

**FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ**

**COLÉGIO:** Estadual Antonio Pécly

**PROFESSOR:** Marcelle Dutra França Fernandes

**MATRÍCULA:** 0928956-2

**SÉRIE:** 3ª

**TUTOR (A):** Rodolfo Gregório de Moraes

**PLANO DE TRABALHO SOBRE GEOMETRIA ANALÍTICA**

Marcelle Dutra França Fernandes

marcelleaprendiz@yahoo.com.br

**AValiação da Implementação do Plano de Trabalho 2**

**Pontos positivos :**

As atividades propostas mostram , de forma prática, a utilidade do conteúdo a ser estudado e também toda a sua estrutura matemática, adequando as atividades propostas em relação aos principais pontos a serem explorados do conteúdo em questão.

Utilização de variados tipos de materiais, possibilitando aulas dinâmicas e atrativas e a utilização de diferentes situações-problema propiciando uma melhor análise, voltada para situações mais reais e próximas dos alunos, despertando um maior interesse e participação por parte dos alunos.

**OBS:** As atividades realizadas pelos alunos são as que se encontram em anexo.

**Pontos negativos**

O tempo corrido e curto não propiciou um maior aprofundamento do conteúdo e também não permitiu melhor fixação através de variados exercícios.

**Impressões dos alunos**

Através de situações reais, conseguimos imaginar e resolver melhor os exercícios. Trazer a informática e o que usamos quando acessamos a internet torna o aprendizado mais interessante e fácil.

Também relataram sobre os dados históricos que eles têm gostado de estudar.

### **Melhoras a serem implementadas descritas explicitamente**

Nesse plano de ação, é necessário um maior tempo e também a inserção de alguns problemas extras, fixando melhor os conceitos.

## **FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA**

### **MATEMÁTICA NA ESCOLA – 3º ANO – 4º BIMESTRE**

### **PLANO DE TRABALHO 2**

### **GEOMETRIA ANALÍTICA**

**Professor responsável :** Marcelle Dutra França Fernandes

**Grupo 6**

**Tutor:** Rodolfo Gregório de Moraes

**Atuação e aplicação:** Colégio Estadual Antonio Pecly – CORDEIRO – RJ

**Turmas envolvidas:** 3001 e 3002

### **INTRODUÇÃO**

A Geometria Analítica pensada por Descartes seria uma tradução das operações algébricas em linguagem geométrica, e a essa nova forma de proceder segue uma enorme crença do autor no novo método como uma forma organizada e clara de resolver problemas de natureza geométrica. Sua importância se deve ao fato de permitir representações numéricas de propriedades geométricas.

Algumas aplicações da Geometria analítica estão na Engenharia, com o Cálculo Diferencial e Integral; localização de coordenadas geográficas, tais como distâncias entre cidades; na aerodinâmica de um carro, na energia elétrica; na localização de barcos, entre outros.

São pré-requisitos para o estudo da geometria analítica:

- Operações matemáticas: adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação;
- Operações algébricas;
- Equações;
- Operações com frações;
- Operações com números inteiros;
- Sistema de coordenadas cartesianas;
- Marcação de pontos;
- Distância entre dois pontos

- Sistemas de equações do 1º grau.

A partir de atividades diferenciadas, o conteúdo será explanado de forma a propiciar uma aprendizagem significativa, pois através da manipulação de diferentes materiais e construções o aprendizado torna-se mais fácil .

## DESENVOLVIMENTO

Todo o trabalho será realizado com a turma dividida em duplas e / ou trios, conforme a necessidade em função do número de alunos das turmas.

### ❖ Etapa 1: ( 4h/a – 200 minutos ) – Geometrias não-euclidianas?

**Objetivos:** Compreender as noções da Geometria não-Euclidiana por meio dos aspectos históricos que compõem este conteúdo; entender a diferença entre Geometria Euclidiana e Geometria não-Euclidiana; compreender a necessidade das Geometrias não-Euclidianas para o avanço das teorias científicas.

**Materiais:** Computador, caderno, lápis, caneta, papel sulfite, lápis hidrocor, cola, tesoura e bola de isopor, régua e compasso.

Após a divisão da turma em duplas ou trios, o professor irá levá-los para a sala de Informática.

Durante a execução das atividades será necessário a atenção do professor para que as atividades sejam realizadas corretamente.

Propor a atividade de pesquisa por meio da WebQuest Euclides de Alexandria, disponível em: [http://www.webquestbrasil.org/criador/webquest/soporte\\_tabbed\\_w.php?id\\_actividad=21487&id\\_pagina=1](http://www.webquestbrasil.org/criador/webquest/soporte_tabbed_w.php?id_actividad=21487&id_pagina=1).

**Dica:** Lembrando que a webquest é uma metodologia de pesquisa online, organizada por meio de um roteiro que segue com os seguintes passos: introdução, tarefa, recursos, processo, avaliação e conclusão. O professor dá indicativos de sítios, pré-selecionados, para que a aula seja aproveitada ao máximo, e os alunos não se distraiam diante de tantas informações da internet, e organizem a tarefa e a concluam com sucesso.

