

AVALIAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DO PLANO DE TRABALHO 2 – Geometria Analítica

Ana Claudia Corrêa Leal Gardengui
anaclaudiaclg@gmail.com

PONTOS POSITIVOS

Desenvolver este trabalho foi uma oportunidade de repensar as práticas utilizadas para ensinar o conteúdo. E sua aplicação proporcionou aos alunos um modo diferenciado de receber e perceber a Geometria.

Este plano de trabalho foi elaborado seguindo as orientações dos roteiros em ação elaborado pelo curso de formação continuada, utilizando o livro didático do aluno e aproveitando as informações compartilhadas nos fóruns.

PONTOS NEGATIVOS

Para acompanhar este curso de formação iniciei o bimestre com Polinômios e só depois apliquei a Geometria Analítica. Mas creio que se iniciasse com Geometria Analítica seria mais prático dando continuidade ao estudo do ponto e da reta realizado no 3º bimestre. Reforço a sugestão de inverter a ordem de aplicação dos conteúdos do quarto bimestre.

Os roteiros de ação são bem explicativos, isto tem contribuído grandemente para a minha pouca intimidade com o programa Geogebra. O espaço no laboratório da minha escola e a procura pelos aparelhos de mídias está cada vez maior entre os professores, este fato é positivo para a escola e para os alunos, mas acabou sendo também um complicador para a aplicação do meu plano.

Reservei a última semana antes do Conselho para uma revisão do bimestre, mas a prova do Saerj foi anulada e a nova data atrapalhou, sem contar com os exercícios de motivação que foram necessários trabalhar por parte dos professores, coordenadores e direção para que os alunos realizassem a Prova do Saerj pela segunda vez.

IMPRESSÕES DOS ALUNOS

Percebi que apenas no segundo bimestre com aulas diferenciadas, os alunos já aguardavam por uma aula que fosse além da sala de aula, ou no mínimo além do quadro com “pilot”.

Inicialmente falamos de retas que se interceptam, que nunca se interceptam ou que se coincidem usando elementos da própria sala de aula: grades da janela, ripas de P.V.C do rebaixamento de teto, linhas formadas pelos pisos. Estes exemplos foram valiosos, mas a presença do computador e do data show na sala de aula conseguiu enriquecer muito mais.

Ficou constatada a participação mais efetiva de todos e uma satisfação revelada por muitos.

ALTERAÇÕES - MELHORAS A SEREM IMPLEMENTADAS

Quanto à habilidade com o programa Geogebra, tenho tido progressos. O espaço no laboratório que já era um complicador, agora também conta com a disputa por um horário livre.

No meu plano de trabalho constam demonstrações com imagens e movimentos, mas os alunos só assistem, muito mais proveitoso seria se os alunos pudessem interagir com seu próprio computador.

Venho amadurecendo a idéia de adquirir um data show pessoal para o uso em sala de aula.

PLANO DE TRABALHO SOBRE Geometria Analítica

Ana Claudia Corrêa Leal Gardengui
anaclaudiaclg@gmail.com

1- Introdução

O objetivo deste plano de trabalho é dar significado ao estudo da Geometria analítica, levando o aluno ao reconhecimento das fórmulas e das propriedades através da visualização e da demonstração.

Os alunos são induzidos a concluir as fórmulas que indiquem as condições necessárias e suficientes para determinar pontos de intersecção de retas e posições relativas entre retas.

A proposta é que o aluno visualize a situação, mas que uma vez concluídas as condições eles a utilizem com a correta interpretação, entendendo que esta é a verdadeira Geometria Analítica.

Este trabalho faz uma ligação com o estudo da equação da reta, realizado no bimestre anterior e o utiliza como pré-requisito. Outros pré-requisitos são explorados como sistema de equações com duas incógnitas.

2- Desenvolvimento

Atividade 1- Identificar retas paralelas a partir de suas equações.

- **Habilidade relacionada:** Conhecendo a equação de duas retas o aluno deverá interpretar geometricamente os coeficientes destas retas, e interpretando as relações existentes entre esses coeficientes deverá concluir a posição que as retas se encontram: Paralelas, concorrentes ou coincidentes. Em caso de retas concorrentes deverá calcular as coordenadas do ponto de intersecção. Demonstrando assim a habilidade descrita na matriz do Saerj D9 – Relacionar a determinação do ponto de intersecção de duas ou mais retas com a resolução de um sistema de equações com duas incógnitas
- **Pré- requisito:** Calcular o coeficiente angular, dada a equação geral ou reduzida de uma reta; solucionar sistema de equações com duas incógnitas
- **Tempo de duração:** 100 minutos
- **Recursos Educacionais utilizados:** Quadro branco, computador com o programa PowerPoint e Geogebra, data show para projeção, livro didático, caderno e lápis.
- **Organização da turma:** Individual no momento da apresentação e introdução, podendo ser em grupo para a realização dos exercícios propostos.

Metodologia adotada:

Uma revisão sobre coeficiente angular é necessária, e acontece em sala de aula usando um notebook projetando no quadro branco com o auxílio de um data show

Com o programa PowerPoint foram projetados três slides com a definição e fórmulas para cálculo de coeficiente angular, intercalados com demonstrações no programa Geogebra.

