

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ
Colégio ESTADUAL BARÃO DE MACAÚBAS.
CURSISTA: EURICO DE OLIVEIRA LESSA
Matrículas: 02426062
Série: 3º ANO – ENSINO MÉDIO
Tutora: SUSI CRISTINE BRITTO FERREIRA.
GRUPO: 1

AVALIAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DO PLANO DE TRABALHO 2 -
UM POUCO DE HISTÓRIA E TRAÇANDO-SE DIFERENTES RETAS NO PLANO,
PARALELAS, CONCORRENTES. E VERIFICANDO TODOS OS PARES DE RETAS
ATRAVÉS DE CÁLCULOS ALGÉBRICOS.

PONTOS POSITIVOS

Elaborando o plano de aulas sobre a posição relativa de duas retas, pude aumentar os métodos usados do tema com os alunos. Usando algumas atividades dos roteiros de ação elaborados pelo curso de aperfeiçoamento e pesquisas que realizei, pude fazer uma apresentação de situações de comparação com um data show. Mostrei para os alunos que podemos traçar retas paralelas e concorrentes com facilidade, usando apenas papel compasso régua e observações e obtive um resultado bastante satisfatório e de interesses por parte deles .

Adoraram a exposição com o data show sobre a história.

PONTOS NEGATIVOS

Não pude usar o laboratório de informática para acessar o geogebra e também a revisão que eles pediram para o Saerj, prejudicou um pouco o andamento da implementação do plano, além da dificuldade dos alunos com operações com números inteiros. Fui obrigado a fazer uma revisão com números inteiros.

IMPRESSÕES DOS ALUNOS

Os alunos comentaram que no seu dia a dia existem muitas retas paralelas e concorrentes na sala de aula, nas ruas, nos prédios e praticamente em todo lugar e que com o data show e o Geogebra é bem mais fácil para se traçar as retas.

ALTERAÇÕES - MELHORAS A SEREM IMPLEMENTADAS

Faria pequenas mudanças no Plano de Trabalho 2. São elas Farei a exposição de um pouco de história e quanto se trata de traçar as retas com o compasso usaria apenas um exemplo de cada. Apenas gostaria de não ter tido os imprevistos e gostaria de fazer mais exercícios de fixação. E também fazer uma revisão com mais tempo sobre números inteiros.

PLANO DE TRABALHO SOBRE
POSIÇÃO RELATIVA DE RETAS NO PLANO.
FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ
Colégio ESTADUAL BARÃO DE MACAÚBAS.
CURSISTA: EURICO DE OLIVEIRA LESSA
Matrículas: 02426062

Série: 3º ANO – ENSINO MÉDIO
Tutora: SUSI CRISTINE BRITTO FERREIRA.
GRUPO: 2

Introdução:

Neste roteiro sugiro que nos alunos observem com bastante atenção a história de como tudo começou e a exposição do geogebra ao traçar as retas, Para aqueles que têm computador possam treinar em casa e também que sigam passo a passo o processo de desenho das retas com a ajuda do compasso e também que tenham bastante cuidado na hora dos cálculos com números inteiros.

Desenvolvimento:

Atividade 1

Um pouco de história. OBS: Sobre a história farei uma apresentação com um data show
Habilidade relacionada: Apenas interesse em saber um pouco de história.

Pré-requisitos: Atenção.

Tempo de Duração: 100 minutos.

Recursos Educacionais Utilizados: Data show, computador e caneta leizer, amplificador de som.

Organização da turma: Individual para apresentação do conteúdo.

Objetivos: Saber um pouco de história sobre os assuntos que serão estudados.

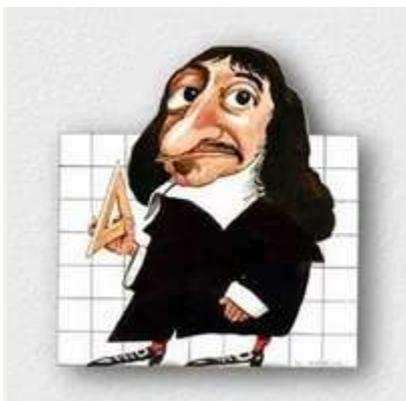
DESCRITORES ASSOCIADOS:

Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir da sua apresentação com um data show.

Metodologia adotada:

Introduzir a história mostrando o objetivo dos estudos que estão por vir. Utilizando o data show com o objetivo de incentivar os alunos.