A ênfase desta pesquisa deve ser em quem foi Euclides de Alexandria ao longo do tempo, o que foram os livros de Euclides, e sobre a "Geometria Euclidiana".

Após a pesquisa, o professor deverá propor uma rodada entre os grupos para que possam socializar com os demais suas descobertas. Ao final das apresentações, caso julgue necessário, o professor poderá complementar com algumas informações históricas( em anexo).

No último momento, serão sugeridos alguns problemas que deverão ser resolvidos pelos alunos e professor.

### ❖ Etapa 2 ( 2h/a – 100 minutos ) : Um acidente nuclear e a Geometria analítica

**Objetivos:** Trabalhar com a caracterização da circunferência; levar o aluno a compreender a circunferência enquanto conjunto de pontos que equidistam de um ponto central.

**Materiais:** folha de atividades, régua, lápis de cor ou caneta hidrográfica, computador com o software Geogebra instalado.

A turma será dividida em duplas, que deverão ser diferentes das aulas anteriores . Cada dupla deverá obedecer aos comandos e tarefas orientadas pelo professor na sala de Informática.

Cada atividade será feita passo a passo pelo professor junto aos alunos, que no primeiro momento irá ser entregue uma folha com as leituras e atividades propostas. O professor irá fazendo a leitura , em conjunto, ir resolvendo os exercícios e tirando as possíveis dúvidas.

### ❖ Etapa 3 ( 2h/a – 100 minutos ) – Um problema regional e a equação da circunferência

**Objetivos:** Deduzir a equação da circunferência

**Materiais:** folha de atividade , lápis , borracha, régua e lápis de cor.

A turma , após organização em duplas diferentes dos outros dois dias de aula anteriores, deverá fazer uma leitura individual da folha de atividades e responder às questões que conseguir. Após um tempo de meia hora para a análise dos alunos, o professor irá fazer a leitura da folha e resolverá junto com os alunos as atividades, tirando as dúvidas e explicando o conteúdo.

Nessa tarefa o principal objetivo é levar o aluno a deduzir a equação da circunferência com centro e raio definidos. Espera que o estudante seja capaz de identificar a equação da circunferência quando são conhecidos alguns de seus atributos.

### AVALIAÇÃO

A avaliação será feita pelo professor que deverá estar anotando regularmente qualquer observação importante sobre o comportamento de cada aluno e seu grupo na execução das tarefas através dos seguintes instrumentos:

- ❖ Desenvolvimento e socialização das atividades na pesquisa e no grupo? Participou? Contribuiu com os colegas? O aluno foi argumentativo? Sua produção no grupo foi pertinente?
- ❖ Na realização das atividades, o aluno formulou conceitos? Apresentou entendimento?
- ❖ Participação individual e coletiva dos alunos no desenvolvimento do contexto geral da aula.

Um meio que pode contribuir para a verificação de aprendizagem dos alunos é sempre solicitar aos alunos que tenham um portfólio para registro de suas aprendizagens. Que diariamente relatem o que aprenderam e como aprenderam. Esses relatos podem contribuir para que o professor perceba os caminhos que os alunos vem fazendo, bem como avaliar suas aprendizagens.

H09 - Reconhecer o círculo ou a circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.

H16 - Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano.

### BIBLIOGRAFIA

DANTE, L. R. **Matemática: Contextos e Aplicações**. São Paulo: Ática, 2003. 472p.

THOMAZ, Mara Lucia. Geometria Não-Euclidiana – Geometria Esférica No Ensino Médio. Disponível em:

[http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/md\\_mara\\_lucia\\_thomaz.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/md_mara_lucia_thomaz.pdf), acesso em 27 de novembro de 2012.

Introdução a Geometria Euclidiana. Disponível em: [http://www.webquestbrasil.org/criador/webquest/soporte\\_mondrian\\_w.php?id\\_actividad=9170&id\\_pagina=5](http://www.webquestbrasil.org/criador/webquest/soporte_mondrian_w.php?id_actividad=9170&id_pagina=5), acesso em 27 de novembro de 2012.

ANTUNES, Marcelo Carvalho. **Uma possível inserção das geometrias não-euclidianas no Ensino Médio**. Disponível em: <http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/18218/000728046.pdf?sequence=1>, acesso em 27 de novembro de 2012.

## ANEXOS

### Etapa 1:

A obra Elementos de Euclides é uma das obras mais importante já escrita em toda a história. São treze volumes que não apenas incluíram toda a matemática da época, mas forneceram um modelo para o desenvolvimento das ideias matemáticas, utilizadas até os dias de hoje.

Inicialmente são dados algumas noções primitivas (primeiros conceitos) e alguns resultados admitidos como verdadeiros (axiomas e postulados), por meios desses são deduzidos utilizando a lógica clássica, outros resultados e conceitos, numa sequência crescente.