Explicar a turma que iniciamos a Geometria no bimestre anterior, que já sabemos calcular a equação de uma reta dados dois pontos ou um ponto e o coeficiente angular, e que agora neste bimestre iremos estudar a relação que duas ou mais retas podem apresentar.

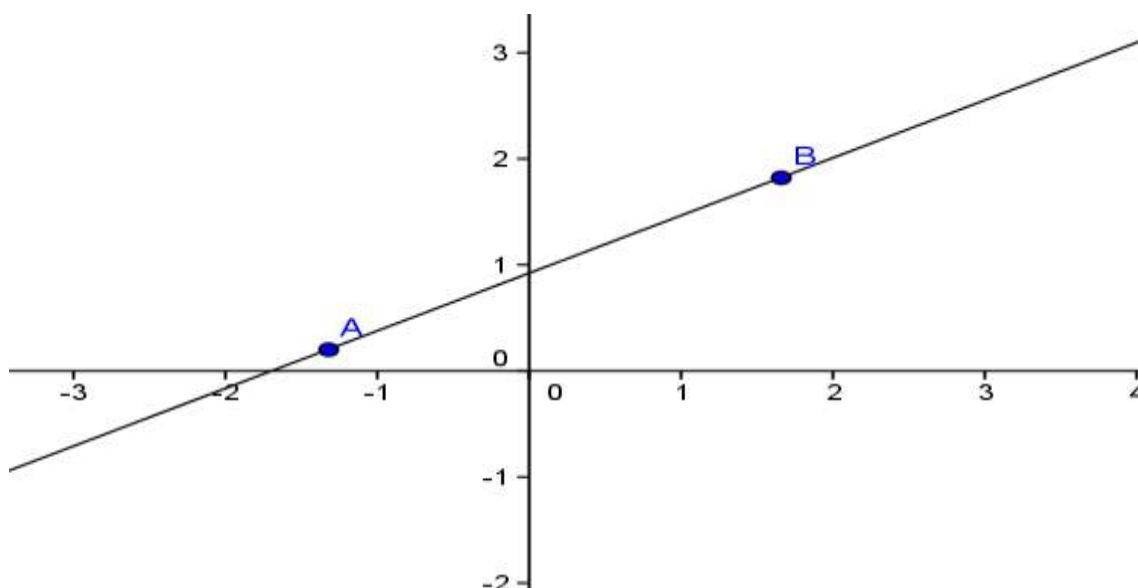
Inicia-se uma revisão de Coeficiente angular:

Slide 1

Coeficiente angular ou declividade de uma reta é o número real m definido por:

$$m = \operatorname{tg} \alpha$$

No programa Geogebra, selecionar reta definida por dois pontos, quando o segundo ponto é selecionado é possível movimentar a reta e o ângulo formado com o eixo x é a todo momento alterado. Assim é demonstrada a definição de coeficiente angular.



Neste momento é demonstrado

1. Uma reta com α agudo
2. Uma reta com α obtuso
3. Uma reta com $\alpha = 90^\circ$ paralela ao eixo y.
(como não existe tg de 90° , não é possível definir o coeficiente angular)
4. Uma reta com $\alpha = 0^\circ$ paralela ao eixo x

Slide 2

Cálculo de coeficiente angular m, dados dois pontos:

Sejam A (x_A, y_A) e B (x_B, y_B) dois pontos de uma reta.

