

AVALIAÇÃO DO PT2

Trabalhar com os roteiros de ação propostos pelo curso é sempre muito gratificante. O ponto positivo que pude observar é que através deste plano de trabalho o aluno foi capaz de construir o próprio conhecimento, nesse momento eu me senti, apenas, como uma auxiliadora no processo de aprendizagem deles. O ponto negativo foi a dificuldade que alguns alunos apresentaram nas manipulações algébricas, sendo assim seria necessário disponibilizar mais algum tempo de aula para praticarmos algumas manipulações algébricas. Sendo assim eu alteraria, em meu plano de trabalho, o tempo para sua aplicação, visto que 100 minutos foram insuficientes e acrescentaria

Em relação a impressão dos alunos, eu posso dizer que eles estão cada vez mais autoconfiantes, pois eles acabam percebendo que são capazes de serem autores do próprio conhecimento. Além disso, esse tipo de atividade diferenciada sempre desperta o interesse deles e se sentem mais à vontade para participar do processo de ensino- aprendizagem

Formação Continuada em MATEMÁTICA

Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ

Matemática 3º Ano – 4º Bimestre/2012

Plano de Trabalho

GEOMETRIA ANALÍTICA
GEOMETRIA ANALÍTICA

Tarefa 2 _Grupo 2

Cursista: **Bruna Silva dos Santos Moreira**

Tutora: **Paulo Roberto Castor Maciel**

Sumário

INTRODUÇÃO	03
DESENVOLVIMENTO	04
AVALIAÇÃO	08
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	08

INTRODUÇÃO

A geometria analítica (geometria de coordenadas e de geometria cartesiana) é o estudo da geometria por meio de um sistema de coordenadas e dos princípios da álgebra e da análise. Ela contrasta com a abordagem sintética da geometria euclidiana, em que certas noções geométricas são consideradas primitivas, e é utilizado o raciocínio dedutivo a partir de axiomas e teoremas para obter proposições verdadeiras.

A geometria analítica é muito utilizada na física e na engenharia, e é o fundamento das áreas mais modernas da geometria, incluindo geometria algébrica, diferencial, discreta e computacional. Ela diz respeito à definição e representação de formas geométricas de modo numérico e a extração de informação numérica dessa representação.

A base da geometria analítica encontra-se na distância entre dois pontos, pois muitos conceitos são relativos a esse. Portanto, compreender a expressão algébrica para o cálculo da distância entre dois pontos contribui para uma compreensão autêntica de outros conceitos da geometria analítica. Esse entendimento torna-se imprescindível para a dedução da Equação da Circunferência, que será o assunto tratado neste Plano de Trabalho.

A circunferência nada mais é que o conjunto de todos os pontos equidistantes de um ponto fixo desse mesmo plano, denominado centro da circunferência.

Este plano de trabalho está organizado conforme o Roteiro 4 Geometria Analítica – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 3º ano do Ensino Médio – 4º Bimestre/2012 (Um Roteiro Regional e a Equação da Circunferência), a proposta é levar o aluno a deduzir a equação da circunferência com centro e raio definido. Espera-se que o estudante seja capaz de identificar a equação da circunferência quando são conhecidos alguns de seus atributos.

