

Achei objetivo no sentido de explicar para os alunos que, na natureza, podemos encontrar muitas formas que lembram polígonos regulares. Como por exemplo, o alvéolo de um favo de mel que é o hexágono regular.

Este artifício torna possível a construção junto com nossos alunos de um bom argumento para entendermos que os polígonos regulares são também muito usados nas artes plásticas, especialmente em obras de algumas das tendências modernistas.

É interessante enfatizar para os alunos que vem dos tempos mais remotos a necessidade de se determinar a medida de uma superfície (área). No Egito antigo, por exemplo, os agricultores das margens do Rio Nilo pagavam ao faraó um imposto pelo uso da terra, que era proporcional à superfície da terra cultivada. Hoje, pagamos um imposto territorial urbano ou rural, cujo valor é proporcional, dentre outros critérios, à área do terreno que possuímos.

Este artifício torna possível a construção junto com nossos alunos de um bom argumento para entendermos a importância da matemática em nossas vidas. Porém, tão importante quanto isto, é que o aluno compreenda o que isso significa.

### **Pontos positivos:**

Eles acharam muito interessante o primeiro momento da aula, quando utilizei o roteiro de ação 1, onde construímos juntos polígonos feitos de palitos de picolé. Ficaram estimulados e prestaram atenção no que viria depois. Com a execução do roteiro de ação 3, a aula ficou dinâmica e foi produtiva. Todos participaram.

### **Pontos Negativos:**

Não houve, só ficaram mais estimulados, pois não tinham tido uma aula de matemática nesse sentido, de uma forma lúdica.

### **Alterações:**

Depois que fui implementando meu plano de trabalho em sala de aula, percebi que estavam mais interessados que no 1º e 2º bimestres, as aulas transcorreram sem intercorrências e gostei muito do interesse deles, estão mais maduros. Por orientação de minha tutora, incluí o roteiro de ação 1 e a introdução ao assunto ficou mais dinâmica. Percebi que meu plano de trabalho ficou claro e objetivo.

### **Impressões dos alunos:**

Alguns, em um primeiro momento, ficaram com muitas dúvidas, pois não estavam entendendo onde eu queria chegar. Mas, no decorrer das aulas, foram entendendo melhor, tirando suas dúvidas, fiz uma breve recapitulação sobre polígonos e sua classificação, pois alguns não lembravam direito e assim avalei como satisfatório o resultado.

### **Melhoras a serem implementadas:**

Na minha opinião, o assunto é muito amplo, a turma bastante diversificada e o tempo curto demais para abordar plenamente o assunto. Nas minhas aulas, meus alunos tinham muitas dúvidas e tive que ir relembando a cada momento um assunto já estudado.

Gostaria de ter me aprofundado mais no assunto, mas fiquei um pouco preocupada com o tempo em cumprir todas as atividades, como avaliações e recuperações.

Acho que os alunos só aprendem a fazer, fazendo. Passei alguns exercícios de fixação, como alguns problemas e foi só. Em geral, acho que o tempo foi curto.

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ  
COLÉGIO: INSTITUTO DE EDUCAÇÃO DEPUTADO LUIZ PINTO  
PROFESSOR: ROSILANE DINIZ DE SOUZA  
MATRÍCULA: 000962146-7  
SÉRIE: 9º ANO  
GRUPO: 5  
TUTOR (A): QUEDMA RAMOS DOS SANTOS

PLANO DE TRABALHO SOBRE  
POLÍGONOS REGULARES E ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

[Rosilane Diniz de Souza]  
[dinizrosi6@hotmail.com]

Introdução:

A Geometria Euclidiana estuda as figuras geométricas abstratas do plano e do espaço. No plano, a figura mais básica é o polígono. Uma definição provisória de polígono é dizer que ele é uma linha poligonal fechada sem auto-interseções.

Essas figuras têm inúmeras propriedades e aplicações, pois servem de base para a construção e estudo de outras figuras geométricas, do plano e do espaço, mais complexas.

Os Polígonos Regulares são bastante aplicados em várias situações práticas, como por exemplo, no revestimento de pisos ou paredes, em calçamento de ruas etc. Veremos a definição formal de polígono e suas propriedades fundamentais.

Os cálculos relacionados a áreas de figuras planas regulares são de certa forma realizados facilmente, devido às fórmulas matemáticas existentes. No caso de figuras como o triângulo, quadrado, retângulo, trapézios, losangos, paralelogramo entre outras, basta relacionarmos as fórmulas à figura e realizar os cálculos necessários.

O cálculo da área das figuras em geral é feito por meio da transformação de uma figura em uma outra de mesma área (equivalente), usando a composição e a decomposição.

É comum a dificuldade por parte de muitos alunos concernentes a interpretação de enunciados e utilização de raciocínio lógico, além da falta de interesse. Por isso, é extremamente importante mostrar em quais áreas (e/ou profissões) o tema estudado é utilizado e mostrar que eles têm capacidade de aprender e não simplesmente “gravar” como se faz isso ou aquilo. Basta um pouquinho de boa vontade!

Porém, tão importante quanto isto, é que o aluno compreenda o que isso significa.

2 - Estratégias adotadas no Plano de Trabalho:

Atividade 1:

- **Área de conhecimento:** Matemática
- **Estratégias e recursos da aula:**

## **Pré-requisitos:**

- Conceito de polígonos, elementos de um polígono, classificação de polígonos quanto à quantidade de lados ou de vértices.
- Polígonos, elementos dos polígonos, soma dos ângulos internos de um triângulo.
- Conceito de medida e unidade de medida. .
- Conceito de área de uma figura plana e cálculo da área de um triângulo, conceito de funções.
- Conceitos de área, área do quadrado, área do círculo, razão entre duas grandezas.

Tempo de Duração: 12 aulas

**Assuntos:** POLÍGONOS REGULARES E ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

Recursos Educacionais Utilizados:

**Material necessário:** Lápis, borracha, folha de atividades, régua, papel milimetrado ou quadriculado, calculadora e transferidor.

**Organização da turma:** Turma disposta em pequenos grupos (2/3 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo, com o intuito de trocar ideias. Depois exercícios, teste e trabalhos individuais.

## **Objetivos:**

- Obter o número de diagonais de um polígono;
- Obter a soma dos ângulos internos e a soma dos ângulos externos de um polígono convexo;
- Reconhecer um polígono regular como um polígono que tem lados congruentes e ângulos congruentes;
- Reconhecer os elementos notáveis de um polígono regular;
- Deduzir e calcular a área de um polígono regular;
- Aplicar a fórmula da área do polígono regular.