Os treze volumes dos Elementos contém 465 proposições, sendo 93 problemas e 372 teoremas.



No volume I dos Elementos são apresentados os cinco famosos postulados:

1º – Uma linha reta pode ser traçada de um ponto a outro, escolhidos à vontade.

2º – Uma linha reta pode ser prolongada indefinidamente.

3º – Um círculo pode ser traçado com centro e raio arbitrários.

4º – Todos os ângulos retos são iguais.

5º – Se uma reta secante a duas outras formam ângulos, de um mesmo lado dessa secante, cuja soma é menor que dois ângulos retos, então essas retas se prolongadas suficientemente encontrar-se-ão em um ponto desse mesmo lado (COUTINHO, 2001).

Devido à complexidade relativa de formulação e o insuficiente apelo intuitivo do 5º Postulado, por séculos diversos matemáticos tentaram deduzi-lo dos demais axiomas e postulados, buscando demonstrá-lo como um teorema. O resultado desse esforço continuado, durou cerca de dois mil anos e resistiu a todas as tentativas de demonstração.

Hoje entendemos que o V postulado de Euclides, pode ser reformulado em uma linguagem mais moderna: “dado uma reta qualquer e um ponto fora desta reta, existe uma única reta paralela à reta dada, passando por esse ponto”.

Por mais de dois mil anos a Geometria de Euclides reinou de forma inquestionável. No entanto, o 5º. Postulado de Euclides pelo fato de possuir uma redação mais complexa, extensa e menos intuitiva fez com que muitos matemáticos a questionassem e desconfiassem de sua validade como postulado.

E foi o estudo do 5º. Postulado que induziu a criação de novas Geometrias, pois daí surgiram a Geometria Elíptica (ou Esférica) e a Geometria Hiperbólica.

---

## Geometria Postulado

Euclidiana - Por um ponto fora de uma reta pode-se traçar uma única reta paralela à reta dada.

Elíptica - Por um ponto fora de uma reta não existe nenhuma reta paralela à reta dada.

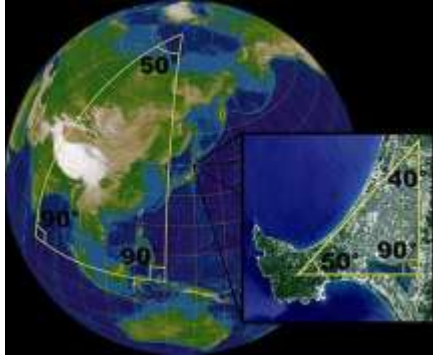
Hiperbólica - Por um ponto fora de uma reta existe mais de uma reta paralela à reta dada.

Fonte: <http://www.lume.ufrgs.br/>

Enfim, podemos dizer que a Geometria Euclidiana funcionou muito bem em superfícies planas.

Mas como podemos definir situações geométricas sobre uma superfície curva?

Para esses casos, certamente a Geometria Euclidiana não é satisfatória.



Fonte: [Wikipédia](#)

etc.



## Atividade

### Problema 1:

Um barco pesqueiro deseja cercar uma região na qual acredita que existam mais peixes. Para isto, ele parte de algum ponto sobre a linha do Equador e percorre 20 km em direção ao Norte, em seguida gira 90° e navega mais 20 km em direção ao leste, depois gira 90° e navega mais 20 km no sentido Sul.



Fonte:

[http://3.bp.blogspot.com/\\_HC9KfFmEzLc/TOqf0gTX6HI/AAAAAAAAACc/9\\_ZxB7uwY7k/s1600/digitalizar0004.jpg](http://3.bp.blogspot.com/_HC9KfFmEzLc/TOqf0gTX6HI/AAAAAAAAACc/9_ZxB7uwY7k/s1600/digitalizar0004.jpg)

a) Utilizando uma folha plana e posteriormente as esferas de isopor, responda qual a distância percorrida pelo barco? Existe diferença entre as distâncias medidas no plano e na esfera? O deslocamento é o mesmo medido no plano e na esfera? Explique:

Resposta: Essa atividade tem por objetivo que os alunos observem que as distâncias percorridas e os deslocamentos no plano e na esfera são idênticos (60 km no exemplo), apesar da diferença nos formatos e suas superfícies.

### Problema 2:

Imagine dois barcos pesqueiros A e B navegando lado a lado (paralelamente).

a) Desenhe em uma folha de papel o caminho percorrido pelos dois barcos.

b) Desenhe sobre as esferas os caminhos percorridos pelos barcos A e B.

c) É possível traçar retas paralelas para representar o caminho percorrido pelos dois barcos na folha de papel e na bola de isopor?

d) Isso contraria o 5º Postulado de Euclides? Quais as conclusões do grupo?



