Tarefa 2 –

PLANO DE TRABALHO

JUSTIFICATIVA

Percebe-se que a utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática vem aos poucos se firmando como uma das áreas mais ativas e relevantes nessa área de pesquisa. A disponibilidade de recursos como internet e softwares educacionais trabalhados de forma planejada, bem orientada, é capaz de abrir um leque de possibilidades didáticas, modificando inclusive as relações entre professor e aluno. Essas mudanças causam grandes impactos na sociedade, gerando reflexos conceituais e curriculares na Educação Básica e na Educação Superior.

Evidências há para que se faça uso das TICEM nas salas de aula de Matemática, a partir de um novo redirecionamento e numa outra perspectiva curricular, encontramos nos PCN's (2000) quando descrevem que *Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino de Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento. (BRASIL, 2000)*

É importante salientar que as mudanças decorrentes no cenário educacional com o advento desse "novo ator", o computador, seja na sala de aula, seja em laboratório, caracterizam- se como mudanças curriculares no papel do professor, na postura do aluno diante da construção de seu conhecimento e na relação professor-aluno. Essas são preocupações são ressaltadas por pesquisadores na área de matemática, pois pesquisas vêm sendo realizadas, na Educação de Matemática, com o objetivo de se analisar as implicações da inserção dos computadores no ensino.

O procedimento dos estudantes que usam essa tecnologia informática os conduz a modos de pensar e de construir conhecimento que são típicos do ambiente informático e, por vezes, favoráveis à aprendizagem de conteúdos ou à compreensão de se acreditar que, com o uso dessa ferramenta como auxílio para o ensino de Matemática, a pesquisa, a manipulação, a visualização, o movimento e a simulação serão capazes de proporcionar ao aluno, a descoberta de elementos, propriedades do objeto estudado, semelhanças e diferenças, facilitando ainda a formulação de conjecturas e a formação de conceitos em Geometria Analítica Plana, pois essas tiveram origens independentes e somente com o tempo foram sendo descobertas as relações entre as formas e os números conceitos matemáticas.

DESENVOLVIMENTO

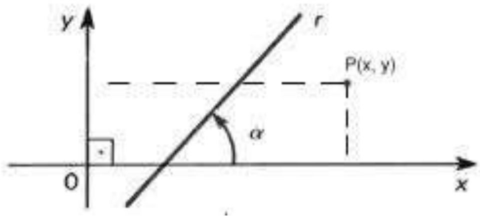
As aulas serão ministradas através de uso de um software educativo como recurso didático, trás a tona a possibilidade de mostrar o quanto a informática pode ser útil na prática do ensino da matemática, ressaltando os efeitos deste uso de forma qualitativa, possibilitando assim, aos alunos, criar oportunidades, para que estes possam explorar seus conhecimentos através de atividades no Laboratório, de modo a proporcionar momentos enriquecedores de estudo e construção de aprendizado.

Para isso, é importante que se apresente o Geogebra (um software educativo livre de matemática dinâmica que permite trabalhar a geometria, e também a álgebra e o cálculo), aos alunos no laboratório de informática, procurando fazer um trabalho em duplas por máquina, seguido de uma breve explanação em tela projetada das questões a serem resolvidas, a partir daí, propor aos discentes que tentem resolver as atividades fazendo uso do software, com isso certamente será possível perceber a motivação da construção de figuras, bem como sua manipulação, visualização, verificação e validação das propriedades inerentes às figuras em estudo.

Vale lembrar que esse software foi Desenvolvido por Markus Horenwarter, da Universidade de Salzburg, podendo ser encontrado com facilidade em sites de busca, como exemplo no endereço: http://www.baixaki.com.br/download/geogebra.htm.

Eis algumas as ações serão desenvolvidas ao longo das aulas:

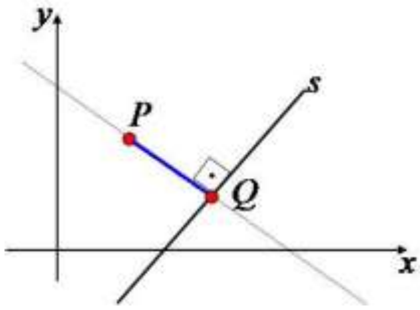
Distância entre ponto e reta



Ponto e Reta

A geometria analítica utiliza as relações algébricas para explicar e entender os conceitos de Euclides. Dessa forma, um ponto, uma reta, uma elipse, podem ter suas características estudadas através de princípios algébricos. Vamos realizar o estudo analítico da distância entre um ponto e uma reta no plano cartesiano.