## **Descritores associados:**

- H06 – Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados e/ou pelos tipos de ângulos.
- H23 - Resolver problemas envolvendo a noção de perímetro de figuras planas, com ou sem malhas quadriculadas.

- H 26 - Resolver problemas envolvendo noção de área de figuras planas, com ou sem malhas quadriculadas.
- H39 –Estabelecer correspondência entre duas grandezas, a partir de uma situação-problema.
- H05 – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.

#### ATIVIDADES –

- 1) Folha de Atividades 1 – Roteiro de Ação 1  
- **O que é um Polígono Regular?**  
(folha impressa para cada aluno, desenvolvimento em dupla)
- 2) Folha de Atividades 2 – Roteiro de Ação 3  
- **Áreas e Perímetros com papel quadriculado**  
(folha impressa para cada aluno, desenvolvimento em dupla)
- 3) Exercícios de fixação do livro didático (trabalho em dupla feito em sala de aula)
- 4) Teste (individual)

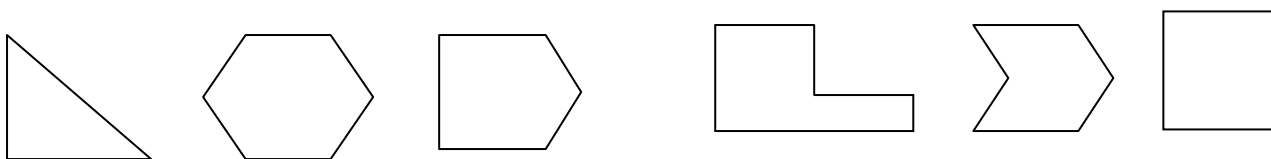
### DESENVOLVIMENTO

#### POLÍGONOS REGULARES E ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

#### POLÍGONOS:

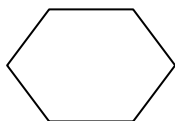
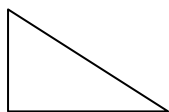
POLÍGONO é a reunião de uma linha fechada simples formada apenas por segmentos de reta com a sua região interna.

Vejamos, então, algumas figuras geométricas que são polígonos:



#### POLÍGONOS CONVEXOS E NÃO-CONVEXOS:

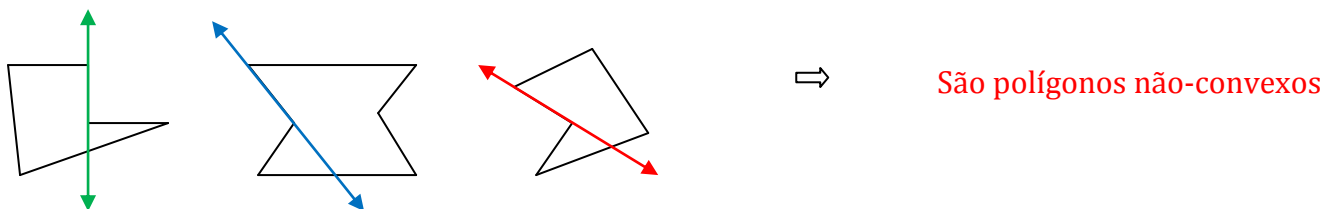
Quando a reunião interna de um polígono é convexa, temos um polígono convexo. Ex.:



São polígonos convexos

Um polígono é convexo se a reta que contém qualquer de seus lados deixa todos os demais lados no mesmo semiplano (em um dos dois semiplanos que ela determina)

Ao contrário, um polígono é côncavo se existe uma reta que contém um de seus lados e essa reta deixa parte dos demais lados em um semiplano determinado por ela e parte em outro.

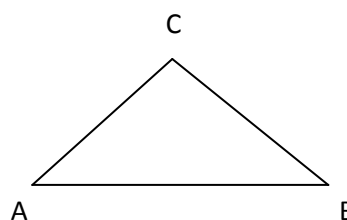


Iremos nos aprofundar apenas nos polígonos convexos.

## NOMES DOS POLÍGONOS:

Os segmentos  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  e  $\overline{BC}$  são lados do polígono.

Os pontos A, B e C são os vértices do polígono.



Como em qualquer polígono o número de ângulos é igual ao número de lados, os polígonos são geralmente nomeados a partir do número de lados. Alguns, por sua utilização mais frequente, têm nomes especiais. São eles:

NÚMERO DE LADOS OU DE ÂNGULOS	NOME DO POLÍGONO	NÚMERO DE LADOS OU DE ÂNGULOS	NOME DO POLÍGONO
3	TRIÂNGULO	9	ENEÁGONO
4	QUADRILÁTERO	10	DECÁGONO
5	PENTÁGONO	11	UNDECÁGONO
6	HEXÁGONO	12	DODECÁGONO
7	HEPTÁGONO	15	PENTADECÁGONO
8	OCTÓGONO	20	ICOSÁGONO

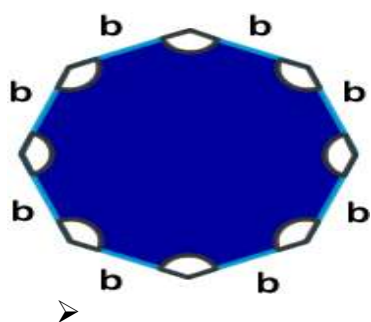
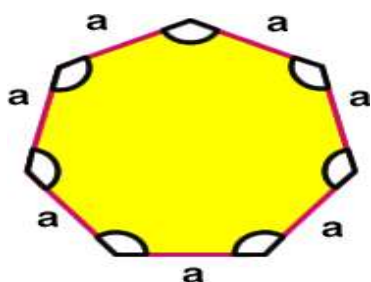
## OBSERVAÇÕES:

- A palavra “*polígono*” é formada por dois termos gregos: “*poli*”, que significa “*vários*”, “*muitos*”; e “*gono*”, que significa “*ângulo*”. Assim, polígono significa “**vários ângulos**”.
- Há dois polígonos da tabela ao lado que não utilizam o termo “gono” em seus nomes: triângulo e quadrilátero.
- Há polígonos que não possuem nomes especiais, como o polígono de 13 lados, o de 19 lados e o de 25 lados, por exemplo.