Resp. Esta atividade permite que os alunos percebam que não é possível traçar retas paralelas na superfície esférica e que quaisquer duas retas na esfera se interceptam em no mínimo dois pontos. Como as paralelas não podem (por definição) se interceptar, é importante concluir que não podemos obter retas paralelas na superfície esférica. Isso contraria o 5º. Postulado.

### Problema 3:

Sabemos que a soma dos ângulos internos de um triângulo no plano é  $180^\circ$ .

Mas e na superfície esférica? A soma dos ângulos internos de um triângulo é menor, igual ou maior que na superfície plana? Qual o limite máximo do 3º ângulo se os outros dois forem ângulos retos? Existe algum limite para a soma dos ângulos neste caso?

Resp. Os alunos precisam perceber que quando o triângulo esférico diminui em tamanho ele se aproxima do triângulo euclidiano que quando ele aumenta de tamanho, o somatório dos ângulos internos tem um valor limite,  $540^\circ$ .



Fonte: <http://www.lume.ufrgs.br/>

### Problema 4:

O primeiro postulado de Euclides diz que por dois pontos pode passar apenas uma única reta. Isto se verifica também na superfície esférica? Nesta superfície as retas são infinitas e ilimitadas como na superfície plana?

Resp. Quando tomamos dois pontos opostos no globo, por eles passam infinitas retas. As retas continuam sendo ilimitadas, porém na superfície esférica elas são finitas.

Após a conclusão e discussão das respostas com os alunos, é importante o professor explicar aos alunos que as atividades propostas apresentam noções de um tipo de Geometria não-Euclidiana, a Geometria Elíptica.

### Etapa 2:

Em março de 2011 aconteceu uma série de falhas em equipamentos na Usina Nuclear de Fukushima, Japão. As explosões dos reatores da usina assustaram o mundo.

O contato humano com alguns raios radioativos pode ter um efeito devastador. Os raios gama podem atravessar o corpo e deformar as células podendo levar a vários tipos de câncer.

A imprensa mundial repercutiu o fato e informou à população todas as medidas que deveriam ser tomadas. A reportagem abaixo, feita por um jornal de Portugal, registra que seria proibida a entrada de pessoas em um raio de 20 km com relação a Usina Central de Fukushima.

# Fukushima vai ser zona interdita num raio de 20 km

Diogo Carreira  
21/04/11 12:04

1 Leitores Online

1 Pageviews Diários



**A partir de quinta-feira à noite vai ser proibido entrar num raio de 20 km em relação à central nuclear de Fukushima.**

Lá vai o tempo em que Fukushima era considerado um acidente nuclear de nível 4. Passou para cinco e começou a ser comparável à catástrofe ao nível de Chernobyl. O nível 7, o mais alto na escala destas situações, foi decretado e agora é tempo de lidar com a radioactividade que vai perdurar na região.

O primeiro-ministro explicou que num raio de 20 km, e a partir de quinta-feira à noite, ninguém vai poder circular. Uma zona que em termos comparativos representa algo como as regiões de Lisboa, Cascais, Sintra, Odivelas e Loures.

Os residentes da zona afectada vão ter direito a enviar um membro de cada família para recuperar o máximo de bens possíveis. Uma viagem de apenas duas horas que vai ser feita com fortes medidas de segurança.

Os trabalhos na central nuclear prosseguem e o governo acredita que a situação esteja apenas controlada daqui a nove meses.

## Comunidade

+ Vistos + Vistos + Comentados

Metade do ensino obrigatório deve ser profissional

12 visitantes

SIBS critica Pingo Doce por sacrificar bem-estar dos consumidores

11 visitantes

facebook



Like



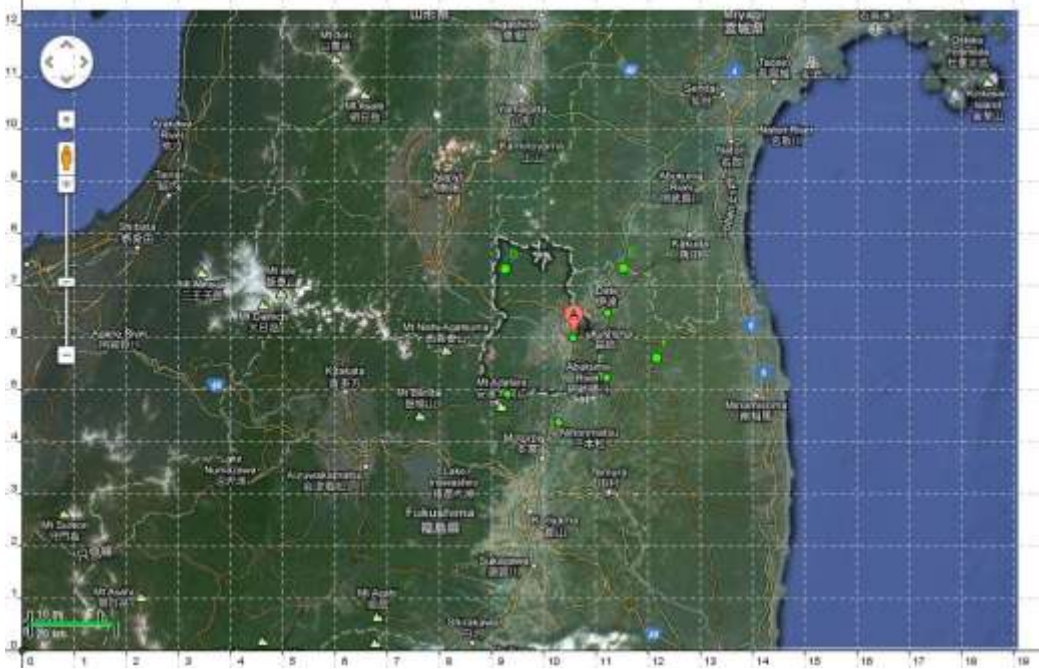
143,224 people like this.

