{2} = \frac{70}{2} = 35 \text{ cm}^2$$

Portanto, o losango apresenta 35 cm^2 de área.

2. Num losango, a medida da diagonal maior é o dobro da medida da diagonal menor. Sabendo que $D = 50\text{cm}$, qual será a medida da área desse losango?

Solução: Sabemos que a diagonal maior é o dobro da diagonal menor. Como $D = 50\text{cm}$, podemos afirmar que $d = 25\text{cm}$. Conhecidas as medidas das diagonais, basta utilizar a fórmula da área.

$$A = \frac{50 \cdot 25}{2} = \frac{1250}{2} = 625 \text{ cm}^2$$

Portanto, o losango tem 625 cm^2 de área.

3. Um losango apresenta área igual a 60 m^2 . Sabendo que a diagonal menor mede 6m, encontre a medida da diagonal maior.

Solução: Como sabemos a medida da área do losango e da diagonal menor, devemos utilizar a fórmula da área para encontrar a medida da diagonal maior.

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

$$60 = \frac{D \cdot 6}{2}$$

$$120 = D \cdot 6$$

$$D = \frac{120}{6} = 20 \text{ m}$$

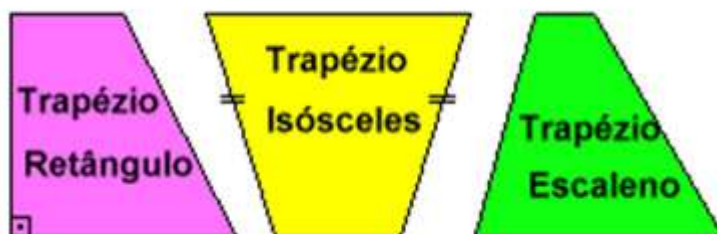
Portanto, a diagonal maior tem 20m de comprimento.

Descritores associados:

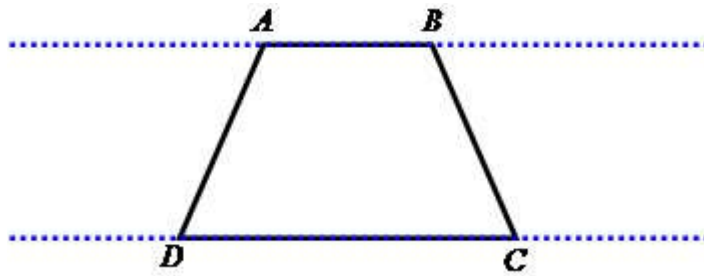
✓ H 26 - Resolver problemas envolvendo noção de área de figuras planas.

A área do Trapézio

O trapézio é um polígono, isto é, uma figura plana fechada formada por segmentos de retas que recebem o nome de lado. O encontro dos lados recebe o nome de vértices. Por ser uma figura fechada possui superfície que também é chamada de área. Vamos conhecer os tipos de trapézios existentes de acordo com a Geometria plana: Trapézio retângulo, Trapézio isósceles e Trapézio escaleno.



No trapézio dois lados opostos serão sempre paralelos, isto é, são lados que ao serem prolongados nunca possuirão ponto em comum. Observe:



Dizemos que os lados AB e DC são paralelos e constituem as duas bases do trapézio, considerando nesse caso que:

AB: menor base.

DC: maior base.

Para calcularmos a área de uma figura na forma de um trapézio devemos realizar as seguintes operações:

1º passo: somar as bases.

2º passo: multiplicar o resultado da soma das bases pela altura do trapézio.

3º passo: dividir o resultado da multiplicação por dois.

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

Podemos utilizar também a seguinte expressão Matemática:
Nessa expressão temos que:

A: área.

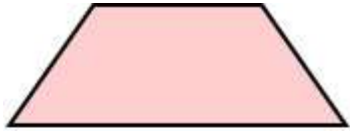
B: base maior.

b: base menor.

h: altura.

Exercícios de Fixação

1. Vamos calcular a área do seguinte trapézio, que possui as seguintes dimensões: $B = 14$, $b = 8$ $h = 6$.



$$A = \frac{(8+14) \cdot 6}{2}$$

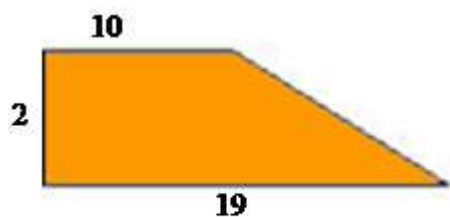
$$A = \frac{22 \cdot 6}{2}$$

$$A = \frac{132}{2}$$

$$A = 66$$

O trapézio possui 66 unidades de área.

