

**FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA**  
**FUNDAÇÃO CECIERJ – SEEDUC-RJ**  
**COLÉGIO:** CIEP 263 LINA BO BARDI  
**PROFESSOR:** DIRCILENE VAL FERREIRA TOSTES  
**MATRÍCULA:** 0914416-3  
**SÉRIE:** 3ª - 4º BIMESTRE – ENSINO MÉDIO  
**TUTOR:** ANDRÉA SILVA DE LIMA

## **AVALIAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DO PLANO DE TRABALHO 2** **GEOMETRIA ANALÍTICA**

### **PONTOS POSITIVOS**

O primeiro ponto positivo foi a elaboração do Plano de Trabalho de forma detalhada e minuciosa, contendo os roteiros de ação, as atividades e as formas de avaliação. Mencionei como material necessário o uso do laboratório de informática para trabalharmos com o Geogebra, utilizei o datashow, consegui trabalhar atividades dos 3 roteiros de ação mencionados como estratégias e recursos para as aulas. Aguçando o interesse dos alunos pelo conteúdo.

Outro ponto positivo foi a maneira que introduzi o assunto, o conceito, fatos históricos sobre a Geometria Analítica e também um pouco de arte. Entendendo a importância destes conceitos não só na Geometria Analítica como no cotidiano pois a Geometria está presente em toda parte, alguns objetos e a natureza onde paralelismo e perpendicularidade entre retas e a circunferência estão presentes, permitem-nos de forma concreta olhar para um problema sob o ponto de vista algébrico e geométrico.

Foi positiva também a atuação de alunos monitores para auxiliarem os que tinham mais dificuldades.

### **PONTOS NEGATIVOS**

Um imprevisto, em determinado dia, o colégio estava sem internet, após nos deslocarmos para o laboratório, tivemos que voltar para a sala e trabalhamos com papel quadriculado e outras atividades.

Outro ponto, não negativo, mas que atrasa o andamento da aula é que foi necessário revisar os conteúdos que são pré-requisitos, como produtos notáveis e fatoração.

O problema maior foi a dificuldade por parte de muitos alunos concernentes a interpretação de enunciados e utilização de raciocínio lógico, pois as questões contextualizadas as exigiam.

Outra situação é o curto espaço de tempo - **4 horas/aula semanais**, ainda estava fazendo banco de questões preparatórias para o SAERJ. Por fim, com a segunda data marcada, nosso tempo ficou menor ainda.

## **IMPRESSÕES DOS ALUNOS**

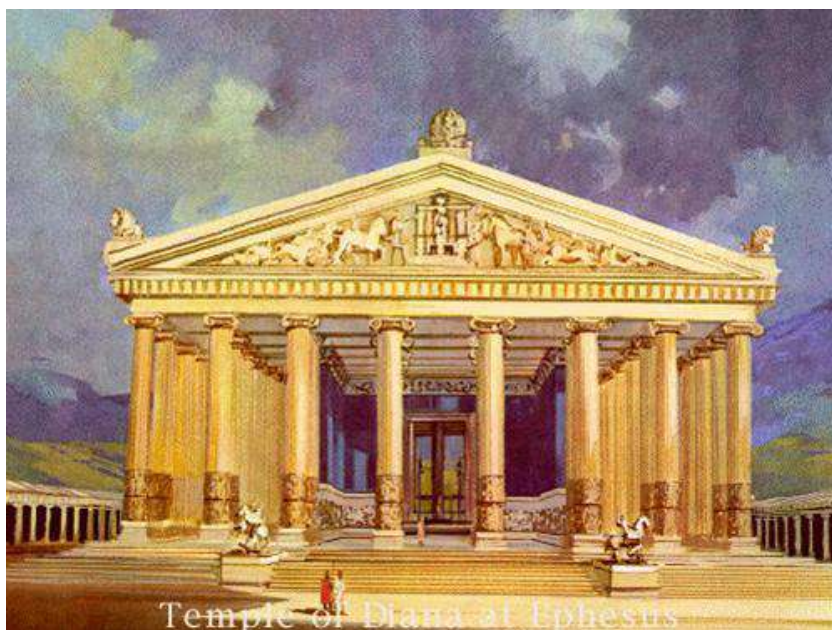
Os alunos gostaram muito da maneira que foi apresentado e trabalhado o conteúdo. Gostaram de trabalhar no Geogebra, com esses conteúdos. Fizeram o comentário: por que trabalhamos tanto com papel e material de desenho fazendo gráficos e circunferências se temos o Geogebra?