Um pouco sobre o tema



História da Reta

A Geometria Analítica é uma parte da Matemática, que através de processos particulares, estabelece as relações existentes entre a Álgebra e a Geometria. Desse modo, uma reta, uma circunferência ou uma figura podem ter suas propriedades estudadas através de métodos algébricos.

Os estudos iniciais da Geometria Analítica se deram no século XVII, e devem-se ao filósofo e matemático francês René Descartes (1596 - 1650), inventor das coordenadas cartesianas (assim chamadas em sua homenagem), que permitiram a representação numérica de propriedades geométricas. No seu livro *Discurso sobre o Método*, escrito em 1637, aparece a célebre frase em latim "Cogito ergo sum", ou seja: "Penso, logo existo".

O Estudo da Reta

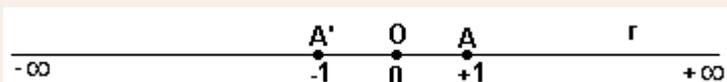
O estudo da reta na geometria analítica não está relacionado apenas a escrita das equações das retas bem como a posição entre o ponto e a reta ou entre duas retas. A equação da reta mais importante é a equação geral: $ax + by + c = 0$, com a e b reais e não nulos simultaneamente e cujo coeficiente angular é dado por $m = -a/b$. Para saber se um ponto está ou não em uma reta, basta substituir as coordenadas do ponto na equação geral da reta, se a igualdade for verdadeira o ponto pertence a reta, caso contrário, não pertence.

Equação da reta

Da equação geral da reta $ax + by + c = 0$, obtemos a equação reduzida da reta $y = mx + k$, onde m é o coeficiente angular da reta e k uma constante real qualquer. A equação $y - y_0 = m(x - x_0)$ onde (x_0, y_0) é um ponto conhecido e m é o coeficiente angular da reta, é chamada equação fundamental da reta e a equação segmentaria: $x/p + y/q = 1$, onde p e q são os valores onde a reta intercepta os respectivos eixos x e y .

Coordenadas cartesianas na reta

Seja a reta r na Fig. abaixo e sobre ela tomemos um ponto O chamado origem. Adotemos uma unidade de medida e suponhamos que os comprimentos medidos a partir de O , sejam positivos à direita e negativos à esquerda.



O comprimento do segmento OA é igual a 1 u.c (u.c = unidade de comprimento). É fácil concluir que existe uma correspondência um a um (correspondência biunívoca) entre o conjunto dos pontos da reta e o conjunto R dos números reais. Os números são chamados abscissas dos pontos. Assim, a abscissa do ponto A' é -1 , a abscissa da origem O é 0 , a abscissa do ponto A

é 1, etc.

A reta r é chamada eixo das abscissas.

DESENVOLVIMENTO

Atividade 2

Roteiro de ação 1 – A arte e o paralelismo

DURAÇÃO PREVISTA: 150 minutos

ÁREA DE CONHECIMENTO: Matemática

ASSUNTO: Geometria Analítica

OBJETIVOS: Identificar padrões entre as equações de retas paralelas

PRÉ-REQUISITOS: Marcação de pontos no plano cartesiano, identificação da equação de uma reta.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha de atividades, caderno, computador com software Geogebra instalado, Data show.

ORGANIZAÇÃO DA CLASSE: Turma disposta em duplas em sala de aula de forma a propiciar um trabalho colaborativo.

DESCRITORES ASSOCIADOS:

H15 - Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de sua equação e sua inclinação.

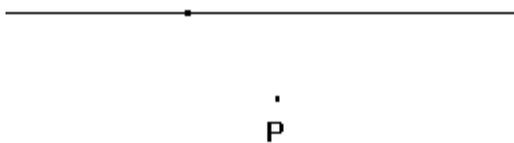
Metodologia adotada:

Neste primeiro roteiro trabalharemos a relação entre retas paralelas e suas equações. Dessa maneira, observamos que os alunos sejam capazes de identificar o paralelismo entre retas, por meio da identificação de suas respectivas equações e seus coeficientes angulares. E também sejam capazes de traçar retas paralelas com o auxílio do compasso e da régua.

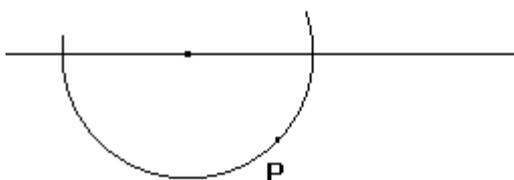
Na atividade a seguir usaremos o caderno, compasso e régua. para investigarmos as propriedades das retas paralelas.