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

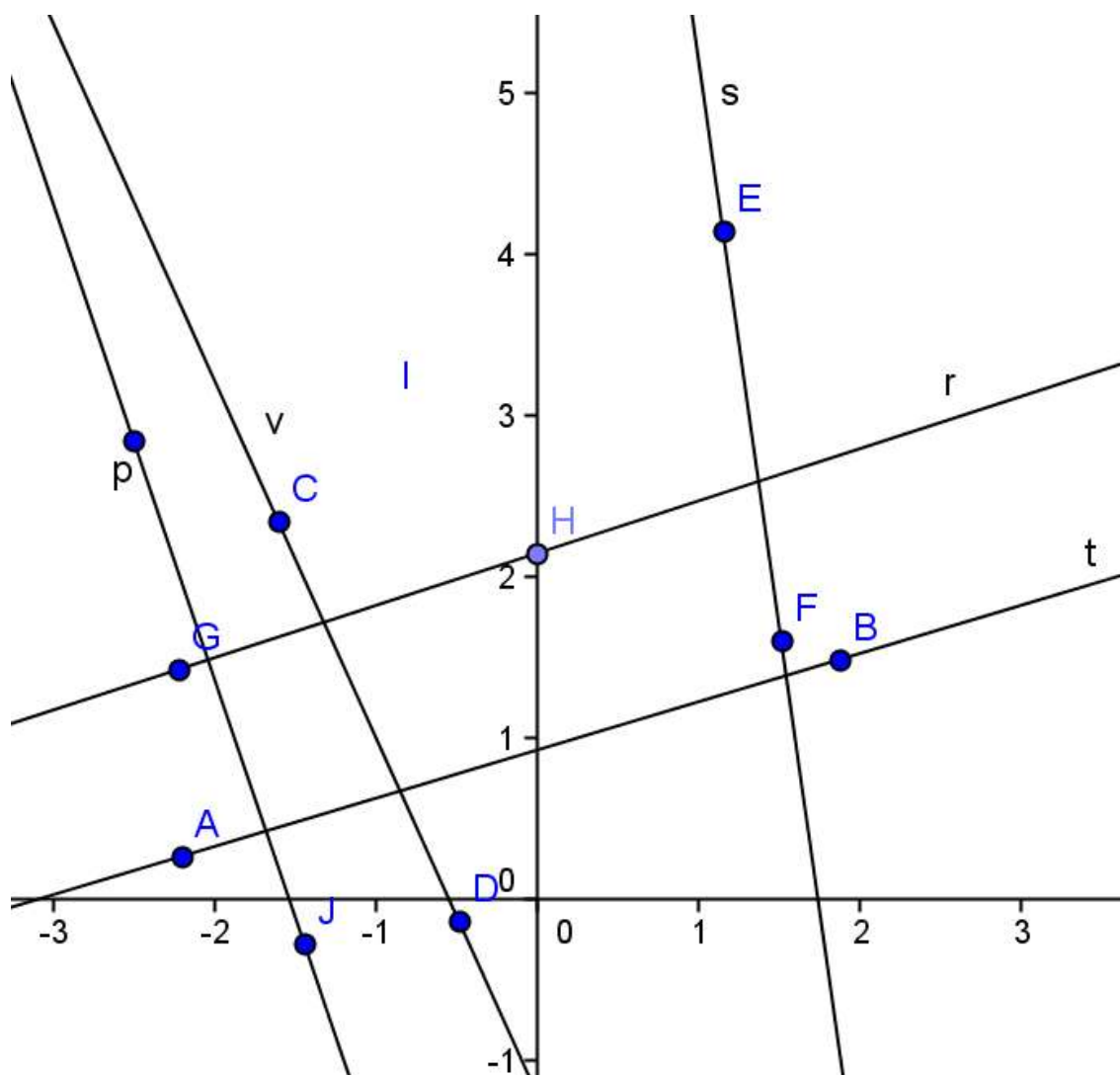
slide 3

Cálculo de coeficiente angular m conhecendo a equação da reta:

Equação geral: $ax + by + c = 0$ $m = -$

Equação reduzida: $y = -x + -$

As diferentes retas são traçadas, é solicitada a atenção sobre algumas retas se tocarem ou não.



São esperadas as seguintes conclusões:

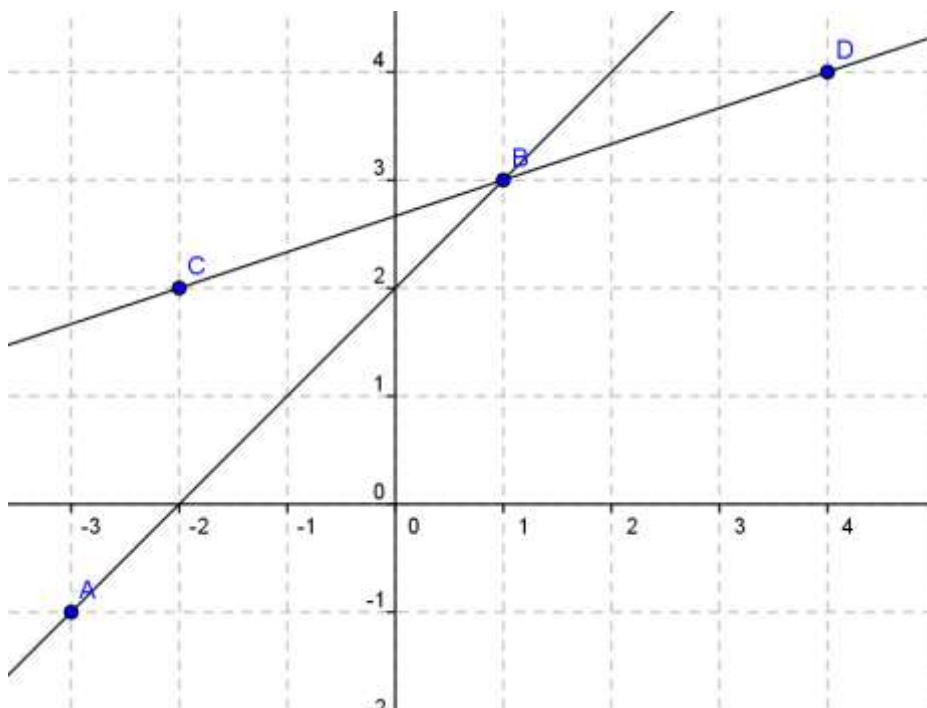
-Retas que se interceptam em um ponto:

r e v; r e p; r e s; t e s; t e v; t e p

- É esperado que os alunos afirmem que v e p; v e s; r e t não se tocam em nenhum ponto, este é o momento para esclarecer que uma reta é infinita, que visualizamos apenas um segmento desta reta e que afirmar que duas retas nunca se tocam, trata-se de retas paralelas, e que há um cálculo suficiente para esta conclusão. Um estudo mais detalhado sobre isso se dará na próxima aula.