Os alunos comentaram que entenderam bem e realmente isso aconteceu pois nas avaliações tiveram resultado satisfatório, participaram das ações propostas de forma tranquila. Me senti bem ao executar esse PT, pois vi os resultados satisfatórios de meus alunos.

## **ALTERAÇÕES - MELHORAS A SEREM IMPLEMENTADAS**

O PT foi flexível, além das atividades nele propostas, consegui fazer algumas atividades extras de vestibulares. as quais acrescentei no PT. No mais, pela falta de tempo, pela reação dos alunos, habilidades adquiridas e resultado das avaliações, não faria mudanças neste plano.

# **Formação Continuada em Matemática Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ PLANO DE TRABALHO GEOMETRIA ANALÍTICA**



Temple of Diana at Ephesus

Templo de Ártemis em Éfeso

Fonte: <http://artesgrega.blogspot.com.br/2012/06/gregos.html>

Matemática - 3ª série – Ensino Médio  
Período: 4º bimestre/2012  
Duração prevista: 3 semanas  
Cursista: Dircilene Val Ferreira Tostes  
Tutor: Andréa Silva de Lima  
Grupo: 5

**Descritores do Currículo Mínimo associados:**

- Identificar retas paralelas e retas perpendiculares a partir de suas equações.
- Determinar a equação da circunferência na forma reduzida e na forma geral, conhecidos o centro e o raio.

**Pré-requisitos:**

- \* Identificar um ponto no plano, através das suas coordenadas
- \* Produtos Notáveis
- \* Fatoração
- \* Operações com números reais e complexos
- \* Expressões numéricas
- \* Equações de 1º e 2º graus

**Material necessário:**

Livro didático.  
Laboratório de informática com software Geogebra  
Vídeos do youtube  
Folha de atividade, régua, papel quadriculado.  
Datashow

**Estratégia e recurso da aula**

Apresentação de vídeos  
Papel quadriculado: [http:// www.printablepaper.net/preview/grid-portrait-a4-4-noindex](http://www.printablepaper.net/preview/grid-portrait-a4-4-noindex)  
Participação de alunos monitores  
Texto Revisitando a Geometria Analítica  
Roteiro de ação 1 – A arte e o paralelismo  
Roteiro de ação 2 – Uma Investigação sobre Retas Perpendiculares  
Roteiro de ação 4 – Um Problema Regional e a Equação da Circunferência

**Organização da classe:** Turma disposta em primeiro momento de forma individual e, em seguida, em pequenos grupos (2 ou 3 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.

## INTRODUÇÃO

No primeiro momento será introduzido o conceito, fatos históricos sobre a Geometria Analítica e também um pouco de arte. Entendendo a importância destes conceitos não só na Geometria Analítica como no cotidiano, nesta etapa, espera-se que os alunos compreendam o contexto histórico que envolve o surgimento e a aliança entre Álgebra e Geometria, feita por René Descartes.

*“A geometria analítica tem origem em uma ideia muito simples, introduzida por Descartes no século XVII, mas extremamente original: a criação de um sistema de coordenadas que identifica um ponto  $P$  do plano com um par de números reais  $(x, y)$ . Partindo-se disso, podemos caracterizá-la, como: a) o estudo das propriedades geométricas de uma figura com base em uma equação (nesse caso, são as figuras geométricas que estão sob o olhar da álgebra); b) o estudo dos pares ordenados de números  $(x, y)$  que são soluções de uma equação, por meio das propriedades de uma figura geométrica (nesse caso, é a álgebra que está sob o olhar da geometria). Esses dois aspectos merecem ser trabalhados na escola.”*

*“O trabalho com a geometria analítica permite a articulação entre geometria e álgebra. Para que essa articulação seja significativa para o aluno, o professor deve trabalhar as duas vias: o entendimento de figuras geométricas, via equações, e o entendimento de equações, via figuras geométricas. A simples apresentação de equações sem explicações, fundadas em raciocínios lógicos, deve ser abandonada pelo professor. Memorizações excessivas devem ser evitadas; não vale a pena o aluno memorizar a fórmula da distância de um ponto a uma reta, já que esse cálculo, quando necessário, pode ser feito com conhecimento básico de geometria analítica (retas perpendiculares e distância entre dois pontos).” Segundo as Orientações Curriculares para o Ensino de Matemática (BRASIL, 2006, p. 76 e 77)*

De uma forma muito clara as aulas irão introduzir a Geometria Analítica dentro dos descritores associados e mostrar-nos a necessidade de se trabalhar as situações problemas dentro de um contexto, para tornar significativa a aprendizagem do aluno.