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE

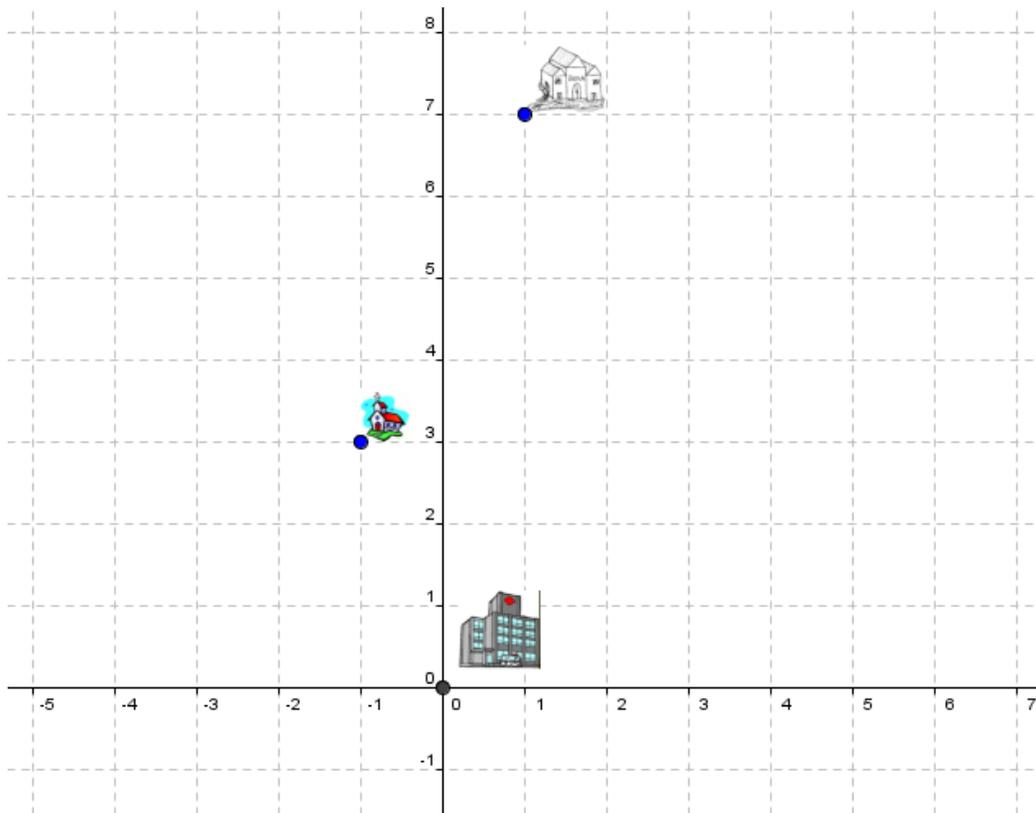
- **DURAÇÃO PREVISTA:** 200 minutos
- **ÁREA DE CONHECIMENTO:** Matemática
- **ASSUNTO:** Geometria Analítica
- **OBJETIVOS:** Deduzir a equação da circunferência
- **PRÉ-REQUISITOS:** Marcação de pontos no plano cartesiano, distância entre dois pontos, sistemas de equações do 1º grau.
- **MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividades, régua, lápis de cor ou caneta hidrográfica.
- **ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Turma disposta em grupos de dois a três alunos, de forma a propiciar um trabalho colaborativo.
- **DESCRITORES ASSOCIADOS:**
 - ✓ H09 - Reconhecer o círculo ou a circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.
 - ✓ H16 - Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano.

INÍCIO DA ATIVIDADE:

A princípio será realizada uma breve revisão sobre certas manipulações algébricas e em seguida será iniciada uma discussão para trazer a memória que, em geometria analítica, a circunferência é um objeto que é caracterizado por um conjunto de pontos equidistantes de um ponto específico. Então será lançado o seguinte questionamento: “Como podemos representar algebricamente a circunferência, ou seja, qual é a equação que pode representar a circunferência?”

Antes de responder essa pergunta será solicitado ao aluno que utilize o que já se sabe sobre a circunferência para resolver o seguinte problema.

Em uma determinada cidade do interior, o hospital, a igreja e a praça principal localizam-se de tal maneira que suas respectivas representações são apresentadas no plano cartesiano como mostra a figura a seguir.



Igreja - <http://revavds.blogspot.com.br/2012/01/12-dicas-aqueles-que-precisam-mudar-de.html>

Hospital - <http://ntmumuarama.blogspot.com.br/2011/07/dia-do-hospital.html>

Escola <http://acertodecontas.blog.br/artigos/a-escola-reproduz-desigualdades-sociais/>

ND: Desenho feito pelo conteudista Vinicius Mendes

Igreja encontra-se na coordenada $(-1,3)$, a escola na coordenada $(1,7)$ e o hospital em $(0,0)$. O prefeito quer instalar um telefone público em um ponto cuja distância seja a mesma até a igreja, a escola e o hospital.