## POLÍGONOS REGULARES

Um Polígono Regular é todo polígono Convexo que deve ter duas características:

- 1) Todos os seus lados têm a mesma medida (ou seja, são congruentes) e
- 2) Todos os seus ângulos internos têm a mesma medida (ou seja, são congruentes).



Caso ocorra de um Polígono Convexo ter qualquer uma das seguintes características será denominado Polígono Irregular:

- a) Pelos menos 2 de seus lados têm medidas diferentes;
- b) Pelos menos 2 de seus ângulos internos têm medidas diferentes.

➤ É PROPRIEDADE de todos os polígonos regulares de  $N$  lados:

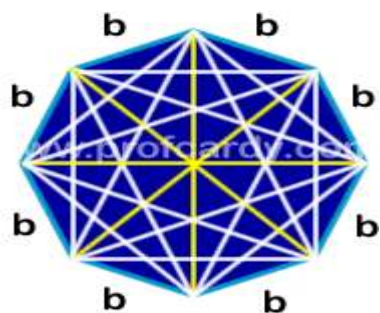
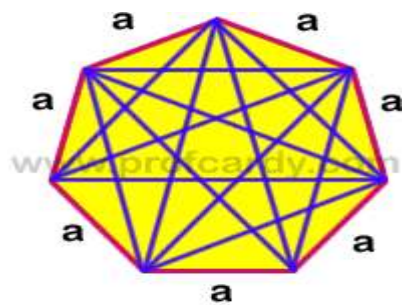
I) Se o número de lados for PAR, exatamente  $N/2$  diagonais passam pelo centro do polígono.

II) Se o número de lados for ÍMPAR, nenhuma das suas diagonais passam pelo centro do polígono.

Exemplos:

O primeiro polígono é um heptágono (7 lados) e nenhuma das suas diagonais passa pelo centro.

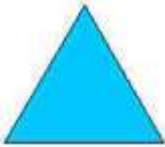

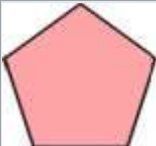


O segundo polígono é um octógono (8 lados) e 4 das suas diagonais passam pelo centro.



### Soma dos Ângulos Internos de um Polígono Regular

Polígonos são regiões limitadas por segmentos de reta. O encontro dos segmentos de reta formam os vértices e os ângulos da figura. O polígono mais simples é o triângulo, que possui três lados, três vértices e três ângulos.

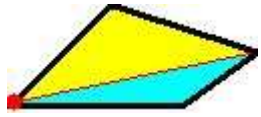
Veja a tabela com os dados de alguns polígonos regulares.

	Lados	Ângulos	Vértices	Figura
Triângulo	3	3	3	
Quadrilátero	4	4	4	
Pentágono	5	5	5	
Hexágono	6	6	6	
Heptágono	7	7	7	

Em um polígono, quanto maior o número de lados, maior a medida dos ângulos internos.

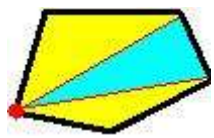
Considerando as diagonais traçadas por apenas um dos vértices de um polígono, é possível perceber que elas formam triângulos. Conforme aumentamos os lados de um polígono, a quantidade de triângulos aumenta, vejamos:

Em um quadrilátero conseguimos formar 2 triângulos.



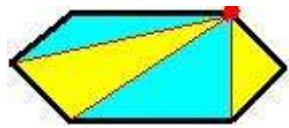
Considerando que em cada triângulo a soma dos ângulos internos iguais é  $180^\circ$ , então a soma dos ângulos internos de qualquer quadrilátero será  $2 * 180^\circ = 360^\circ$ .

Em um polígono de cinco lados (pentágono) formamos 3 triângulos.



Dessa forma, temos que a soma dos ângulos internos de um pentágono é  $180^\circ * 3 = 540^\circ$

Em um polígono de seis lados (hexágono) formamos 4 triângulos.



Portanto, a soma dos ângulos internos é dada por  $4 * 180^\circ = 720^\circ$ .

Percebemos que a diferença do número de triângulos formados e o número de lados dos polígonos é sempre 2, então concluímos que:

$$n = 3 ; Si = (3 - 2) * 180^\circ = 1 * 180^\circ = 180^\circ$$

$$n = 4 ; Si = (4 - 2) * 180^\circ = 2 * 180^\circ = 360^\circ$$

$$n = 5 ; Si = (5 - 2) * 180^\circ = 3 * 180^\circ = 540^\circ$$

$$n = 6 ; Si = (6 - 2) * 180^\circ = 4 * 180^\circ = 720^\circ$$

$$n = n ; Si = (n - 2) * 180^\circ$$

Portanto, a soma dos ângulos internos de qualquer polígono será calculada através da expressão:

$$Si = (n - 2) * 180^\circ$$

Caso queira calcular o valor de cada ângulo interno, basta dividir a soma dos ângulos internos pelo número de lados do polígono. Mas vale lembrar que esta fórmula abaixo só deve ser utilizada em polígonos regulares, pois



estes possuem os ângulos internos iguais.

$$ai = Si / n$$

### *Soma dos ângulos externos de um polígono regular*

A soma dos ângulos externos de qualquer polígono convexo, independentemente da quantidade de lados, é igual a  $360^\circ$ .

Obs.: A soma de um ângulo interno com o seu respectivo externo é igual a  $180^\circ$ , isto é, eles são suplementares.

#### ➤ Exemplo 1:

Qual é a soma dos ângulos internos de um heptágono regular?

O heptágono possui 7 lados.

$$S = (n - 2) * 180^\circ$$

$$S = (7 - 2) * 180^\circ$$

$$S = 5 * 180^\circ$$

$$S = 900^\circ$$

A soma dos ângulos internos de um heptágono é  $900^\circ$ .

#### ➤ Exemplo 2:

Qual a soma dos ângulos internos de um icoságono (20 lados)?

Aplicando a fórmula:

$$S = (n - 2) * 180^\circ$$

$$S = (20 - 2) * 180^\circ$$

$$S = 18 * 180^\circ$$

$$S = 3240^\circ$$

A soma dos ângulos internos de um icoságono é  $3240^\circ$ .

Podemos utilizar a fórmula da soma dos ângulos internos para calcular o número de lados de qualquer polígono, desde que a soma dos ângulos internos seja dada.

#### ➤ Exemplo 3:

Quantos lados possui um polígono cuja soma dos ângulos internos é igual a  $2340^\circ$ ?

$$S = (n - 2) * 180^\circ$$

$$2340^\circ = (n - 2) * 180^\circ$$

$$2340^\circ = 180n - 360^\circ$$

$$2340 + 360 = 180n$$

$$2700 = 180n$$

$$180n = 2700$$

$$n = 2700/180$$

$$n = 15$$

O polígono possui 15 lados.