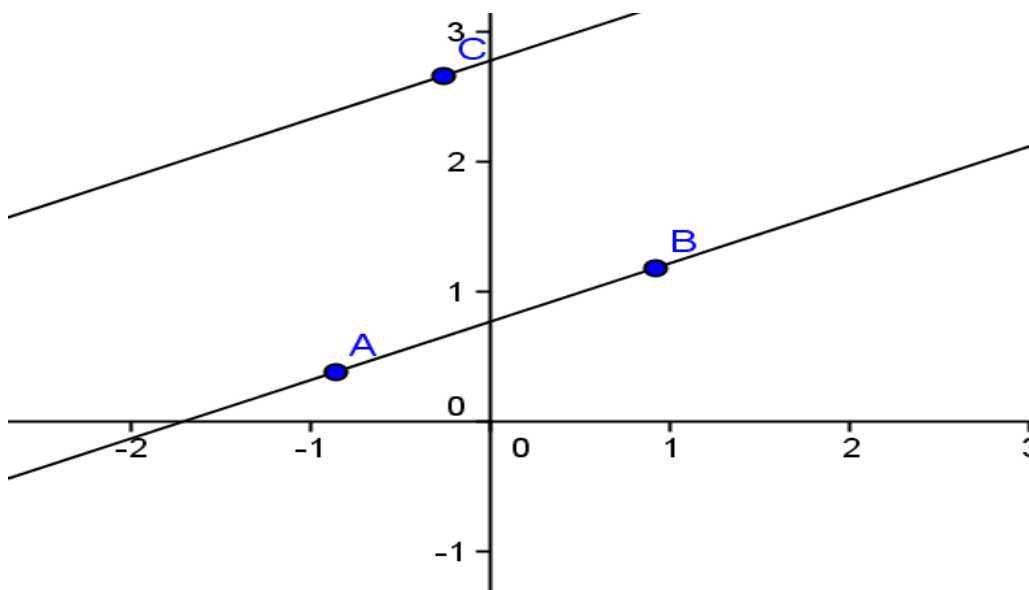
Resumindo as conclusões, duas retas podem

- 1- Se tocar em um único ponto (Retas concorrentes)



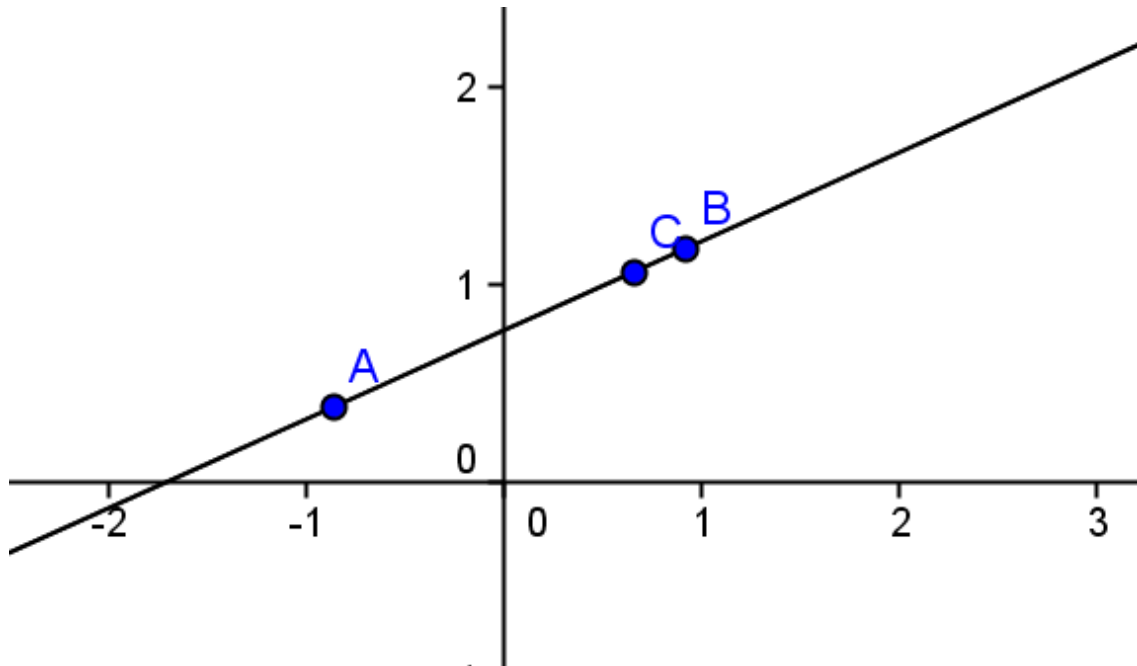
No programa Geogebra :seleciona-se reta definida por dois pontos.