1) Utilizando a régua trace uma reta qualquer e depois marque um ponto P qualquer fora da reta.

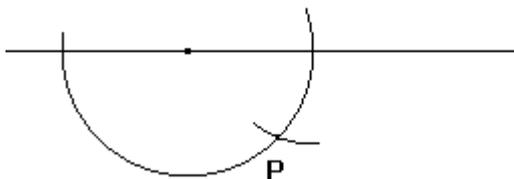
Processo1



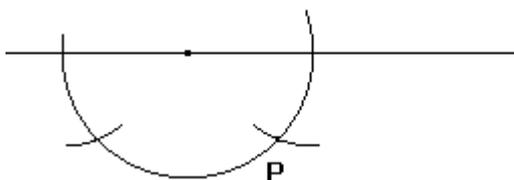
No ponto marcado, coloque a ponta seca do compasso e abra até P e trace um arco.



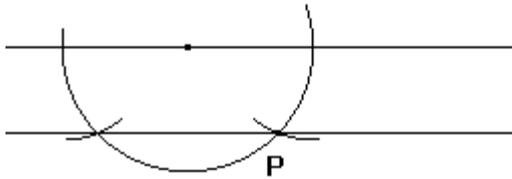
Com a mesma medida, coloque a ponta seca do compasso onde o arco cortou a reta e faça outro arco que passe pelo ponto P.



Repita o processo, mas agora colocando a ponta seca onde o arco cortou a reta do outro lado (esquerdo).



Trace a paralela ligando as duas marcas feitas no arco maior.



www.mat.uel.br/geometrica/php/.../dg_ex_re1.Php

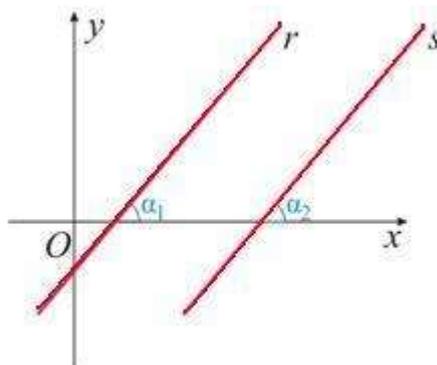
Exercícios:

1) Os alunos farão novamente todo o processo sozinhos.

Verificando as equações das duas retas paralelas. O aluno deverá perceber que o coeficiente entre elas são iguais.

Sabemos que duas retas são paralelas quando são equidistantes durante toda sua extensão, não possuindo nenhum ponto em comum.

Dessa forma, considere duas retas, r e s , no plano cartesiano.



As retas r e s são paralelas se, e somente se, possuírem a mesma inclinação ou seus coeficientes angulares forem iguais.

Utilizando a linguagem matemática:

$$r // s \Leftrightarrow \alpha_1 = \alpha_2$$

Uma maneira mais simples de verificar se duas retas são paralelas é comparar seus coeficientes angulares: se forem iguais as retas são paralelas.

Exemplo 1. Verifique se as retas $r: 2x + 3y - 7 = 0$ e $s: -10x - 15y + 45 = 0$ são paralelas.

Solução: Vamos determinar o coeficiente angular de cada uma das retas.

Reta $r: 2x + 3y - 7 = 0$

Para encontrar o coeficiente angular precisamos isolar y na equação geral da reta.

$$3y = -2x + 7$$

$$y = \frac{-2x}{3} + \frac{7}{3}$$

$$m_r = \frac{-2}{3}$$

Faremos o mesmo processo para a reta s .

Reta $s: -10x - 15y + 45 = 0$

$$-15y = 10x - 45$$

$$15y = -10x + 45$$

$$y = \frac{-10x}{15} + \frac{45}{15} = \frac{-2x}{3} + 3$$

$$m_s = \frac{-2}{3}$$

Como $m_r = m_s = \frac{-2}{3}$, podemos afirmar que $r \parallel s$.

Como a reta t é paralela à reta s , elas possuem o mesmo coeficiente angular.