➤ Exemplo 4:

Quanto mede o ângulo externo do hexágono?

O hexágono possui seis lados, então:

$$a_i = 360^\circ / 6$$

$$a_i = 60^\circ$$

Cada ângulo externo de um hexágono mede  $60^\circ$ .

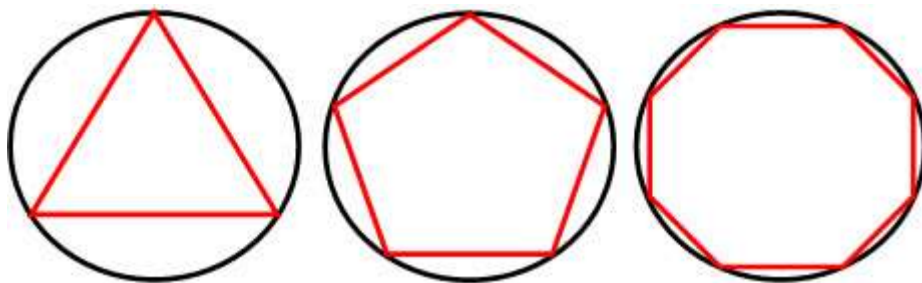
### Polígonos Inscritos e Circunscritos

Na geometria costumamos relacionar algumas figuras, entre elas a circunferência e os polígonos. As duas propriedades seguintes pertencem a essa relação:

- Qualquer polígono regular é inscritível em uma circunferência.
- Qualquer polígono regular é circunscritível a uma circunferência.

Temos que polígonos regulares são figuras em que todos os seus lados e todos os seus ângulos são congruentes, isto é, possuem medidas iguais. Observe alguns polígonos inscritos e circunscritos a seguir:

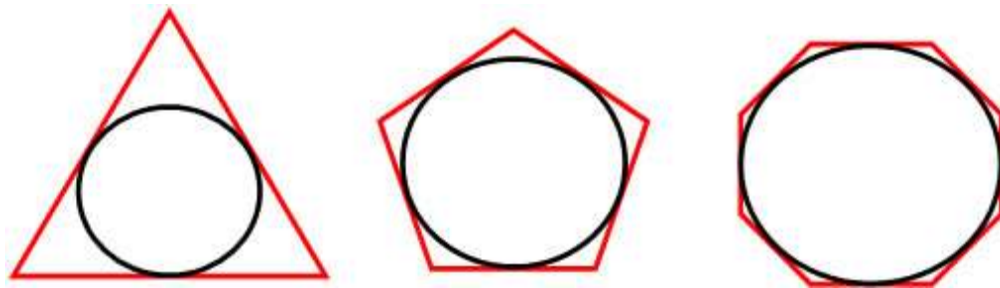
#### Polígonos regulares inscritos:



No caso dos polígonos inscritos apresentados, observe que o vértice de cada polígono é tangente à circunferência. Esse ponto de tangência divide a circunferência em partes iguais, as quais recebem o nome de arco de circunferência. O triângulo inscrito divide a circunferência em 3 arcos de comprimentos iguais, o pentágono em 5 arcos iguais e o octógono em 8 arcos iguais. Cada segmento de reta que forma o lado do polígono é considerado uma corda da circunferência.

***O polígono é inscritível somente se existe um ponto O igualmente distante de todos os vértices do polígono.***

#### Polígonos regulares circunscritos:



Quando uma circunferência é tangente a todos os lados de um polígono, dizemos que o polígono é circunscritível a essa circunferência. Nesse caso, a circunferência está inscrita no polígono.

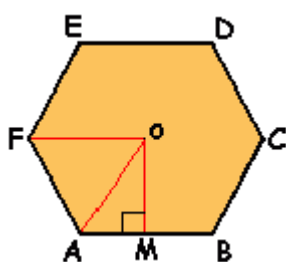
Nos exemplos acima, o triângulo tem os três lados tangentes à circunferência: o triângulo está circunscrito à circunferência (ou ao círculo); o pentágono tem os cinco lados tangentes à circunferência, ou seja, o pentágono está circunscrito à circunferência (o centro da circunferência dista igualmente dos cinco lados do pentágono); O octógono tem os oito lados tangentes à circunferência, ou seja, o octógono está circunscrito à circunferência.

Podemos notar que:

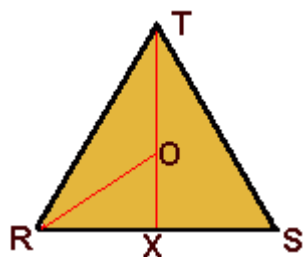
**Um polígono é circunscritível somente se existe um ponto  $O$  igualmente distante de todos os lados do polígono.**

### Elementos Notáveis de um Polígono Regular

- **Centro** do polígono é o centro comum às circunferências inscrita e circunscrita.
- **Raio** da circunferência circunscrita é a distância do centro do polígono até um dos vértices.
- **Raio** da circunferência inscrita é o apótema do polígono, isto é, a distância do centro do polígono ao ponto médio de um dos lados.
- **Ângulo central** é o ângulo cujo vértice é o centro do polígono e cujos lados contém vértices consecutivos do polígono.



Apótema:  $OM$ ,  
Raios:  $OA, OF$   
Ângulo central:  $AOF$



Apótema:  $OX$ ,

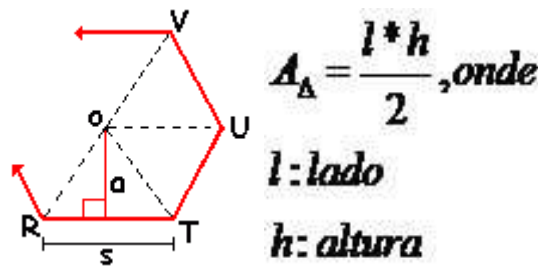
Raios: OR,OT  
Ângulo central: ROT

Medida do ângulo central de um polígono com n lados é dada por  $360/n$  graus.

Por exemplo, o ângulo central de um hexágono regular mede 60 graus e o ângulo central de um pentágono regular mede  $360/5=72$  graus.

### Áreas de um Polígono Regular

Todo polígono regular pode ser inscrito em uma circunferência. Ao decompor esse polígono notamos várias regiões triangulares, então se o polígono for decomposto em n triângulos basta calcularmos sua área e multiplicarmos pelo número de triângulos.