- 2- Não se tocar em nenhum ponto (Retas paralelas)



Para essa demonstração, selecionar reta definida por dois pontos, selecionar novo ponto, selecionar retas paralelas, clicar no ponto na reta definida primeiramente. (Lembrar que estamos vendo as posições possíveis entre retas, mas que detalhadamente voltaremos a estudar cada uma delas)

3- Ter todos os pontos em comum (retas coincidentes)

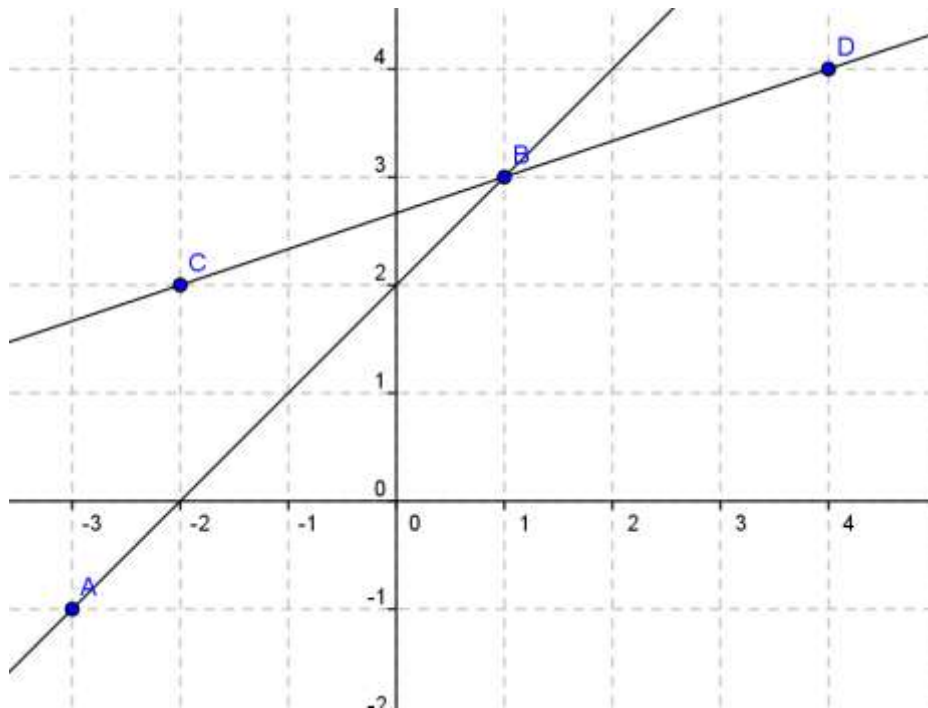


Para esta demonstração, projeta-se a tela com o exemplo de retas paralelas, clicando em movimento para sobrepor as retas.

Iniciamos o estudo das retas com :

1- Retas que se tocam em um único ponto (Retas concorrentes)

A tela que serviu como demonstração volta a ser projetada.



As seguintes perguntas são feitas:

- Qual é o ponto de intersecção das retas a e b ?

R: Ponto B.

- Quais as coordenadas desse ponto?

R: B (1, 3)

Estas respostas podem ser confirmadas com a exibição da janela de álgebra.

Objetos dependentes

a: $-x + y = 2$

b: $-x + 3y = 8$

Objetos livres

B (1, 3)

Chama-se a atenção para que, se o ponto B cujas coordenadas conhecemos pertence tanto a reta a quanto a reta b , então suas coordenadas satisfazem as duas retas.

Esta demonstração é proposta a turma e realizada no quadro.

$$A(1, 3) \quad x=1 \quad \text{e} \quad y=3$$

$$a: -x + y = 2$$

$$-1 + 3 = 2 \quad (V)$$

$$b: -x + 3y = 8$$

$$-1 + 3 \cdot 3 = 8$$

$$-1 + 9 = 8 \quad (V)$$

Agora a seguinte questão é induzida. Se as coordenadas do ponto de intersecção não fossem reveladas e encontrá-las fosse nosso objetivo, como deveríamos proceder?

Espera-se que os alunos concluam que devemos resolver o sistema formado pelas equações das duas retas.

A página 32 do livro didático consta a seguinte definição onde é sugerido que destaquem.

O ponto $P(x_p, y_p)$ de intersecção de duas retas concorrentes r e s pertencem evidentemente a cada uma das retas e, por esse motivo, suas coordenadas devem satisfazer as equações de ambas as retas ao mesmo tempo.

As duas retas constituem um sistema de duas equações lineares e duas incógnitas (x_p, y_p) o qual, resolvido, fornece as coordenadas do ponto de intersecção.

Agora considerando que desconhecemos as coordenadas do ponto B. Vamos resolver o sistema formado pelas equações das duas retas que se tocam.

Resolver sistema de equação é um pré-requisito utilizado em todos os bimestres da 3ª série, mas ainda é um assunto digno de cuidados ao ser abordado, por isso passo a passo este sistema é resolvido.

A solução correta deste sistema nos fornecerá os valores $x = 1$ e $y = 3$. Os alunos são chamados a conferir este resultado na janela de álgebra.

Depois de realizar estas demonstrações, de induzir o aluno a chegar a conclusão definidas, **EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO** são propostos.