2) Exercícios

Determine o coeficiente angular das retas abaixo e diga quais são paralelas entre si.

a) $4x + 2y + 6 = 0$

b) $3x - 5y - 8 = 0$

c) $7x + 9y - 5 = 0$

d) $-2x - 5y - 9 = 0$

e) $-8x - 9y - 6 = 0$

f) $5x-8y+5=0$

g) $4x-9y-12=0$

h) $-3x+8y-5=0$

i) $2x-8y-8=0$

j) $-4x-4y-8=0$

Atividade 2

Roteiro de ação 2:

DURAÇÃO PREVISTA: 150 minutos

ÁREA DE CONHECIMENTO: Matemática

ASSUNTO: Geometria Analítica

OBJETIVOS: Deduzir a relação entre os coeficientes angulares de retas perpendiculares.

PRÉ-REQUISITOS: Marcação de pontos no plano cartesiano, identificação da equação de uma reta

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha de atividades, lápis ou caneta, compasso e régua.

ORGANIZAÇÃO DA CLASSE: Turma disposta em grupos dois alunos de forma a propiciar um trabalho colaborativo.

DESCRITORES ASSOCIADOS:

H15 - Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de sua equação e sua inclinação.

Metodologia adotada:

Neste segundo roteiro trabalharemos a relação entre retas perpendiculares e suas equações. Dessa maneira, observamos que os alunos sejam capazes de identificar o perpendicularismo entre retas, por meio da identificação de suas respectivas equações e seus coeficientes angulares. E também sejam capazes de desenhar retas perpendiculares com compasso e régua.

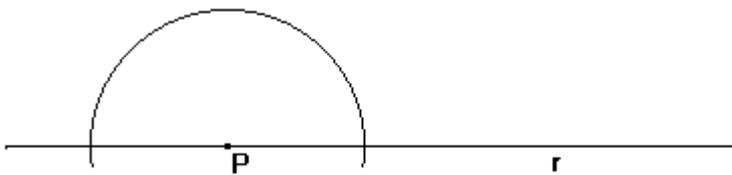
Processo 1

2. POR UM PONTO P PERTENCENTE A UMA RETA FAZER PASSAR UMA PERPENDICULAR À RETA DADA.

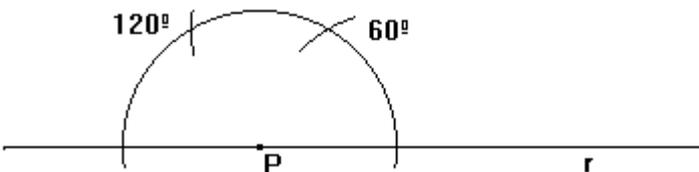
Construa a reta r , e marque nela um ponto P .



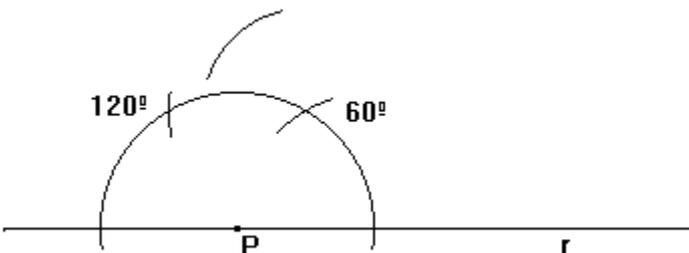
Coloque a ponta seca do compasso em P , abra uma medida qualquer e trace um arco.



Coloque a ponta seca do compasso onde o arco cortou a circunferência e com a mesma abertura, marque 60° (a medida do arco sobre ele mesmo é igual a 60°). Depois de marcar 60° , marque 120° .

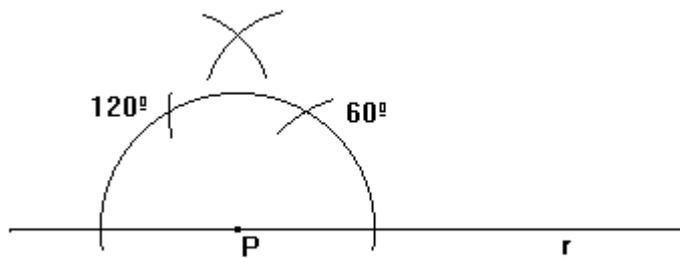


Coloque a ponta seca do compasso onde você achou 60° , abra mais do que a metade e faça um arco. (como você já tem o ponto P por onde a perpendicular vai passar, faça o arco apenas na parte de cima).