Assim, a fórmula para o cálculo da área da região poligonal regular será dada pela metade do produto da medida do apótema  $a$  pelo perímetro  $P$ , isto é:

$$A = \frac{a \times \text{Perímetro}}{2}$$

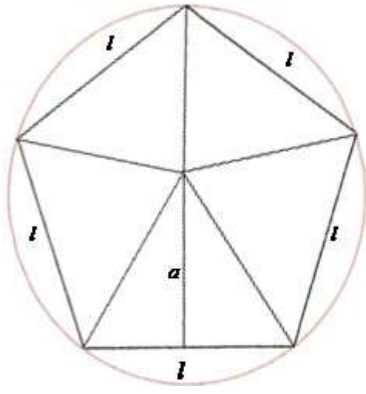
Obs.: O número de lados da figura é igual ao número de triângulos que compõem a figura.

No pentágono inscrito abaixo podemos notar que a altura de cada triângulo que o compõe corresponde ao apótema do polígono, podemos substituir a altura  $h$  pelo apótema  $a$ , na expressão que calcula a área de cada triângulo:

$$A_A = \frac{l \cdot a}{2}$$

Para calcular a área total basta multiplicarmos a expressão da área de cada triângulo pelo perímetro do polígono e dividir por dois como demonstra a expressão:

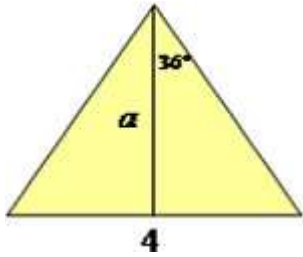
$$A_T = \frac{P \cdot a}{2}$$



➤ Exemplo:

Vamos calcular a área de um pentágono regular, onde cada lado mede 4m.

Já vimos que o pentágono é formado por cinco triângulos e vale lembrarmos que em qualquer polígono a soma dos ângulos externos é sempre igual a  $360^\circ$ . Para calcularmos o apótema deste triângulo devemos recorrer à relação trigonométrica tangente. Veja que o apótema divide a base em duas partes iguais.



$$\operatorname{tg} = \frac{CO}{CA}$$

$$\operatorname{tg} 36^\circ = \frac{2}{a}$$

$$0,727 = \frac{2}{a}$$

$$a = \frac{2}{0,727}$$

$$a = 2,75$$

$$A = \frac{aP}{2}$$

$$A = \frac{2,75 \cdot 20}{2}$$

$$A = \frac{55}{2}$$

$$A = 27,5 \text{ m}^2$$

A área total de um pentágono cujo lado mede 4 metros é de  $27,5 \text{ m}^2$ .

## Área de Figuras Planas

### ➤ *Unidade de área*

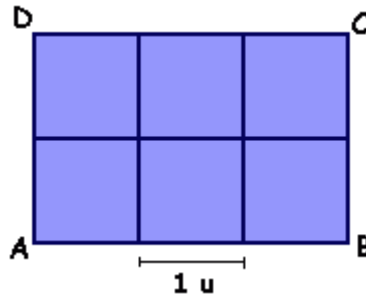
Para a unidade de medida de área, traçamos um quadrado cujo lado tem uma unidade de comprimento.

**1 unidade  
quadrada**

Esta unidade pode ser o metro, o centímetro, o quilômetro, etc.

### ➤ *Área do Retângulo*

A figura ao lado mostra o retângulo ABCD, que mede 3 unidades de comprimento e 2 unidades de altura. O segmento horizontal que passa no meio do retângulo e os segmentos verticais, dividem o retângulo em seis quadrados tendo cada um 1 unidade de área.



A área do retângulo ABCD é a soma das áreas destes seis quadrados. O número de unidades de área do retângulo coincide com o obtido pelo produto do número de unidades do comprimento da base AB pelo número de unidades da altura BC.

O lado do retângulo pode ser visto como a base e o lado adjacente como a altura, assim, a área A do retângulo é o produto da medida da base b pela medida da altura h.

$$A = b \times h$$

### ➤ *Área do quadrado*

Um quadrado é um caso particular de retângulo cuja medida da base é igual à medida da altura. A área do quadrado pode ser obtida pelo produto da medida da base por si mesma.

Esta é a razão pela qual a segunda potência do número x, indicada por  $x^2$ , tem o nome de quadrado de x e a área A do quadrado é obtida pelo quadrado da medida do lado x.

$$A = x^2$$

Exemplo: Obter a área do retângulo cujo comprimento da base é 8 unidades e o comprimento da altura é 5 unidades.

$$A = b \times h$$

$$A = (8u) \times (5u) = 40u^2$$

No cálculo de áreas em situações reais, usamos medidas de comprimento em função de alguma certa unidade como: metro, centímetro, quilômetro, etc...

Exemplo: Para calcular a área de um retângulo com 2 m de altura e 120 cm de base, podemos expressar a área em metros quadrados ou qualquer outra unidade de área.

Transformando as medidas em metros

Como  $h=2\text{m}$  e  $b=120\text{cm}=1,20\text{m}$ , a área será obtida através de:

$$A = b \times h$$

$$A = (1,20\text{m}) \times (2\text{m}) = 2,40\text{m}^2$$

Transformando as medidas em centímetros

Como  $h=2\text{m}=200\text{cm}$  e  $b=120\text{cm}$ , a área do retângulo será dada por:

$$A = b \times h$$

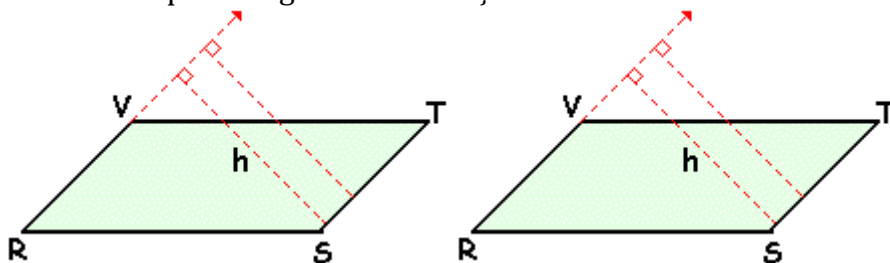
$$A = (120\text{cm}) \times (200\text{cm}) = 24000\text{cm}^2$$

### ➤ Área do Paralelogramo

Combinando os processos para obtenção de áreas de triângulos congruentes com aqueles de áreas de retângulos podemos obter a área do paralelogramo.