A Geometria está presente em toda parte, alguns objetos e a natureza onde paralelismo e perpendicularidade entre retas e a circunferência estão presentes, permitem-nos de forma concreta olhar para um problema sob o ponto de vista algébrico e geométrico.

## DESENVOLVIMENTO

“A Geometria existe por toda parte. Procure observar as formas regulares e perfeitas que muitos corpos apresentam. As flores, as folhas e incontáveis animais revelam simetrias admiráveis que nos deslumbram o espírito. Há, enfim, infinita variedade de formas geométricas espalhadas pela Natureza. É preciso, porém, olhos para vê-la, inteligência para compreendê-la e alma para admirá-la. O beduíno rude vê as formas geométricas, mas não as entende; o sunita entende-as, mas não as admira; o artista, enfim, enxerga a perfeição das figuras, compreende o Belo e admira a Ordem e a harmonia! Deus foi o grande geômetra. Geometrizou a Terra e o Céu.”

Tahan, Malba. O homem que calculava. Pg. 53 edição 73 - Rio de Janeiro: Record, 2008.

Após a abordagem de fatos históricos sobre a Geometria Analítica e também um pouco de arte, utilizando o *texto Revisitando a Geometria Analítica*, são reapresentadas as equações da reta pois sabemos que uma reta é representada, não só através de seu esboço no plano cartesiano, como também de forma algébrica. Sabemos que as retas são gráficos de funções afins. Existem diversos tipos de representações algébricas para as retas: Sempre podemos associar a uma reta, uma equação com uma utilidade específica. Por exemplo, a forma geral tem esse nome porque permite a representação de qualquer reta do plano, a forma fundamental dá-nos um ponto da reta e seu coeficiente angular; a forma reduzida explicita o coeficiente angular e o linear.

Equação Fundamental:  $y - y_0 = m (x - x_0)$

Equação Reduzida:  $y = ax + b$

Equação Geral:  $ax + by + c = 0$

## Posições relativas

\* Quando as equações reduzidas de duas retas têm coeficientes angulares iguais e os coeficientes lineares são diferentes, elas são **retas paralelas**.

Ex.: Sendo as retas  $t$  e  $u$  representadas por suas equações  $t: y = 4x - 1$  e  $u: y = 4x + 2$  são retas paralelas pois seus coeficientes angulares são iguais. Ou seja:  $m_t = m_u$

\* Quando as equações reduzidas de duas retas têm coeficientes angulares e lineares iguais são **retas coincidentes**.

Ex.:  $r: y = 2x - 3$  e  $s: y = 2x - 3$  são retas coincidentes pois  $m_r = m_s$  e  $n_r = n_s$

\* Quando as equações reduzidas de duas retas têm coeficientes angulares que satisfazem a condição  $m_1 = -\frac{1}{m_2}$  elas são **perpendiculares** entre si.

Ex.:  $v: 2x - 4y + 5 = 0$  e  $w: -2x + 3y - 1 = 0$  são perpendiculares pois  $m_v = -\frac{1}{2}$  e  $m_w = 2$ .

Em seguida, foram apresentadas várias equações de retas, para que se identifique o coeficiente angular de cada uma e suas respectivas posições relativas no plano.

Como atividade a ser realizada no laboratório de informática utilizaremos os Roteiros de Ação 1: A arte e o paralelismo e 2: Uma Investigação sobre Retas Perpendiculares.

## Equação da circunferência

Apresentarei o assunto utilizando o roteiro de ação 4: Um Problema Regional e a Equação da Circunferência, contextualizando e mostrando a aplicabilidade do conteúdo.

Equação reduzida:  $(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2$

Equação geral:  $x^2 + y^2 - 2x_c x - 2y_c y + (x_c^2 + y_c^2 - r^2) = 0$

Ex.: Vamos determinar a equação reduzida da circunferência com centro C (2, -9) e raio 6.