Os exercícios selecionados se encontram na página 33 3 34 do livro didático, eles abordam. Determinação do ponto de intersecção entre retas, Determinação de coeficiente de uma reta que se apresenta em forma de letra, conhecendo uma segunda reta e o ponto de intersecção entre elas.

Cada aluno realiza seu exercício podendo consultar seus colegas, orientações são oferecidas individualmente. A aula se encerra com as devidas correções.

Atividade 2-

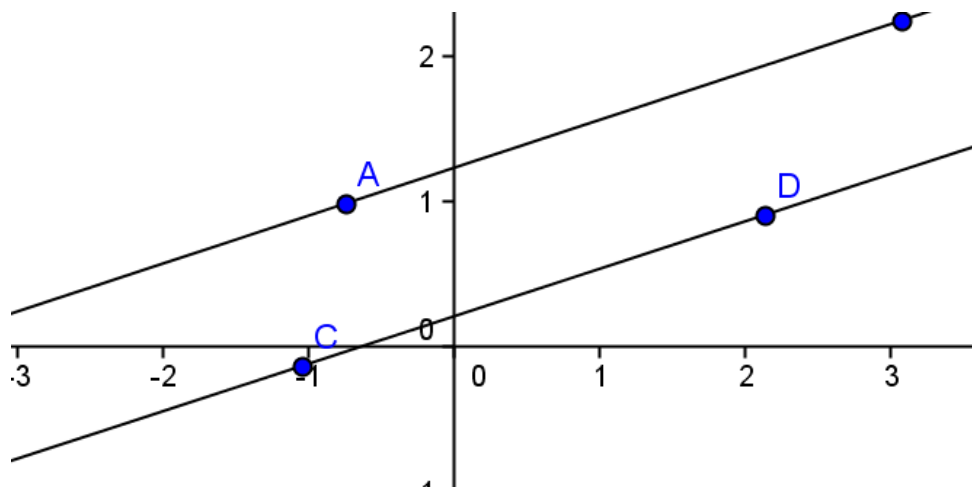
- **Habilidade relacionada:** Estendendo as habilidades relacionadas com a atividade da aula anterior o aluno deverá calcular o coeficiente angular de uma reta segundo sua equação reconhecer a condição necessária para afirmar que duas retas são paralelas. Demonstrando assim a habilidade descrita na matriz do Saerj D7 – Interpretar geometricamente os coeficientes da equação de uma reta.
- **Pré-requisito:** Cálculo do coeficiente angular de uma reta dada sua equação.
- **Tempo de duração:** 100 minutos
- **Recursos Educacionais utilizados:** Data-show, computador com o programa Geogebra, PowerPoint, Livro Didático, caneta, lápis RESUMO/EXPLICAÇÕES, quadro.
- **Organização da turma:** Individual no momento da apresentação de conteúdos, podendo ser em duplas para a realização dos exercícios de fixação.
- **Metodologia adotada:**

Em sala de aula com o computador com o programa Geogebra e PowerPoint e um data show para projeção no quadro branco. É feita uma recapitulação da aula anterior onde as posições entre duas retas foram apresentadas.

Lembra-se que estudamos a situação em que duas retas se interceptam em um ponto, e que nesta aula iremos ver a situação em que as retas não se tocam em nenhum ponto.

Retas que não se tocam em nenhum ponto (Retas paralelas)

Estas demonstrações são feitas primeiramente com retas aleatórias na opção – retas definidas por dois pontos.