Fonte: [http://economico.sapo.pt/noticias/fukushima-vai-ser-zona-interdita-num-raio-de-20-km\\_116535.html](http://economico.sapo.pt/noticias/fukushima-vai-ser-zona-interdita-num-raio-de-20-km_116535.html). Acesso em 21/08/2012.

Ao lermos a reportagem acima podemos nos perguntar:

O que significa estar em um raio de 20 km?

Observemos uma foto retirada de um satélite sobreposta a uma plano cartesiano.



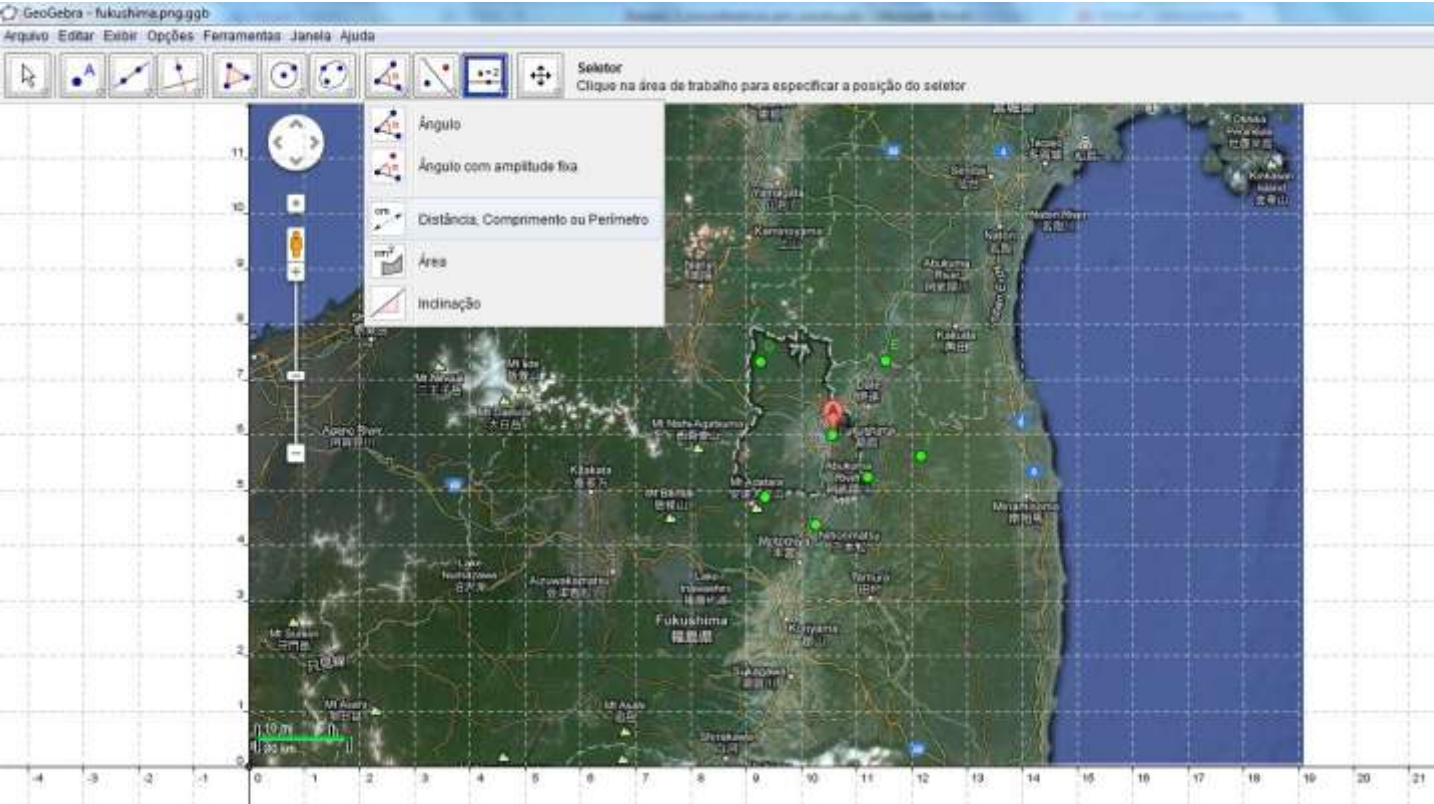
Fonte: Google Maps



Como podemos determinar quais dos pontos assinalados no mapa não podem ser habitados, por estarem a menos de 20 quilômetros de Fukushima (ponto A)?  
Quais são os pontos que estão a exatamente 20 quilômetros de Fukushima?  
Quais são as cidades que podem ser habitados, por estarem a mais de 20 quilômetros de Fukushima?