Para que isso aconteça, quais devem ser as coordenadas do ponto onde será instalado o telefone público? Qual será a distância do telefone até a igreja, até a escola e até o hospital?

- Neste momento será lançada a proposta de resolvermos (professor e alunos) esse problema juntos. Então prosseguiremos em tom de conversa:

_Perceba que desejamos encontrar um ponto que tenha a mesma distância a três outros pontos dados.

- 1) Você tem algum palpite para a posição onde o telefone deva ser instalado? Converse com seus colegas e dê sua opinião.
- 2) Como não sabemos exatamente onde o telefone será instalado, ou seja, sua coordenada, considere que ele ficará no ponto (x_0, y_0) . Com a simbologia para distância entre dois pontos e usando igualdades, escreva a distância entre o telefone e a igreja, o telefone e a escola e o telefone e o hospital.

Então com o auxílio da lousa e caneta de lousa será explicitado o seguinte:

Se o ponto (x_0, y_0) a posição do telefone, teremos que:

$$d((x_0, y_0), (-1, 3)) = d((x_0, y_0), (1, 7)) = d((x_0, y_0), (0, 0))$$

Neste momento será feita uma breve revisão sobre distância entre dois pontos.

3) Utilizando o que você aprendeu no último bimestre, desenvolva algebricamente as igualdades acima e chegue até a solução do problema.

4) Agora que você já sabe onde deverá ficar o telefone, preencha a tabela abaixo:

	Telefone/Escola	Telefone/Igreja	Telefone/Hospital
Distância			

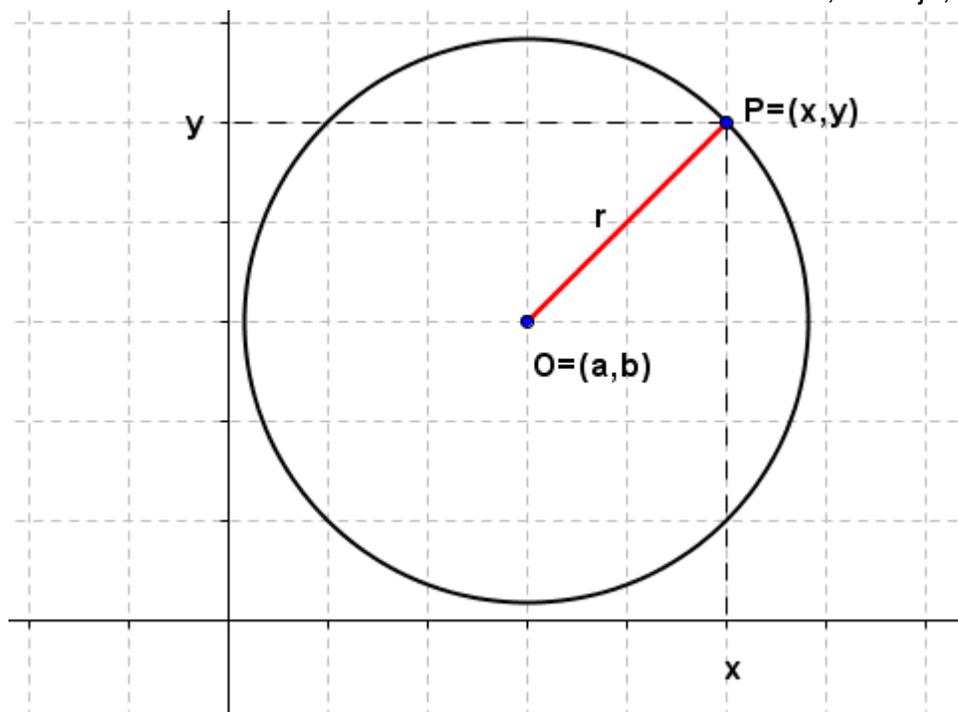
Obs.: Calculando a distância entre $(4, 3)$ e $(0, 0)$, por exemplo, concluímos que o telefone irá distar cinco unidades dos pontos destacados. O mesmo ocorrerá para os outros pontos.