Considere um ponto P(xo, yo) e uma reta s de equação s: ax + by + c = 0.



Existem várias distâncias entre o ponto P e a reta s, assim como existem vários caminhos até um destino. Mas para nós interessa somente a menor distância.

A distância entre P e t é dada pela fórmula:

$$d_{P,s} = \frac{|ax_o + by_o + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Onde, a, b e c são os coeficientes da equação da reta s e xo e yo são as coordenadas do ponto P.

Exemplo 1. Calcule a distância entre o ponto P(0, 10) e a reta s: x – y + 1 = 0.

Solução: Da equação geral da reta s, obtemos: a = 1, b = – 1 e c = 1.

Segue que:

$$d_{P,s} = \frac{|ax_o + by_o + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|1 \cdot 0 + (-1) \cdot 10 + 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|0 - 10 + 1|}{\sqrt{2}} = \frac{|-9|}{\sqrt{2}} = \frac{9}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

Exemplo 2. Determine a que distância está o ponto A(– 2, 3) da reta t: 4x + 3y – 2 = 0.

Solução: Da equação da reta t, obtemos: a = 4, b = 3 e c = – 2.

Segue que:

$$d_{A,t} = \frac{|ax_o + by_o + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|4 \cdot (-2) + 3 \cdot 3 + (-2)|}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$$

$$d_{A,t} = \frac{|-8 + 9 - 2|}{\sqrt{25}}$$

$$d_{A,t} = \frac{|-1|}{5} = \frac{1}{5}$$

Exemplo 3. A distância do ponto P(1. Y) até a reta s: x + y = 0 é de √2/2. Determine o valor de y.

Solução: Da equação da reta s, obtemos: a = 1, b = 1 e c = 0.

Segue que:

$$d_{P,s} = \frac{|ax_o + by_o + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|1 \cdot 1 + 1 \cdot y + 0|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{|1 + y|}{\sqrt{2}}$$

Mas,

$$d_{P,s} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Então,

$$\frac{|1 + y|}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$|1 + y| = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2}$$

$$|1 + y| = \frac{2}{2} = 1$$

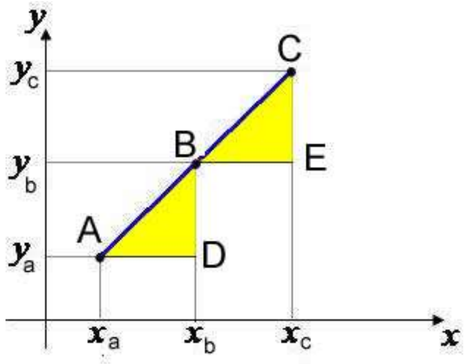
Da definição de módulo, temos que:

$$1 + y = 1 \;\; ou \; 1 + y = -1$$

$$y = 0 \; ou \; y = \; -2$$

Portanto, o ponto P pode ter coordenadas (1, 0) ou (1, – 2)

Condição de alinhamento de três pontos



Pontos alinhados

Considere três pontos distintos do plano cartesiano $A(x_a\ y_a)$, $B(x_b, y_b)$ e $C(x_c, y_c)$. Esses pontos estão alinhados se o determinante de suas coordenadas for igual a zero. Ou seja:

$$\begin{vmatrix} x_a & y_a & 1 \\ x_b & y_b & 1 \\ x_c & y_c & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Exemplo 1. Verifique se os pontos A(5, 5), B(1, 3) e C(0, 5) estão alinhados. **Solução**: devemos fazer o cálculo do determinante das coordenadas dos pontos A, B e C e verificar se o resultado é igual a zero.

$$\begin{vmatrix} 5 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 5 & 5 \\ 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{matrix} = 15 + 0 + 5 - 5 - 25 - 0 = -10 \neq 0$$

Como o determinante das coordenadas dos pontos resultou em um valor diferente de zero, podemos concluir que os pontos A, B e C não estão alinhados.