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

$$(x - 2)^2 + (y + 9)^2 = 6^2$$

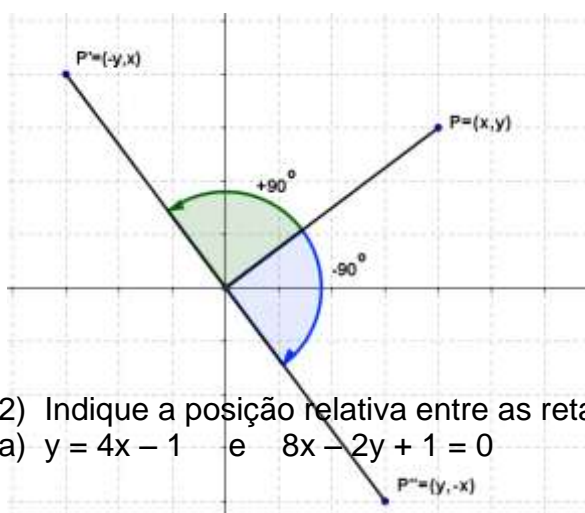
$$(x - 2)^2 + (y + 9)^2 = 36$$

### ATIVIDADES PROPOSTAS

\* Relatório escrito sobre as aulas trabalhadas no laboratório, referentes aos roteiros de ação trabalhados.

\* Utilizar exercícios do livro didático para fixação de conteúdos trabalhados.

1) Escreva as equações das retas representadas no seguinte plano:



2) Indique a posição relativa entre as retas de equações:

a)  $y = 4x - 1$  e  $8x - 2y + 1 = 0$

b)  $y = -\frac{1}{2}x + 2$  e  $6x + 4y - 8 = 0$

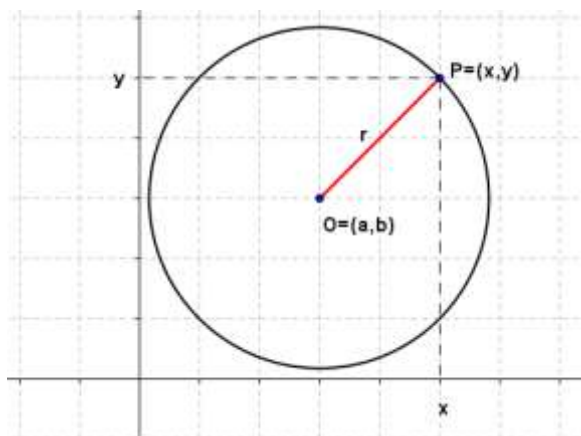
c)  $y = -\frac{1}{2}x - 2$  e  $6x + 8y + 4 = 0$

d)  $2x - 4y + 5 = 0$  e  $y = -2x + 3$

e)  $x - 3 = 0$  e  $y + 2 = 0$

3) Qual é a equação reduzida da reta que passa pela origem e é paralela a  $r: y = -3x - 2$ ?

4) Indique as coordenadas do centro e do raio da circunferência a seguir e escreva sua equação reduzida:



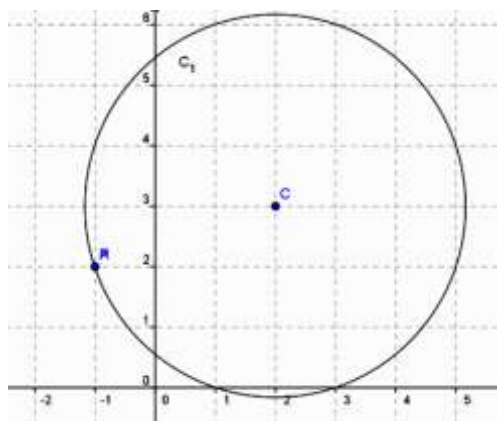
5) Determine a equação reduzida de uma circunferência de raio 8 e centro (5,-7):

6) Dadas as retas(r):  $x + 2y - 5 = 0$  e (s)  $x - y - 2 = 0$ , podemos afirmar que:

- a) r é perpendicular a s.
- b) r e s são paralelas.
- c) s é perpendicular a r.
- d) r e s são concorrentes.
- e) r e s são coincidentes.

7) Observando o gráfico, pode-se afirmar que a equação da circunferência é:

- a)  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 =$   
 b)  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 10$   
 c)  $(x + 2)^2 - (y + 3)^2 = 2$   
 d)  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 =$   
 e)  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 10$



8) (FEI-SP) Determine a equação da circunferência com centro no ponto C (2, 1) e que passa pelo ponto A (1, 1).