Qualquer lado do paralelogramo pode ser tomado como sua base e a altura correspondente é o segmento perpendicular à reta que contém a base até o ponto onde esta reta intercepta o lado oposto do paralelogramo.

No paralelogramo ABCD abaixo à esquerda, os segmentos verticais tracejados são congruentes e qualquer um deles pode representar a altura do paralelogramo em relação à base AB.

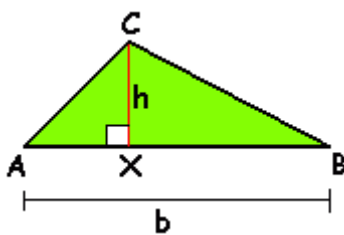


No paralelogramo RSTV acima à direita, os dois segmentos tracejados são congruentes e qualquer um deles pode representar a altura do paralelogramo em relação à base RV.

A área A do paralelogramo é obtida pelo produto da medida da base b pela medida da altura h, isto é,  **$A = b \times h$** .

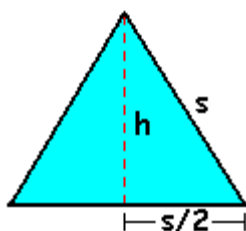
### ➤ Área do Triângulo

A área de um triângulo é a metade do produto da medida da base pela medida da altura, isto é,  **$A = b \cdot h / 2$** .



Exemplo:

Mostraremos que a área do triângulo equilátero cujo lado mede s é dada por  $A = s^2 R[3] / 2$ , onde  $R[z]$  denota a raiz quadrada de  $z > 0$ . Realmente, com o Teorema de Pitágoras, escrevemos  $h^2 = s^2 - (s/2)^2$  para obter  $h^2 = (3/4)s^2$  garantindo que  $h = R[3]s/2$ .



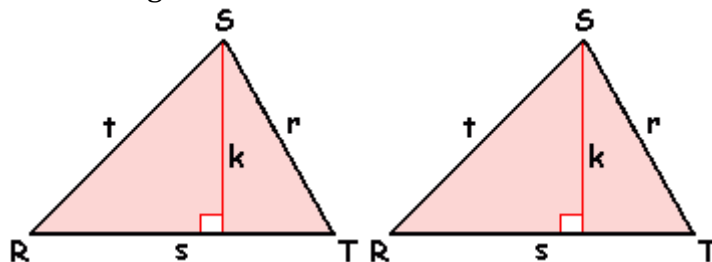
Como a área de um triângulo é dada por  $A=b.h/2$ , então segue que:

$$A = s \times R[3] s/2 = \frac{1}{2} R[3] s^2$$

Observação: Triângulos com bases congruentes e alturas congruentes possuem a mesma área.

### ➤ *Comparação de áreas entre triângulos semelhantes*

Conhecendo-se a razão entre medidas correspondentes quaisquer de dois triângulos semelhantes, é possível obter a razão entre as áreas desses triângulos.

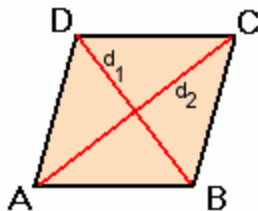


**Propriedade:** A razão entre as áreas de dois triângulos semelhantes é igual ao quadrado da razão entre os comprimentos de quaisquer dois lados correspondentes.

$$\frac{\text{Área de ABC}}{\text{Área de RST}} = \frac{a^2}{r^2} = \frac{b^2}{s^2} = \frac{c^2}{t^2}$$

### ➤ *Área do losango*

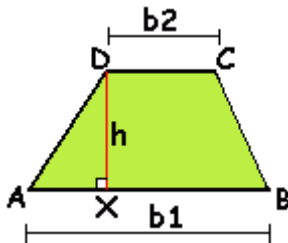
O losango é um paralelogramo e a sua área é também igual ao produto do comprimento da medida da base pela medida da altura.



A área do losango é o semi-produto das medidas das diagonais, isto é,  $A=(d1 \times d2)/2$ .

### ➤ *Área do trapézio*

Em um trapézio existe uma base menor de medida b1, uma base maior de medida b2 e uma altura com medida h.



A área A do trapézio é o produto da média aritmética entre as medidas das bases pela medida da altura, isto é,  $A=(b1+b2).h/2$ .

### ➤ *Área do Círculo*

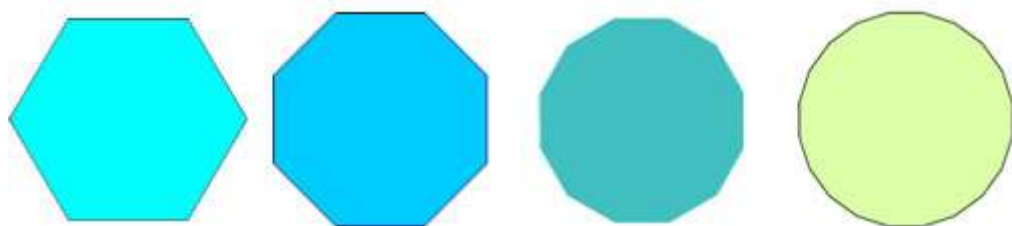


A área do círculo é diretamente proporcional ao raio, que é a distância entre o centro e a sua extremidade. Para calcularmos a área do círculo, utilizamos a expressão matemática que relaciona o raio e a letra grega  $\pi$  (pi), que corresponde a, aproximadamente, 3,14.

$$A = \pi * r^2$$

O círculo é determinado de acordo com o aumento do número de lados de um polígono. Quanto mais lados um polígono apresenta, mais ele se assemelha a um círculo.

Observe as figuras na seguinte ordem: hexágono (6 lados), octógono (8 lados), dodecágono (12 lados) e icoságono (20 lados).