2. Encontre a área do trapézio abaixo:



$$A = \frac{(10 + 19) \cdot 2}{2}$$

$$A = \frac{29 \cdot 2}{2}$$

$$A = \frac{58}{2}$$

$$A = 29$$

O trapézio tem área igual à 29 unidades de área.

7ª e 8ª aulas: Atividade prática com os alunos pelas dependências do colégio.

(Todo o desenrolar foi explicado no desenvolvimento).

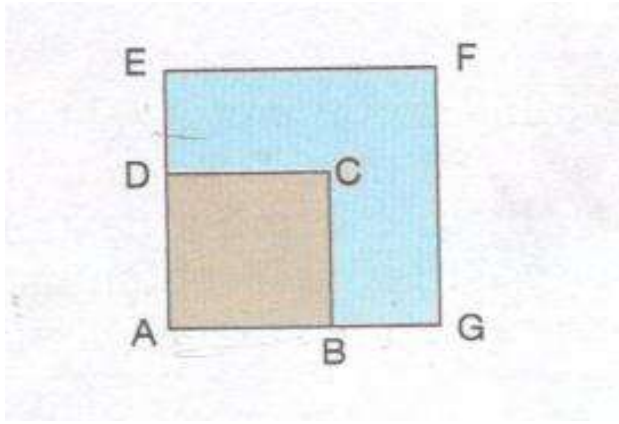
Descritores associados:

- ✓ H 23 - Resolver problemas envolvendo a noção de perímetro de figuras planas.
- ✓ H 26 - Resolver problemas envolvendo noção de área de figuras planas.

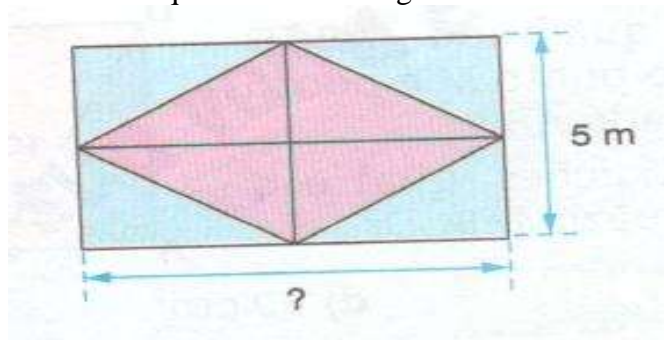
Avaliação Bimestral

1. Responda:

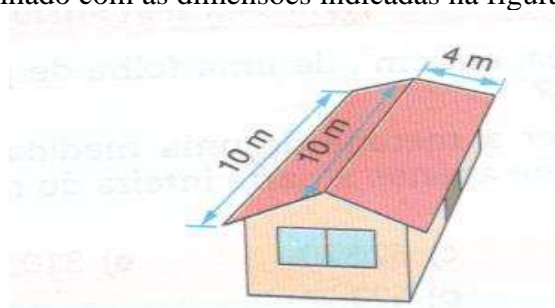
a) Na figura há dois quadrados. A área do quadrado maior é 25m^2 e BG mede 2m. Qual é a área da região pintada de azul?



b) A área do losango inscrito no retângulo é 20m^2 . A diagonal menor do losango tem 5m. Portanto quanto mede a diagonal maior?

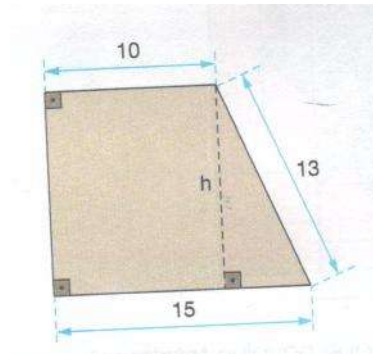


c) Se para cobrir cada m^2 de telhado são usadas 29 telhas francesas, então, para cobrir um telhado com as dimensões indicadas na figura, quantas telhas serão



necessárias?

d) Qual é a área do trapézio retângulo cujas medidas, em centímetros, estão indicadas na figura?



e) Uma região retangular, cujo lado menor mede 3m, foi totalmente recoberta por 1200 pisos quadrados iguais, cada um com lado 15cm. Quanto mede o maior lado dessa região retangular?

Referências bibliográficas:

GIOVANNI JR, José Ruy. CASTRUCCI, Benedito. A conquista da matemática. São Paulo: FTD, 2009

GIOVANNi, José Ruy. BONJORNO, José Roberto Matemática Completa. São Paulo: FTD, 2005

DANTE, Luiz Roberto. Matemática. São Paulo: Ática, 2008

BIANCHINI, Edwaldo. Matemática. São Paulo: Moderna, 2006