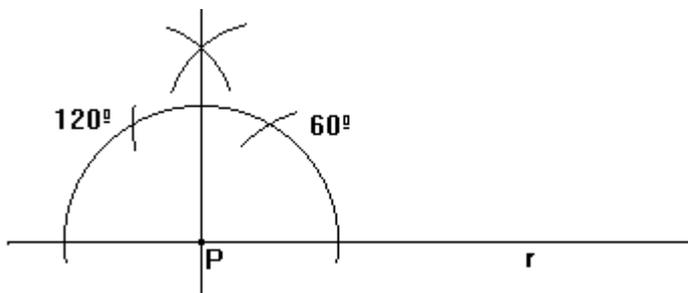


Repita o processo, mas agora onde você encontrou

120°.



Una o cruzamento até o ponto P, obtendo assim, a perpendicular a reta que pelo ponto P.



www.mat.uel.br/geometrica/php/.../dg_ex_re1.php

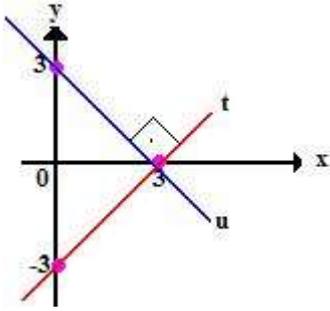
Exercícios

Os alunos em grupo deverão traçar pelo menos um processo de duas retas penperdiculares.

Exemplo

Identificar retas perpendiculares através de seu coeficiente angular:

Duas retas $t: x - y + 3 = 0$ e $u: x + y - 3 = 0$ serão perpendiculares se possuírem um ponto comum e nesse encontro for formado um ângulo de 90° , veja o gráfico que demonstra essa perpendicularidade.



Se representarmos duas retas perpendiculares em um plano cartesiano e levamos em consideração os seus coeficientes angulares, perceberemos que não é preciso representar duas retas no plano cartesiano para verificar se são perpendiculares ou não, basta comparar os seus coeficientes angulares.

As retas t e u, representadas no plano cartesiano acima, possuem os respectivos coeficientes angulares $m_t = 1$ e $m_u = -1$, considerando que a reta t foi formada pela união dos pontos (3,0) e (0,-3) e a reta u formada pelos pontos (3,0) e (0,3).

Comparando os dois coeficientes angulares iremos perceber que m_t é o oposto inverso de m_u .

$$m_t = 1 \text{ e } m_u = -1.$$

Considere as retas perpendiculares r e s com os seguintes coeficientes angulares $m_r = 2$ e $m_s = -1/2$, elas serão consideradas perpendiculares, pois os valores de seus coeficientes é o oposto do inverso do outro.

Exercícios:

Determine o coeficiente angular das retas abaixo e digam quais são perpendiculares entre si.

a) $3x+2y+9=0$

b) $3x-5y-8=0$

c) $7x+9y-5=0$

d) $-5x-5y-9=0$

e) $-8x-9y-6=0$

f) $5x-8y+8=0$

g) $4x-9y-12=0$

h) $-5x+8y-5=0$

i) $2x-8y-8=0$

j) $-8x-4y-8=0$

Exercícios de reforço:

Encontre o coeficiente angular das retas e assinale (P) para PERPENDICULARES ou (PA) para PARALELAS. as que não forem nem perpendiculares e nem paralelas deixe sem marcar.

a) r: $y=3x+7$ e s: $y=-x/3 + 1$ ()

b) r: $-x+5$ e s: $y=x+2$ ()

c) r: $y-3 = 0$ e s: $x+4=0$ ()

d) r: $4x+1=0$ e s: $y=-4x+2$ ()

Coeficiente angular

3) Calcule o coeficiente angular das retas de equações:

a) $3x + 4y - 7 = 0$

b) $-6x + 8y + 3 = 0$

a) $4y = -3x + 7$

$$y = \frac{-3}{4}x + \frac{7}{4} \quad \text{coeficiente angular} = \frac{-3}{4}$$

b) $8y = 6x - 3$

$$y = \frac{6}{8}x - \frac{3}{8} = \frac{3}{4}x - \frac{3}{8}$$

Coeficiente angular é igual a 3

Paralelismo $m_1 = m_2$

5) Verifique se as retas r e s abaixo são paralelas em cada um dos seguintes casos:

a) r: $6x + 7y + 3 = 0$ e s: $12x + 14y - 21 = 0$

b) r: $5x + 3y - 10 = 0$ e s: $5x - 10y - 10 = 0$

a) $7y = -6x - 3$ $14y = -12x - 21$ $y = \frac{-12}{14}x - \frac{21}{14}$ $y = \frac{-6}{7}x - \frac{3}{2}$
 $y = \frac{-6}{7}x - \frac{3}{2}$