### *Exemplo 1*

Determine quantos metros quadrados de grama são necessários para preencher uma praça circular com raio medindo 20 metros.



$$A = \pi * r^2$$

$$A = 3,14 * 20^2$$

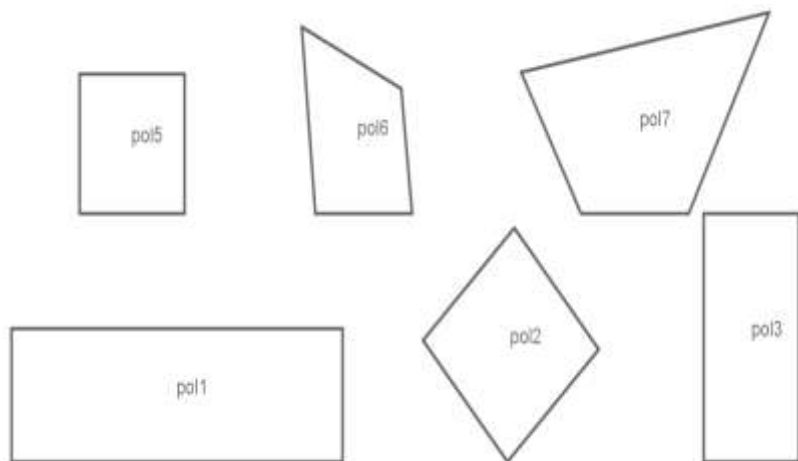
$$A = 3,14 * 400$$

$$A = 1256 \text{ m}^2$$

Serão necessários 1256 m<sup>2</sup> de grama.

Atividades – Polígono Regular

1. Observe as figuras a seguir.



2. Elas possuem algo em comum? O quê? \_\_\_\_\_

3. Seu professor entregou para o seu grupo um material feito de palitos. Consideraremos esse material como sendo um polígono. Observe os polígonos e nomeie-os de acordo com a quantidade de lados (triângulo, quadrilátero, pentágono, hexágono, heptágono).

4. Para cada um dos polígonos, é correto afirmar que os lados possuem a mesma medida?

( Se necessário, utilize uma régua para medir os lados. Mas esteja atento! Não estamos interessados no tamanho dos lados, apenas queremos saber se todos os lados são do mesmo tamanho).

5. Pegue o triângulo e tente “deformá-lo”, sem desmontá-lo ou destruí-lo. E aí conseguiu? Agora tente fazer o mesmo com o outro polígono. E agora, conseguiu? \_\_\_\_\_

6. O triângulo é uma figura rígida, ou seja, não conseguimos deformá-lo. Por isso, usamos triângulos na construção civil para garantir a estabilidade: você já reparou no portão de algumas casas ou de algumas escolas? Certamente ele tem uma ripa na diagonal! Qual a função dessa diagonal? \_\_\_\_\_

(Outros polígonos não têm essa propriedade e, por isso, podem ser deformados).

7. Meça os ângulos internos do triângulo. Se preferir, pegue uma folha de papel sem linhas e desenhe o triângulo, passando o lápis pela borda interna do triângulo formado por palitos. Feito isso, utilize o transferidor para medir os ângulos internos.

8. Você deve ter percebido que, no caso dos triângulos equiláteros, dado um tamanho de lado, temos um único triângulo possível de ser formado e que seus ângulos internos medem  $60^\circ$ .

9. Pegue agora o outro polígono. Você já constatou que todos os lados possuem a mesma medida, certo? \_\_\_\_\_  
Podemos afirmar o mesmo a respeito dos ângulos internos? \_\_\_\_\_

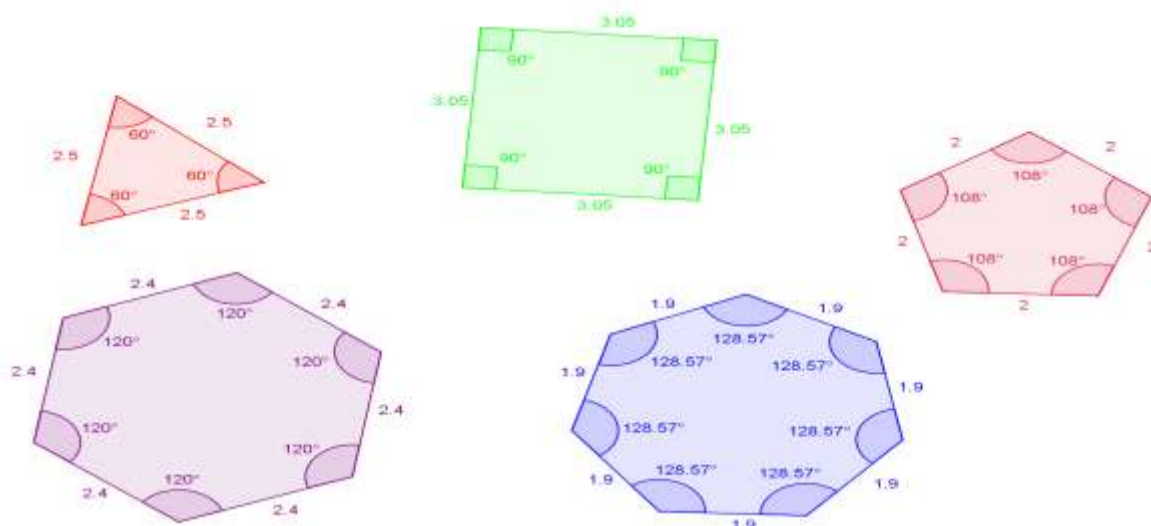
(Dica: deforme o polígono e veja o que acontece com os ângulos internos).

10. Você já deve ter percebido que, no caso do outro polígono, dado um tamanho de lado, podemos formar vários polígonos.  
Será que existe uma deformação que gera um polígono com todos os ângulos internos com exatamente a mesma medida?

---

11. Os polígonos que, além de possuírem a mesma medida dos lados, também possuírem a mesma medida dos ângulos internos, são chamados de **polígonos regulares**.

12. A seguir você vê cinco polígonos representados. Para cada um deles, estão indicadas as medidas dos lados (numa determinada unidade de medida) e as medidas dos ângulos internos. Observe-os.



13. E aí? Eles possuem algo em comum? \_\_\_\_\_

14. O quê? \_\_\_\_\_

15. O que seus colegas perceberam? Tentem chegar a uma conclusão.

Atividades – Áreas e Perímetros

1. Pegue uma folha de papel quadriculado, em anexo, desenhe e pinte três retângulos diferentes, de maneira que cada um deles contenha 24 quadradinhos inteiros. Observe se os retângulos desenhados pelos seus colegas são iguais aos seus.
2. Considere como unidade de perímetro (u.c.) o lado de um quadradinho desta folha e, como unidade de área (u.a.), a área de um quadradinho. Preencha a tabela com as áreas e os perímetros de cada retângulo desenhado anteriormente.

	<b>Área (u.a.)</b>	<b>Perímetro (u.c.)</b>
<b>Retângulo 1</b>		
<b>Retângulo 2</b>		
<b>Retângulo 3</b>		

3. Desenhe e pinte no papel quadriculado três figuras quaisquer que possuam área 12 u.a. e preencha a tabela com seus perímetros.