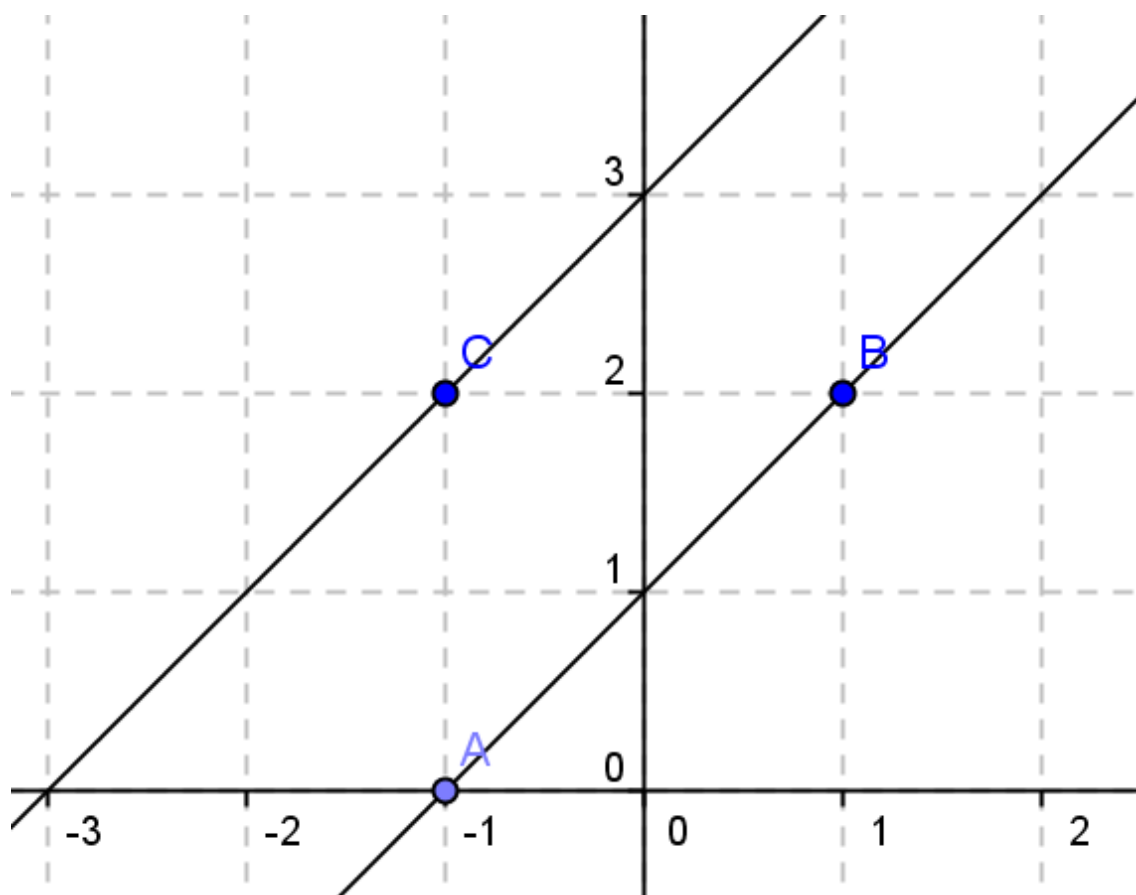
Chamar a atenção para que se duas retas são paralelas a distância entre elas será sempre constante, e que se uma delas descumprir a inclinação inicial elas irão se tocar em um ponto deixando de ser em exemplo de retas paralelas.

Este contra-exemplo serve para despertar que em geometria não podemos confiar naquilo que achamos, existem as demonstrações e as condições necessárias e suficientes, e que estamos nesta aula a procura delas.

Voltando a uma nova janela do programa Geogebra, vamos agora demonstrar retas paralelas.

Selecionar reta definida por dois pontos, selecionar novo ponto, selecionar retas paralelas, clicar no ponto na reta definida primeiramente.

A janela de visualização irá exibir:



Pedir que analisem a janela de álgebra e indiquem o que observaram.

Janela de álgebra

a: $-x + y = 1$

b: $-x + y = 3$

Espera-se que concluam que as retas possuem os mesmos coeficientes angulares.

Para uma confirmação, a janela de visualização anterior é mostrada novamente, o que observa é o seguinte:

Janela de álgebra

a: $-1,26x + 3,82y = 4,68$

b: $-0,04x + 3,18y = 0,64$

É solicitado que os alunos abram seus livros na página 43, simultaneamente no PowerPoint é projetado um slide com a definição de condição de paralelismo encontrada nesta página, os alunos são instruídos a destacar esta definição.

Condição de paralelismo entre duas retas

Duas retas paralelas formam com o eixo das abscissas ângulos congruentes; assim, se ambas possuem coeficientes angulares, estes são iguais.

Em linguagem matemática

$$m_r = m_s \leftrightarrow r // s$$

Realizadas as demonstrações, e uma vez concluídas as condições de paralelismo entre duas retas, **EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO** são propostos.

Ainda na página 43, dois exemplos são realizados no quadro para apreciação dos alunos.

Os exercícios selecionados se encontram na página 46 do livro didático, eles abordam. A verificação se duas retas são ou não paralelas; A determinação de um coeficiente de uma reta conhecendo o seu coeficiente angular e a equação de uma reta paralela a esta primeira.

Cada aluno realiza seu exercício podendo consultar seus colegas, orientações são oferecidas individualmente. A aula se encerra com as devidas correções.

Avaliação:

Avaliações realizadas com os alunos

O desenvolvimento das atividades propostas neste plano serviu para medir o grau de interesse, de integração e também as dificuldades apresentadas. Contribuiu também para uma prévia elaboração da avaliação quantitativa.

Tendo esta análise e consideração, preparei as seguintes avaliações.

A orientação da Seeduc é de aplicar no mínimo três instrumentos de avaliação e dando continuidade a um ritmo condicionado desde o primeiro bimestre dividi a avaliação em três etapas, com uma única diferença de que neste bimestre os alunos realizam a Prova do Saerj, com avaliadores diferentes de seus professores, e as provas são recolhidas e enviadas para o órgão realizador.

1ª ETAPA DE AVALIAÇÃO: Trabalho individual

- Aborda os seguintes descritores presentes no currículo mínimo D9 – Relacionar a determinação do ponto de intersecção de duas ou mais retas com a resolução de um sistema de equações com duas incógnitas. D7 – Interpretar geometricamente os coeficientes da equação de uma reta.
- **Valor atribuído:** 2 pontos
- **Tempo de duração:** 100 minutos
- **Recursos Educacionais utilizados:** todo material utilizado em aulas, Livro Didático, caderno, resumos.
- **Organização da turma:** Os alunos formam grupos de no máximo 5 alunos,
- **Metodologia adotada:** todos podem pesquisar dentro do limite do grupo, mas foi esclarecido que o trabalho era individual, o grupo serve apenas para ampliar a

consulta. Cada um deve entregar sua própria folha com resultados e a nota também é individual.