Todas essas questões podem ser respondidas tendo a Geometria Analítica como ferramenta.

1) Utilizando o arquivo do Geogebra “Fukushima.png.ggb”, selecione na 8ª janela a opção “Distância, Comprimento ou Perímetro” e clique sobre os extremos do segmento BC, que determina a escala. É um segmento verde que está localizado no canto inferior esquerdo.



2) Que valor você obteve?



Observe que o valor encontrado no item 2 ( $BC = 1,66$ ) está relacionando os centímetros no mapa com estão os quilômetros da realidade. Ou seja, 1,66 centímetros no mapa correspondem a 20 quilômetros de distância na realidade.


3) Ainda com a ferramenta , verifique quais cidades estão a exatamente 20 quilômetros de Fukushima. Para isso, você deverá clicar sobre o ponto A (Fukushima) e o ponto G, por exemplo, e repetir o mesmo procedimento para os outros pontos.

4) E quais cidades estão a mais de 20 quilômetros? Existe alguma cidade cuja distância seja inferior a 20 quilômetros?

O aluno irá encontrar que os pontos I e J estão numa distância de 1.66 centímetros do ponto A, ou seja, as cidades de Nihonmatsu e MtAdatara estão afastadas a exatos 20 quilômetros de Fukushima).

Já o ponto G dista 2.15 centímetros de A, ou seja, MtNishiAgatsuma está a mais de 20 quilômetros de Fukushima. E a cidade de Abukuma está a menos de 20 quilômetros de distância.

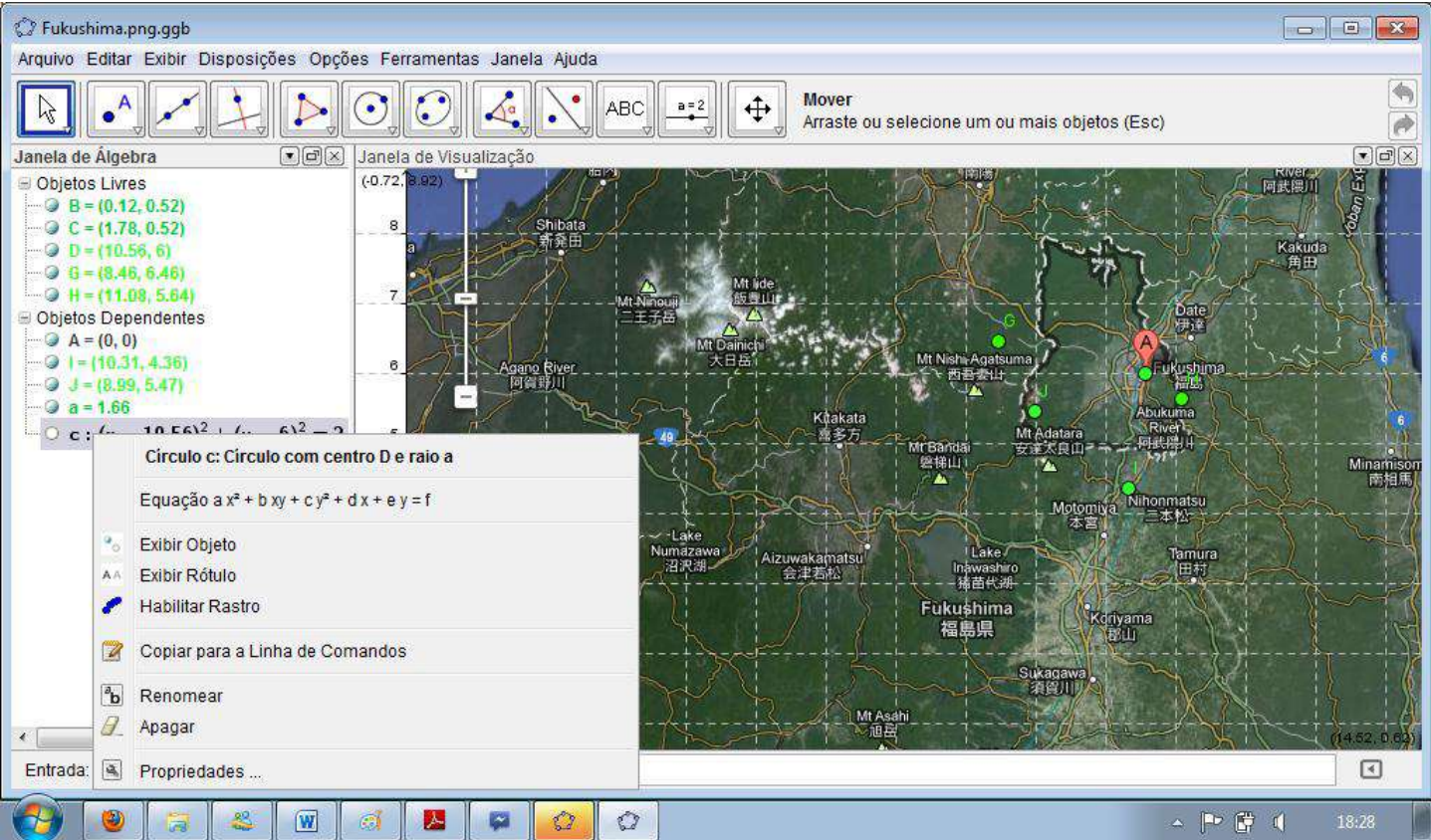
5) Selecione a opção  “Novo Ponto” na segunda janela e marque cinco pontos no mapa. Após isso, utilize a ferramenta para  a distância desses pontos até o ponto A.