	<b>Área (u.a.)</b>	<b>Perímetro (u.c.)</b>
<b>Figura 1</b>	12	
<b>Figura 2</b>	12	
<b>Figura 3</b>	12	

4. Comparando as tabelas preenchidas nos itens b e c, o que você pode observar com relação a área das figuras e dos retângulos desenhados? E com relação aos perímetros?

---

---

5. Agora, desenhe e pinte três figuras quaisquer que tenham perímetro 30 u.c e descubra as suas áreas registrando esses valores na tabela abaixo.

	Área (u.a.)	Perímetro (u.c.)
Figura 1	12	
Figura 2	12	
Figura 3	12	

(Obs.: Será apagado esse nº 12 da tabela acima para fazer as cópias)

6. Os desenhos dos seus colegas são iguais aos seus? E as áreas das figuras desenhadas por eles?

---

---

## This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, evenly spaced squares formed by thin gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

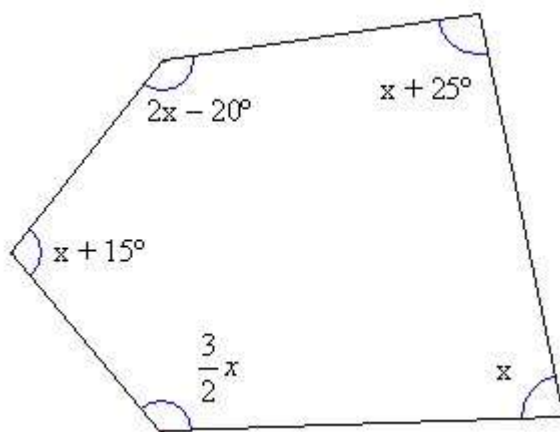
Turma: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

### EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

1) Quanto vale a soma dos ângulos internos de um dodecágono?

2) Qual o polígono que tem soma dos ângulos internos igual a  $3240^\circ$ ?

3) Ache o valor de  $x$  na figura:



4) Qual é a área de um losango que possui diagonais medindo 10 cm e 16 cm?

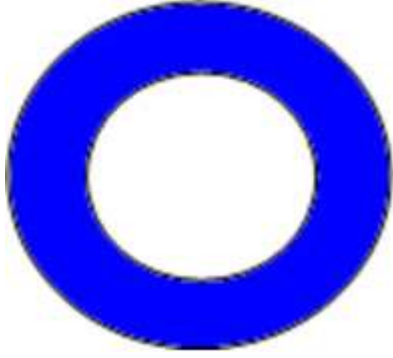
5) Calcular a área de cada quadrilátero indicado abaixo:

- a) Quadrado com lado medindo  $5\frac{1}{3}$  cm.
- b) Quadrado com perímetro 12 cm.
- c) Retângulo com comprimento 3 cm e perímetro 10 cm.
- d) Quadrado com perímetro 12 cm

6) Se um retângulo possui o comprimento igual ao quádruplo da largura e a área é igual a  $80 \text{ cm}^2$ , quais são as medidas de seus lados?

TESTE DE MATEMÁTICA

1 - Determine a área da região em destaque representada pela figura a seguir. Considerando que a região maior possui raio medindo 10 metros, e a região menor, raio medindo 3 metros.



a) Área da região com raio medindo 10 metros

b) Área da região com raio medindo 3 metros

c) Área da região em destaque

2- Deseja-se ladrilhar uma área no formato circular de 12 metros de diâmetro. Ao realizar o orçamento da obra, o pedreiro aumenta em 10% a quantidade de metros quadrados de ladrilhos, afirmando algumas perdas na construção. Determine quantos metros quadrados de ladrilhos devem ser comprados.



## Referências:

MEIER, CARDY, **O que é um Polígono Regular e o que é um Polígono Irregular?**

Disponível em: <http://www.profcardy.com/cardicas/tirateima.php?id=24>, acessado em 25/11/2012.

NOÉ, MARCOS, **Soma dos Ângulos Internos de um Polígono Regular**

Disponível em: <http://www.mundoeducacao.com.br/matematica/soma-dos-angulos-internos-um-poligono-regular.htm>, acessado em 25/11/2012.

NOÉ, MARCOS, **Soma dos Ângulos Internos de um Polígono Convexo**

Disponível em: <http://www.brasilescola.com/matematica/soma-dos-angulos-internos-externos-um-poligono-convexo.htm>, acessado em 25/11/2012.

NOÉ, MARCOS, **Polígonos Inscritos e Circunscritos**

Disponível em: <http://www.mundoeducacao.com.br/matematica/poligonos-inscritos-circunscritos.htm>, acessado em 25/11/2012.

NOÉ, MARCOS, **Área de um Polígono Regular**

Disponível em: <http://www.brasilescola.com/matematica/area-um-poligono-regular.htm>, acessado em 25/11/2012.

NOÉ, MARCOS, **Área do Círculo**

Disponível em: <http://www.brasilescola.com/matematica/area-circulo.htm>, acessado em 25/11/2012

NOÉ, MARCOS, **Área sob uma Curva**

Disponível em: <http://www.brasilescola.com/matematica/area-sob-uma-curva.htm>, acessado em 11/12/2012

FRANÇA, MICHELE V. D., **Polígonos convexos**

Disponível em: <http://educacao.uol.com.br/matematica/como-calculer-soma-angulos-internos.jhtm>, acessado em 26/11/2012

SCRIBD, **Geometria Plana: Exercícios de áreas de regiões poligonais**

Disponível em: <http://pt.scribd.com/doc/2972270/Matematica-Exercicios-Resolvidos-Geometria-Areas-I>, acessado em 26/11/2012

CURSO FORMAÇÃO CONTINUADA – SEEDUC: Roteiro de Ação 3

Disponível em: <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=39>, acessado em 25/11/2012.

JÚNIOR, J. R. G., CASTRUCCI, B. A Conquista da Matemática, São Paulo, Ed. FTD, 2009.

ANDRINI, A., VASCONCELLOS, M. J. Praticando Matemática, São Paulo, Ed. do Brasil, 2006.

BIANCHINI, E. Matemática 9º Ano, 6. ed., São Paulo, Ed. Moderna, 2006.

IEZZI, G., DOLCE, O., MACHADO, A., Matemática e Realidade, São Paulo, Ed. Atual, 2009.