Exemplo 2. Determine o valor de c para que os pontos A(4, 2), B(2, 3) e C(0, c) estejam alinhados.

$$\begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & c & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 4 & 2 \\ 2 & 3 \\ 0 & c \end{matrix} = 0$$

Solução: para que os pontos A, B e C estejam alinhados, o determinante de suas coordenadas deve ser igual a zero. Assim, temos que:

Fazendo o cálculo do determinante obtemos:

$12 + 0 + 2c - 4 - 4c - 0 = 0$

ou

$8 - 2c = 0$

$2c = 8$

$c = 4$.

Exemplo 3. Para quais valores reais de k os pontos (6, k), (3, 4) e (2 – k, 2) são colineares?

Solução: dizer que os pontos são colineares é o mesmo que dizer que eles estão alinhados. Dessa forma, devemos fazer o cálculo do determinante e igualá-lo a zero.

$$\begin{vmatrix} 6 & k & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 2-k & 2 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 6 & k \\ 3 & 4 \\ 2-k & 2 \end{matrix} = 0$$

Desenvolvendo o determinante, obtemos:

– k2 + 3k + 10 = 0

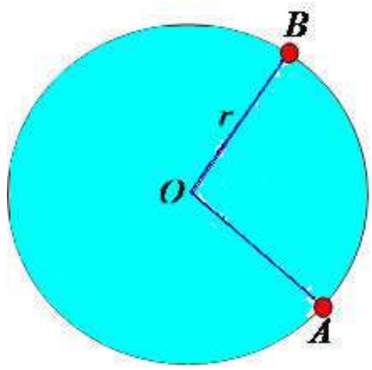
ou

k2 – 3k – 10 = 0

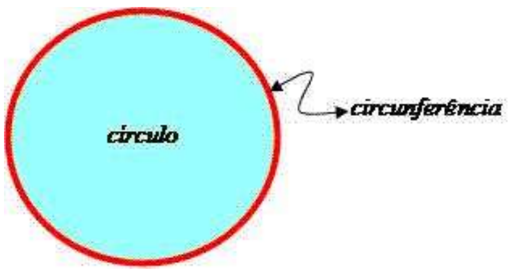
Resolvendo a equação acima, obtemos:

k = 5 ou k = – 2

Equação Reduzida da Circunferência



Observe que o ponto de vista analítico, circunferência é o conjunto dos pontos P(x, y) do plano que equidistam (apresentam a mesma distância) de um ponto O. Essa distância é chamada de raio r. É importante deixar claro que circunferência e círculo são formas geométricas distintas. Enquanto o círculo é formado por todos os pontos do contorno e do interior, a circunferência corresponde somente aos pontos que estão no contorno.



Obteremos a equação reduzida da circunferência de centro O (x_0, y_0) e raio r. Como foi definido anteriormente, circunferência é o conjunto dos pontos P(x, y) do plano, tais que:

Temos que:

$d_{P,O} = r$

ou

$$d_{P,O} = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} = r$$

Elevando os dois membros ao quadrado, obtemos:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

Que é a equação reduzida da circunferência de raio r e centro O (x_0, y_0).

Exemplo 1. Determine a equação reduzida da circunferência de centro O(5, 7) e raio 4.

Solução: Como sabemos as coordenadas do centro da circunferência e a medida do raio, temos que:

O(5, 7) → $x_0 = 5$ e $y_0 = 7$
r = 4

Substituindo esses valores na equação reduzida da circunferência, obtemos:

$(x - 5)^2 + (y - 7)^2 = 4^2$

Ou

$(x - 5)^2 + (y - 7)^2 = 16$ → Equação reduzida da circunferência de centro O(5, 7) e raio 4.