2ª ETAPA DE AVALIAÇÃO: Teste individual

- Aborda os seguintes descritores presentes no currículo mínimo D9 – Relacionar a determinação do ponto de intersecção de duas ou mais retas com a resolução de um sistema de equações com duas incógnitas. D7 – Interpretar geometricamente os coeficientes da equação de uma reta.
- **Valor atribuído:** 3 pontos
- **Tempo de duração:** 100 minutos
- **Recursos Educacionais utilizados:** Realização das questões propostas sem qualquer fonte de consulta
- **Organização da turma:** individualmente

3ª ETAPA DE AVALIAÇÃO: Prova individual

- Aborda os mesmos itens citados nas avaliações anteriores além de condição de paralelismo, não citado neste plano de trabalho mas trabalhado de forma comprometida com os alunos.
- **Valor atribuído:** 5 pontos
- **Tempo de duração:** 100 minutos

- **Recursos Educacionais utilizados:** Sem nenhuma consulta

- **Organização da turma:** individualmente

A recuperação bimestral, que é um direito para os alunos que não alcançam nota bimestral igual ou maior que cinco, e como deve ser aplicada paralelamente as aulas, os demais alunos realizam uma atividade (não avaliativa).

O quarto bimestre merece uma atenção especial no item avaliação, temos os alunos que conquistam aprovação bimestral, mas que não somam 20 pontos na soma anual. Para esses alunos e atendendo uma solicitação da secretaria de educação em um pré-conselho realizada no início do 4º bimestre. Uma segunda chance de recuperação será realizada depois de duas aulas de reforço.

Avaliação do Plano de Tarefa.

Os alunos já experimentaram uma aula com demonstrações com recursos tecnológicos. E este plano de trabalho possibilitou uma inovação na metodologia, ao mesmo tempo que atendeu as expectativas dos alunos em receber mais uma aula diferenciada.

Pensando nas dificuldades que encontrei na ida ao laboratório, já preparei as aulas para dentro de sala de aula, mas ficou evidente que os alunos gostariam de ter participado mais ativamente.

As aulas foram articuladas de um modo que se encaixava com a aula anterior. Apenas a primeira aula precisou contar com uma revisão do bimestre anterior, acredito que se iniciássemos o bimestre com Geometria Analítica e não polinômios ganharíamos tempo.

Mesmo com todas estas considerações defino este trabalho positivo e com os objetivos conquistados.

Distribuição do tempo

O tempo para o quarto bimestre precisa ser bem distribuído de modo que se tenha tempo também para uma recuperação extra.

Cada atividade foi programada para 100 minutos, ou seja, dois tempos de 50 minutos seguidos sem intervalo. Como programei direto para a sala de aula, e já me encontro mais familiarizada com os programas de computador, o tempo foi suficiente.

A lista de exercícios avaliativos foi realizada em sala, pedi que usassem todas as fontes de consulta, caderno, livro, atividades e os alunos do grupo. A minha posição de ajuda seguiu uma linha de direcionamento mostrando exemplos e anotações no material do próprio aluno.

A cada entrega de avaliação devidamente corrigida e com nota os alunos tiveram a chance de participar de uma correção no quadro que servia como revisão para a avaliação seguinte

O teste e a prova foram elaborados para serem realizados em dois tempos de 50 minutos.

Observações Importantes sobre este plano de trabalho

- Este plano de trabalho foi elaborado levando em consideração o tempo disponível de aulas para as turmas 3003, 3004, 3005, 3006, 3007,3008 do Colégio Estadual Nilo Peçanha-Metropolitana II no ano letivo de 2012 e o grau de conhecimento dos alunos por mim observado nos bimestres anteriores.
- Levando em conta a experiência adquirida durante aplicação dos conteúdos para o 3º bimestre, no 4º bimestre elaborei instrumentos únicos e não distintos para avaliar Polinômios e Geometria Analítica
- .Atribuo a experiência do bimestre anterior como um parâmetro para distribuição do tempo, que considere ideal para realizar o trabalho proposto.

- O encontro regional que tive oportunidade de participar me mostrou que o programa Geogebra é bastante explicativo, e os roteiros de ação fornecidos pelo curso de formação serviram como aulas explicativas e também como inspiração.

4-FONTES DE PESQUISA.

Curso de Aperfeiçoamento oferecido por Cecierj referente ao 3º série do Ensino Médio
Roteiros de ação – *Geometria Analítica*

Iezzi, Gelson *et al.*, (2010), “ Geometria Analítica”, in *Matemática: Ciência e aplicações*.
volume 3, Ensino Médio, São Paulo, Saraiva, p. 122 -132.

Outros autores: Dolce, Osvaldo; Degenszajn, David; Perigo, Roberto ; Almeida, Nilze.