6) Com a ferramenta  “Mover”, arraste os pontos que você marcou, de forma que a distância deles ao ponto A seja de 1.66 centímetros.

Seu aluno poderá verificar a distância entre os pontos na Janela de Álgebra. Caso ela não esteja aparecendo na tela, oriente-o a ir ao menu Exibir e selecionar a opção Janela de Álgebra.

7) Será que existe alguma forma geométrica que relaciona o conjunto de pontos no mapa que estão a exatamente 20 quilômetros de Fukushima e o ponto A? Discuta com seu colega.

8) Na Janela de Álgebra, clique com o botão direito do mouse sobre a equação c. Aparecerá um menu, onde você irá selecionar a opção “Exibir objeto”. Que figura geométrica apareceu na tela? E a mesma que você discutiu com seu colega no item 7?



Professor, talvez alguns alunos tenham dificuldade em visualizar uma circunferência no item 7, mas ele logo terá a resposta desse questionamento ao terminar a proposta do item 8. É chegada a hora de você retornar aos questionamentos realizados no início do texto sobre o que seria raio.

De maneira informal, podemos dizer que uma circunferência é caracterizada pelo fato de que todos os pontos que pertencem a ela tem a mesma distância até um determinado ponto (centro da circunferência).

Um conjunto de pontos do plano é chamado de Circunferência de centro  $(x_0, y_0)$  e raio  $r$  quando a distância de cada um de seus pontos ao ponto  $(x_0, y_0)$  é  $r$ .

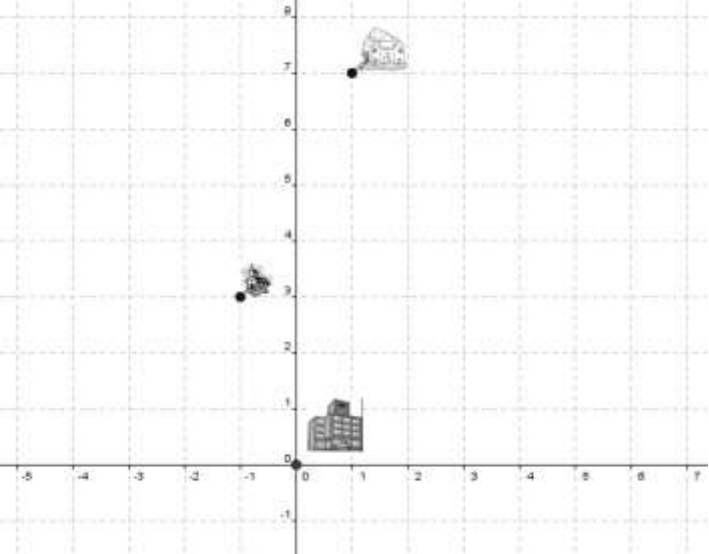
Etapa 3:

Em Geometria Analítica, a circunferência é um objeto que é caracterizado por um conjunto de pontos equidistantes de um ponto específico.

Como podemos representar algebricamente a circunferência, ou seja, qual é a equação que pode representar a circunferência?

Antes de respondermos essa pergunta vamos utilizar o que já sabemos sobre a circunferência para resolvermos o seguinte problema.

Em uma determinada cidade do interior, o hospital, a igreja e a praça principal localizam-se de tal maneira que suas respectivas representações são apresentadas no plano cartesiano como mostra a figura a seguir.



A Igreja encontra-se na coordenada  $(-1,3)$ , a escola na coordenada  $(1,7)$  e o hospital em  $(0,0)$ . O prefeito quer instalar um telefone público em um ponto cuja distância seja a mesma até a igreja, a escola e o hospital.