Exemplo 2. Determine as coordenadas do centro e a medida do raio da circunferência de equação: $(x - 3)^2 + (x - 8)^2 = 121$

Solução: Sabemos que a equação reduzida da circunferência é do tipo:

$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$

Assim, podemos concluir que:

$x_0 = 3$ e $y_0 = 8$ → O(3, 8)

$r^2 = 121$ → r = 11

Exemplo 3. Encontre as coordenadas do centro e o valor do raio da circunferência de equação:

a) $x^2 + y^2 = 25$

Solução: A equação reduzida da circunferência é do tipo:

$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$

Assim, temos que:

$x_0 = 0$ e $y_0 = 0 \rightarrow O(0, 0)$

$r^2 = 25 \rightarrow r = 5$ cm

Observação: Toda circunferência com centro na origem tem equação reduzida da forma:

$x^2 + y^2 = r^2$

b) $(x + 2)^2 + (y - 9)^2 = 3$

Solução: A equação reduzida da circunferência é da forma:

$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$

Então,

$x_0 = -2$ e $y_0 = 9 \rightarrow O(-2, 9)$

$r^2 = 3 \rightarrow r = \sqrt{3}$

AVALIAÇÃO

Atividade 1

(FEI-SP) Determine a equação da circunferência com centro no ponto C(2, 1) e que passa pelo ponto A(1, 1).

Solução:

Sabendo que o ponto A(1 ,1) pertence à circunferência e que o centro possui coordenadas C(2, 1), temos que a distância entre A e C é o raio da circunferência. Dessa forma temos que d(A, C) = r.

$$d_{A\,C} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \Rightarrow d_{A\,C} = \sqrt{(2-1)^2 + (1-1)^2}$$

$$d_{A\,C} = \sqrt{1}$$

$$d_{A\,C} = 1$$

Se o raio da circunferência é igual a 1 e o centro é dado por (2, 1), temos que a equação da circunferência é dada por: $\mathbf{(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1}$.

Habilidade Trabalhada: - Resolver problemas utilizando o cálculo da distância entre dois pontos.

Atividade 2

(PUC-SP) O ponto P(3, b) pertence à circunferência de centro no ponto C(0, 3) e raio 5. Calcule o valor da coordenada b.

Solução:

A equação da circunferência que possui centro C(0, 3) e raio r = 5 é dada por:

$(x - 0)^2 + (y - 3)^2 = 5^2 \rightarrow x^2 + (y - 3)^2 = 25.$

Sabendo que o ponto (3, b) pertence à circunferência, temos que:

$3^2 + (b - 3)^2 = 25 \rightarrow 9 + (b - 3)^2 = 25 \rightarrow (b - 3)^2 = 25 - 9 \rightarrow (b - 3)^2 = 16$

$b - 3 = 4 \rightarrow b = 4 + 3 \rightarrow b = 7$

$b - 3 = -4 \rightarrow b = -4 + 3 \rightarrow b = -1$

O valor da coordenada b pode ser –1 ou 7.

Habilidade Trabalhada: - Resolver problemas utilizando o cálculo da distância entre dois pontos.

Atividade 3

Temos que duas circunferências de equações λ_1: $x^2 + y^2 = 16$ e λ_2: $x^2 + y^2 + 4y = 16$ são tangentes, isto é, possuem um ponto em comum. Determine a coordenada desse ponto.

Solução:

Resolver o sistema de equações: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16 \\ x^2 + y^2 + 4y = 0 \end{cases}$

Temos pela 1ª equação que $x^2 + y^2 = 16$, então:

$x^2 + y^2 + 4y = 0 \rightarrow 16 + 4y = 0 \rightarrow 4y = -16 \rightarrow y = -16/4 \rightarrow y = -4$

$x^2 + y^2 = 16 \rightarrow x^2 + (-4)^2 = 16 \rightarrow x^2 + 16 = 16 \rightarrow x^2 = 16 - 16 \rightarrow x^2 = 0 \rightarrow x = 0$

O ponto de intersecção das circunferências é {0, – 4}.

Habilidade Trabalhada: - Determinar a equação da circunferência na forma reduzida e na forma geral, conhecidos o centro e o raio.

Atividade 4

Uma circunferência passa pelos pontos **A (2,0), B (2,4) E C (0,4)**

Determine a distância do centro da circunferência à origem dos eixos coordenados.