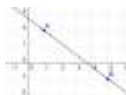
9) Sendo as retas **r**:  $3x - 2y + 6 = 0$  e **s**:  $x + 3y - 6 = 0$ , podemos afirmar que o coeficiente angular de r e o coeficiente linear de s, são, respectivamente: (Marque a opção correta)

- a)  $3/2$  e  $2$   
 c)  $3$  e  $3/5$   
 b)  $-3/2$  e  $-2$   
 d)  $-6$  e  $-1/3$

10) ) Observando os gráficos a seguir, escreva a equação geral da reta que é paralela à reta dada e passa pelo ponto:

a) P(-2, 2)

b) P(3, 2)



QUESTÕES QUE FORAM ACRESCENTADAS AO PLANO DE TRABALHO:

1) UFV-MG) A distância do centro da circunferência, de equação  $X^2 - 4x + y^2 - 8y + 11 = 0$ , ao ponto (3, 4) é:

- a) 5  
 b) 1  
 c) 3



- d) —  
e) —

2) (FEI-SP) Determine a equação da circunferência com centro no ponto  $C(2, 1)$  e que passa pelo ponto  $A(1, 1)$ .

3) (Fuvest-SP) Uma circunferência passa pelos pontos  $(2, 0)$ ,  $(2, 4)$  e  $(0, 4)$ . Logo, a distância do centro dessa circunferência à origem é:

- a) —  
b) —  
c) —  
d) —  
e) —

4) (Fuvest-SP) Sendo  $C$  a circunferência  $x^2 + y^2 = 4$  e  $s$  a reta  $x + y = 8$ . Determine uma equação da reta perpendicular a  $s$  e que passa pelo centro de  $C$ .

## AVALIAÇÃO

A avaliação se dará de forma contínua e tem como base a visão global do educando, prevalecendo os aspectos qualitativos sobre os quantitativos, levando-se em consideração as diferentes experiências de aprendizagens, face aos objetivos propostos.

Os alunos disseram que as aulas foram significativas, pela maneira que foi trabalhado o conteúdo, mostrando sua aplicabilidade e contextualizando algumas questões. Participaram de forma tranquila e tiveram resultado satisfatório. Foram usados os seguintes indicadores para avaliação: Identificar retas paralelas e retas perpendiculares a partir de suas equações; Determinar a equação da circunferência na forma reduzida e na forma geral, conhecidos o centro e o raio; e justificativa da resolução de problemas usando argumentação consistente.

Observação do interesse, participação, assiduidade e a integração do aluno no decorrer das aulas. Durante as atividades em grupo, foram escolhidos alunos monitores, para melhor desenvolvimento dos exercícios. Também foi aplicada uma atividade individual e discussão com relatório escrito, baseado nos vídeos assistidos, de forma que cada descritor foi abordado durante a execução deste plano de trabalho.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

Currículo Mínimo

Orientação

[http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book\\_volume\\_02\\_internet.pdf](http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf))

IEZZI, Gelson. DOLCE, Osvaldo. DEGENSZAJN, David. PÉRIGO, Roberto. ALMEIDA, Nilze de. **Matemática: ciência e aplicações**, 3: Saraiva, 6ªed. São Paulo, 2010.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto e Aplicações**. 1ª ed. Vol. 3. São Paulo: Ática, 2010.

PAIVA, Manoel. **Matemática**. v. 3. São Paulo: Moderna, 2009.

GIOVANNI, José Ruy & BONJORNIO, José Roberto. *Matemática Completa*. 2ed.v.3São Paulo: FTD,2005BRASIL, Ministério da Educação.

RIBEIRO, Jackson. **Matemática: Ciência, Linguagem e Tecnologia**.Vol.3. São Paulo: Scipione, 2011.

SOUZA,Joamir. *Coleção Novo Olhar*. Vol.3. São Paulo: FTD,2010.

### Sites:

[http:// www.printablepaper.net/preview/grid-portrait-a4-4-noindex](http://www.printablepaper.net/preview/grid-portrait-a4-4-noindex)

<http://arteshgrega.blogspot.com.br/2012/06/gregos.html>

ROTEIROS DE AÇÃO e TEXTOS – Geometria Analítica – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 3º ano do Ensino Médio – 4º bimestre/2012. Disponíveis em: <http://projetoeduc.cecierj.edu.br>.