Para que isso aconteça, quais devem ser a

telefone público? \_\_\_\_\_

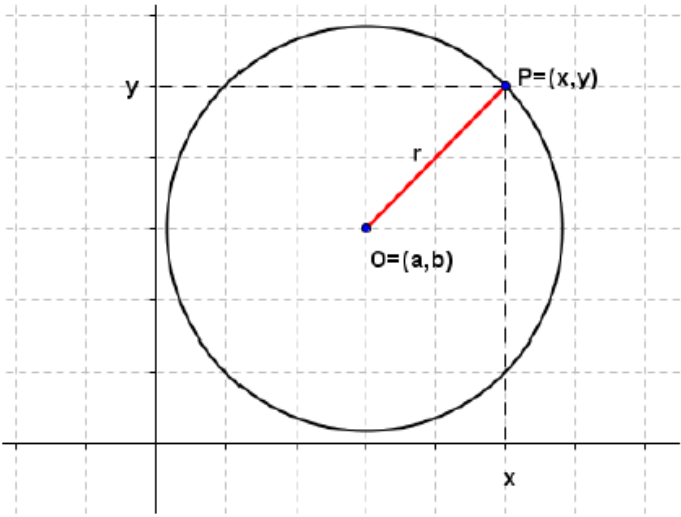
Qual será a distância do telefone até

Perceba que desejamos encontrar um ponto q

dados.

- 1) Você tem algum palpite para a po
- 2) Como não sabemos exatamente onde o te
- 3) Utilizando o que você aprendeu no último bi

Consideremos um determinado ponto  $O=(a,b)$  e um número real  $r$ . Sabemos que qualquer ponto  $P=(x,y)$  está em uma mesma circunferência se a distância entre  $P$  e  $O$  é  $r$ , ou seja,  $d(P,O)=r$ .





$$\sqrt{(x_0 - (-1))^2 + (y_0 - 3)^2} = \sqrt{(x_0 - 1)^2 + (y_0 - 7)^2} = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$$

Elevando ambos os membros da igualdade ao quadrado temos:

$$(x_0 + 1)^2 + (y_0 - 3)^2 = (x_0 - 1)^2 + (y_0 - 7)^2 = x_0^2 + y_0^2$$

Reescrevendo as igualdades:

$$\begin{cases} (x_0 + 1)^2 + (y_0 - 3)^2 = x_0^2 + y_0^2 \\ (x_0 - 1)^2 + (y_0 - 7)^2 = x_0^2 + y_0^2 \end{cases}$$

Desenvolvendo e subtraindo os termos comuns em ambos os lados das igualdades, chegamos ao seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} 2x_0 - 6y_0 = -10 \\ -2x_0 - 14y_0 = -50 \end{cases}$$

Agora, resolva o sistema e encontre a solução esperada.

(     ,     )

4) Agora que você já sabe onde deverá ficar o telefone, preencha a tabela abaixo:

	Telefone/Escola	Telefone/Igreja	Telefone/Hospital
Distância			

5) As distâncias encontradas são iguais?

6) De que forma esse problema relaciona-se com o conceito de circunferência?

7) Como podemos reescrever a distância d(P.O)=r?

Qual é o significado da equação da circunferência de centro  $O = (a,b)$  e raio  $r$  ser  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$  ?

Significa que na variação de  $x$  e  $y$  na equação, a coordenada  $P = (x,y)$  irá variar também, mas a distância de  $P = (x,y)$  à  $O = (a,b)$  será sempre  $r$ .

Vale a pena observar que podemos desenvolver algebricamente a equação

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = x^2 + 2ax + a^2 + y^2 + 2ay + b^2 = r^2$$

Portanto, a equação

$$x^2 + y^2 + 2ax + 2ay + a^2 + b^2 - r^2 = 0$$

conhecida como *equação geral da circunferência* de centro  $O = (a,b)$  e raio  $r$  , é uma outra forma de escrita.

8) Vamos ver se você entendeu esses aspectos sobre a equação da circunferência, preenchendo a seguinte tabela:

Centro	Raio	Equação
$O=(2,3)$	4	$(x-2)^2+(y-3)^2=$ _____
$O=(-1,4)$	3	_____ = 9
$O=(-2,-3)$	5	
		$(x-4)^2+(y+5)^2=64$
		$(x+1)^2+(y+3)^2=7$

9) E como será a equação reduzida da circunferência do problema do telefone? E a geral?

10) Imagine agora que no problema que resolvemos anteriormente, as coordenadas do hospital, da escola e da igreja sejam respectivamente(-7, 7) ,(0,0) e (1,7) . Sabemos que o ponto a ser encontrado deve ser o centro da circunferência que contém os pontos acima.Resolva novamente o problema, encontrando o ponto onde deve ser instalado o telefone público e encontre também a equação (reduzida e geral) da circunferência que contém os pontos (-7, 7) ,(0,0) e (1,7)