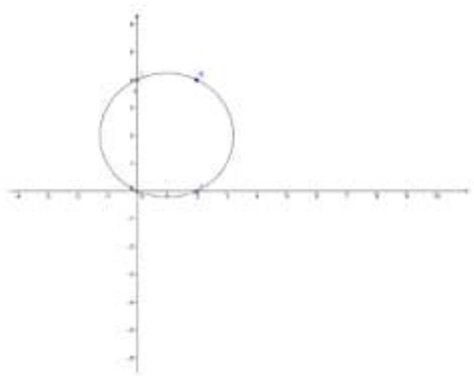


Fig 1- Tela Geogebra

Resolução

1º Passo: Clica-se no segundo ícone da barra de ferramentas, opção novo ponto, localiza-se os pontos A, B, C;

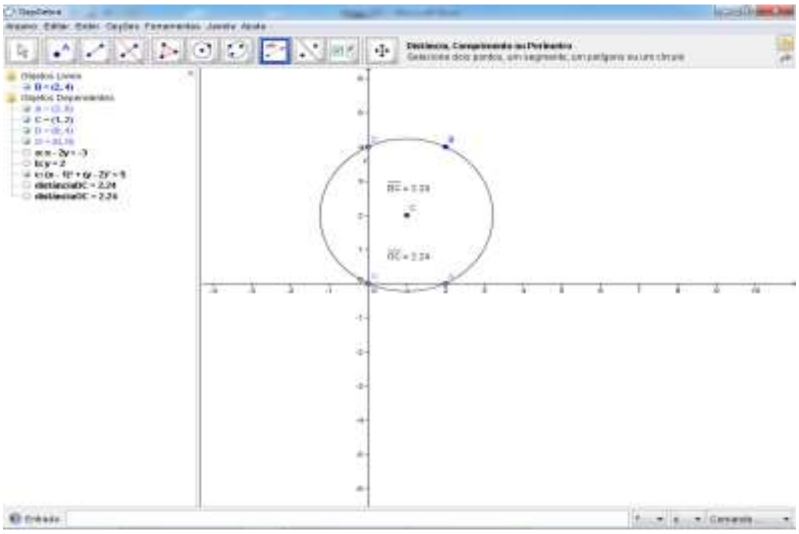
2º Passo: No sexto ícone, opção círculo definido por três pontos, clica-se sobre os pontos determinando a circunferência que os contém, visualizando graficamente os pontos do enunciado;

Nesse momento verifica-se que a circunferência intercepta a origem dos eixos coordenados, bastando, para resolver o problema, determinar o raio da mesma, que corresponde à distância procurada. Para tal, estabelecidos previamente os conceitos relativos à Mediatriz, Circuncentro – Centro da circunferência circunscrita ao triângulo que é o encontro das mediatrizes, Raio. Conclui-se que é necessário determinar o ponto de encontro das mediatrizes possibilitando a partir daí condições para se determinar o raio da circunferência.

3º Passo: No quarto ícone, opção mediatriz, seleciona-se os pontos A e B, determinando a mediatriz relativa a esses dois pontos, repete-se esse procedimento com os pontos A e C ou com B e C, uma vez que para determinar a intersecção entre as mediatrizes precisa-se apenas de duas;

4º Passo: No segundo ícone, opção intersecção entre dois pontos, seleciona o ponto de encontro das mediatrizes (D), centro da circunferência.

Ao observar o lado esquerdo da interface, janela algébrica, temos a equação da Circunferência $(X - 1)^2 + (Y - 1)^2 = 5$, que nos proporciona o valor do $r = \sqrt{5}$, que é a distância procurada.



Habilidade Trabalhada: - Identificar e determinar as equações geral e reduzida de uma reta.

Atividade 5

Sejam **x – y = 4, x + y= 0 e y = 2** as equações das retas r, s e t representadas num sistema de eixos cartesianos ortogonais, como mostra o gráfico a seguir.

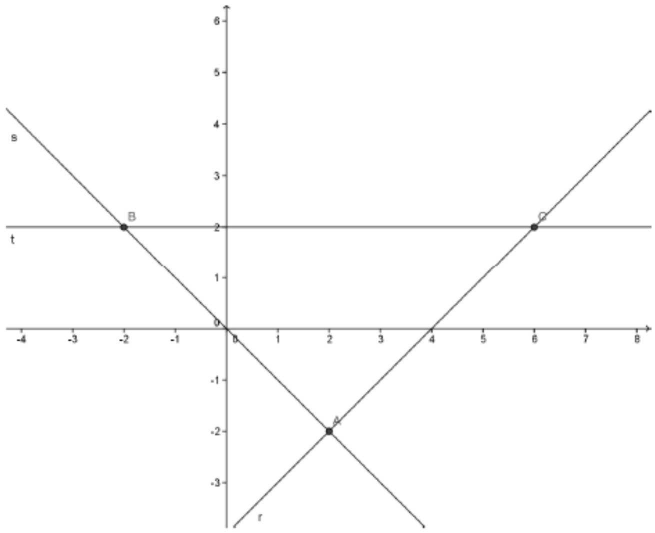


Fig 2-Tela Geogebra

Resolução:

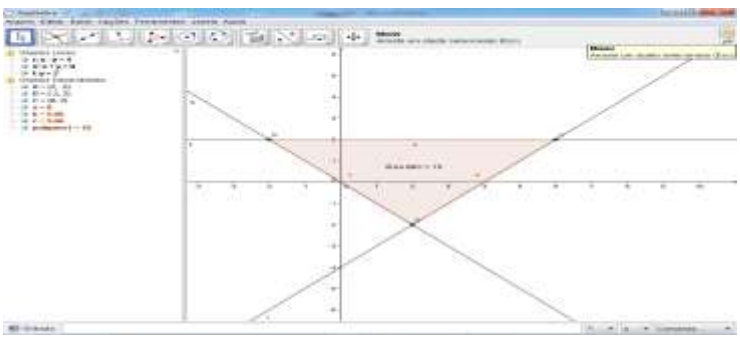
1º Passo: Representar no plano cartesiano as retas r e s, determinando o ponto de intersecção entre as mesmas. Para tal, digita-se na caixa de entrada cada uma das equações, seguido de um Enter. Na janela algébrica, seleciona as equações com um clique duplo sobre estas para nomeá-las de acordo com o enunciado;

2º Passo: No segundo ícone, opção intersecção entre dois objetos, marca-se os vértices A, B, C do triângulo, formado pela intersecção entre as retas;

3º Passo: No quinto ícone, opção polígono, seleciona os vértices A, B, C, destacando o triângulo;

4º Passo: No oitavo ícone, opção área, seleciona o triângulo ABC determinando sua área.

Esse resultado é facilmente verificado, fazendo uso do determinante na geometria analítica, onde a área procurada é determinada pela seguinte $S = \frac{|D|}{2}$ relação onde D é o determinante da matriz formada com as coordenadas dos pontos A, B, C. Veja na figura que segue o resultado final.



Habilidade Trabalhada: - Identificar e determinar as equações geral e reduzida de uma reta.

Atividade 6

Uma circunferência de centro no ponto Q(2, 0) passa pelo ponto de encontro das retas r e s de equações $x - y - 2 = 0$ e $x + y - 6 = 0$, respectivamente.
Determine a equação dessa circunferência.

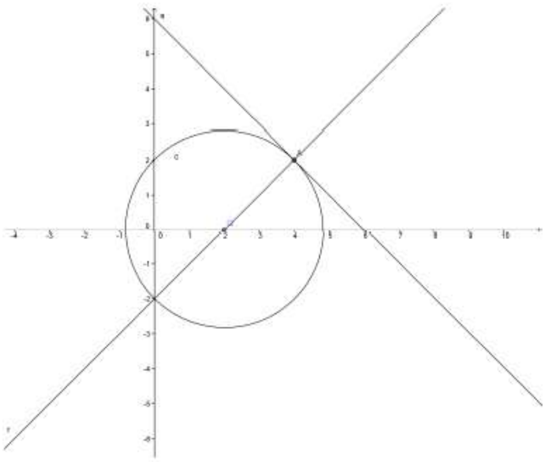


Fig 3- Tela geogebra

Resolução:

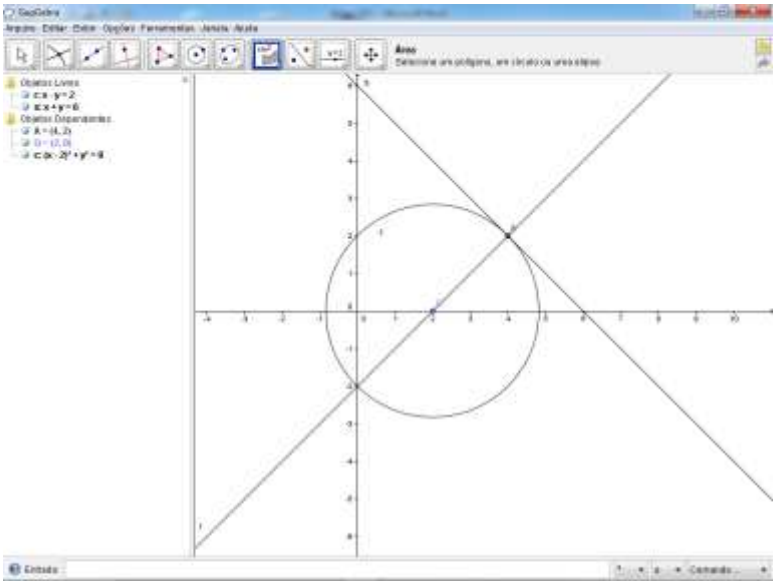
1º Passo: Representar no plano cartesiano as retas r e s, determinando o ponto de intersecção entre as mesmas. Para tal, digita-se na caixa de entrada cada uma das equações, seguido de um Enter. Na janela algébrica, seleciona as equações com um clique duplo sobre estas para nomeá-las de acordo com o enunciado;

2º Passo: No segundo ícone, opção intersecção entre dois objetos, marca-se o ponto de encontro entre as retas;

3º Passo: No segundo ícone, opção novo ponto, marca-se o ponto Q, centro da circunferência dado no enunciado;

4º Passo: No sexto ícone, opção círculo definido pelo centro e um de seus pontos, determinar a circunferência que os contém.

Na janela algébrica, lado esquerdo da interface, pode-se visualizar a equação (C) da circunferência, que estamos procurando. Esse resultado pode ser verificado através da equação **$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$**, uma vez que temos o centro **c (a, b)= Q (2,0)** e raio $r = 2\sqrt{2}$, que é a distância de Q(centro da circunferência) ao ponto A(intersecção entre as retas r e s). Veja na figura abaixo:



Habilidade Trabalhada: - Identificar e determinar as equações geral e reduzida de uma reta.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Brandt, S. T. J; MONTORFANO, C. O software Geogebra como alternativa no ensino da geometria em um mini curso para professores. <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/329-4.pdf>. Acesso em 11/04/2011.

DANTE, L. R. Matemática, contextos e aplicações - 3 Ed. São Paulo: Ática, 2009.

FERREIRA, R. C. Ensinando matemática com o Geogebra. <http://www.conhecer.org.br/enciclop/2010b/ensinando.pdf>. Acesso em 11/04/2011.

GIOVANNI, J. R; BONJORNO, J. R. Matemática completa 2 Ed. Renovada-São Paulo: FTD, 2005.

LEITE, Et Al. Revista Tecnologia Educacional – Ano XXVII – nº 148, 2000.

Manual do Geogebra. <http://www.geogebra.org/cms/pt_BR/help>. Acesso em 11/04/2011. Médicas Sul, 2000.
PAIVA, M. Matemática-1 Ed.- São Paulo: moderna, 2009.

Aluna: Joana Darc de Paula Rodrigues **Grupo** 3
Tutor: Edeson dos Anjos Silva

Ponto Positivo

As atividades do plano de trabalho foram realizadas, no laboratório de informática, através do uso do software, como recurso didático. Os alunos tiveram oportunidades de explorar seus conhecimentos, levando os objetivos a serem alcançados, pois os mesmos se integraram de forma efetiva, fizeram as atividades e assimilaram bem o conteúdo.

Ponto Negativo

Por ser uma turma heterogênea e pequena, com apenas 20 alunos, consegui que todos os alunos entendessem o conteúdo, não detectando, dessa forma, nenhum ponto negativo.

Alterações

Não houve necessidades de fazer alterações, pois os alunos conseguiram atingir os objetivos propostos e, o resultado, de acordo com a avaliação, foi muito bom. O meu plano de trabalho não foi extenso, então, pude usar, também, o livro e atividades extras. O plano foi cumprido integralmente.

Impressão dos alunos

Busquei realizar um trabalho dinâmico, com a participação ativa dos alunos. Eles demonstraram grande interesse pelo aprendizado da matemática e isso contribuiu para o êxito no processo ensino-aprendizagem. Esse curso tem me proporcionado muitas oportunidades de mudanças. As sugestões são muito boas e diferenciadas.