coeficiente angular igual, portanto r//s. $m_1 = m_2$

b) $3y = -5x + 10$ $-10y = -5x + 10$ $y = \frac{5}{10}x - \frac{10}{10}$ $y = \frac{1}{2}x - 1$
 $y = \frac{-5}{3}x + \frac{10}{3}$

coeficiente angular diferente, portanto r não paralela a s. m_1 diferente de m_2

Perpendicularismo $m_1 \cdot m_2 = -1$

Verifique se as retas r e s abaixo são perpendiculares em cada um dos casos:

a) r: $x + 7y - 10 = 0$ e s: $y = 7x + 3$

b) r: $x - y + 7 = 0$ e s: $2x + 5y - 7 = 0$

a) r: $7y = -x + 10$ s: $y = 7x + 3$
 $y = \frac{-1}{7}x + \frac{10}{7}$ $m_1 \cdot m_2 = -1 \cdot 7 = -7$

perpendiculares

b) r: $-y = -x - 7$ $y = 1x + 7$ s: $5y = -2x + 7$
 $y = \frac{1}{5}x + \frac{7}{5}$ $y = \frac{-2}{5}x + \frac{7}{5}$ $1 \cdot \frac{-2}{5} = \frac{-2}{5}$

Logo r e s não são perpendiculares e nem paralelas.

Reforço

Determine os valores de a para os quais as retas $ax + 3y + 1 = 0$ e $12x + ay + 2 = 0$ são paralelas.

Estude, segundo os valores de a, as posições relativas das retas r e s dadas pelas equações:
r: $(a + 2)x + 4y + 4 = 0$ e s: $(2a + 1)x + (a + 3)y + 5 = 0$.

Prova:

1) Encontre o coeficiente angular das retas e

assinale (P) para PERPENDICULARES ou (PA) para PARALELAS. as que não forem nem perpendiculares e nem paralelas deixe sem marcar.

a) $r: y = -5x + 7$ e $s: y = -x/5 + 1$ ()

b) $r: y - x + 5 = 0$ e $s: y = x + 2$ ()

c) $r: y - 2 = 0$ e $s: x + 4 = 0$ ()

d) $r: y + 4x + 1 = 0$ e $s: y = -4x + 2$ ()

2) Trace uma reta paralela ou perpendicular com o uso do compasso e uma régua

AVALIAÇÃO

A avaliação envolve aluno e professor e deve ser realizada de maneira que ambos possam avaliar o quanto se desenvolveu cada uma das competências relacionadas aos temas estudados.

A prova deste Plano de Trabalho deve ser pontuado, conforme critérios previamente apresentados, assim como as atividades apresentadas em grupos .

Aplicação de avaliação escrita individual (100 minutos) para investigação da capacidade de utilização de conhecimentos adquiridos e raciocínio lógico para resolver problemas do cotidiano envolvendo retas paralelas e perpendiculares,

Ele foi preparado levando em consideração o tempo disponível de aulas para as turmas 3001,3002,3003 do Colégio Estadual Barão de Macaúbas Não constam atividades que envolvam programas de geometria ou geogebra em computadores porque apenas 5 computadores estão disponíveis para os alunos na sala de informática, o que dificulta trabalhos desse tipo.

FONTES DE PESQUISA
ROTEIROS DE AÇÃO 1 e 2 e TEXTOS

Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ

referente ao 1º ano do Ensino Médio – 2º bimestre
de 2012 disponível em

<http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava>.

**MATEMATICA - VOLUME ÚNICO EDIÇÃO
REVISADA** Formato: Livro Didático Autor: VARIOS
AUTORES Autor: IEZZI, GELSON Editora: SARAIVA
– DIDÁTICOS Assunto: DIDATICOS - ENSINO
MEDIO – MATEMATICA

**MATEMATICA PARA O ENSINO MEDIO - VOLUME
UNICO - Ensino Médio – Integrado** Formato: Livro
Didático Autor: GRECO, SERGIO EMILIO Autor:
GENTIL, NELSON Autor: SANTOS, CARLOS
ALBERTO MARCONDES DOS Editora: ATICA –
DIDÁTICOS Assunto: CIÊNCIAS EXATAS -
MATEMÁTICA

Endereços eletrônicos acessados:
www.mat.uel.br/geometrica/php/.../dg_ex_re1.php
www.brasilecola.com