5) As distâncias encontradas são iguais? Verifique com seus colegas.

6) De que forma esse problema relaciona-se com o conceito de circunferência?

Daí, voltaremos a atenção para a pergunta principal desse roteiro, e procuraremos descobrir qual será a equação que representará uma circunferência.

Consideremos um determinado ponto $O = (a, b)$ e um número real r . Sabemos que qualquer ponto $P = (x, y)$ está em uma mesma circunferência se a distância entre P e O é r , ou seja, $d(P, O) = r$.



ND: Imagem feita pelo conteudista Vinicius Mendes

7) Como podemos reescrever a distância $d(P, O) = r$?

- **Com a auxílio da lousa será explicado junto com o aluno o seguinte:**

A distância $d(P, O) = r$ pode ser reescrita como

$$d(P, O) = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = r \Rightarrow (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

Descobrimos então que a equação da circunferência com centro $O = (a, b)$ e raio r é:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

Ela é conhecida como **equação reduzida da circunferência**.

- **Continuando...**

Qual é o significado da equação da circunferência de centro $O = (a, b)$ e raio r ser

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2 ?$$

Significa que na variação de x e y na equação, a coordenada $P = (x, y)$ irá variar também, mas a distância de $P = (x, y)$ à $O = (a, b)$ será sempre r . Vale a pena observar que podemos desenvolver algebricamente a equação $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = x^2 + 2ax + a^2 + y^2 + 2ay + b^2 = r^2$$

Portanto a equação

$$x^2 + 2ax + a^2 + y^2 + 2ay + b^2 - r^2 = 0$$

conhecida como **Equação Geral da Circunferência** de centro O e raio r é outra forma de escrita.

- **Retomando a folha de atividade...**

8) Vamos ver se você entendeu esses aspectos sobre a equação da circunferência, preenchendo a seguinte tabela:

Centro	Raio	Equação
$O=(2,3)$	4	$(x-2)^2 + (y-3)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$
$O=(-1,4)$	3	$\underline{\hspace{2cm}} = 9$
$O=(-2,-3)$	5	
		$(x-4)^2 + (y+5)^2 = 64$
		$(x+1)^2 + (y+3)^2 = 7$

9) E como será a equação reduzida da circunferência o problema do telefone? E a geral?

10) Imagine agora que no problema que resolvemos anteriormente, as coordenadas do hospital, da escola e da igreja sejam respectivamente $(-7,7)$, $(0,0)$ e $(1,7)$. Sabemos que o ponto a ser encontrado deve ser o centro da circunferência que contém os pontos acima. Resolva novamente o problema, encontrando o ponto onde deve ser instalado o telefone público e encontre também a equação (reduzida e geral) da circunferência que contém os pontos $(-7,7)$, $(0,0)$ e $(1,7)$.

- OS ALUNOS SERÃO INCENTIVADOS A DISCUTIR ESTE ITEM COM OS COLEGAS, E ENCORAJADOS A REALIZAR ESTAS ATIVIDADES.

AValiação

A avaliação se dará pela participação do aluno na atividade e os resultados obtidos. Será avaliada a capacidade de reconhecer o círculo ou a circunferência, seus elementos e algumas de suas relações; assim como a capacidade de resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ROTEIRO DE AÇÃO 4 – Geometria Analítica – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 3º ano do Ensino Médio – 4º Bimestre/2012. Disponível em <<http://projetoeduc.cecierj.edu.br/>> Acesso em 18 nov. 2012.

GEOMETRIA ANALÍTICA: CIRCUNFERÊNCIA. Disponível em <<http://www.somatematica.com.br/emedio/circunferencia/circunf.php>> Acesso em 18 set. 2012.

IEZZI, G. *Matemática Ciência e Aplicações*.6.ed.São Paulo, 2010.

