Marcos da Silva Ribeiro – 3° Ano/Grupo 2
Paulo Roberto Castor Maciel – Tutor

FORMAÇÃO CONTINUADA
FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ

Professor: MARCOS DA SILVA RIBEIRO
Série: 3º ANO – ENSINO MÉDIO

AVALIAÇÃO DA EXECUÇÃO DO PLANO DE TRABALHO 2
GEOMETRIA ANALÍTICA

AVALIAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DO PLANO DE TRABALHO

PONTOS POSITIVOS

Com as atividades expostas e executadas do meu Plano de Trabalho sobre Geometria Analítica, tive a oportunidade de apresentar todo conteúdo de forma detalhada, cronometrada e revisada, onde a metodologia aplicada facilitou a didática de aula e a compreensão dos alunos. Todas as ações, competências e habilidades utilizadas no processo ensino aprendizagem, alem dos recursos e metodologias utilizadas no desenvolvimento de todas as atividades planejadas e executadas no Plano de Aula, fizeram com que o ensino tivesse uma forma mais transparente e mais próxima do real. As pesquisas realizadas sobre o assunto, através da história da Geometria Analítica, definições, conceitos e representações, alem das aplicações, permitiram uma melhor aceitação do conteúdo, um maior interesse e uma melhor visualização no quesito contextual dos exercícios. A ênfase em situações-problemas baseadas no cotidiano permitiram uma melhor compreensão do assunto, principalmente na parte referente a retas paralelas, retas perpendiculares e circunferências.

PONTOS NEGATIVOS

Acredito que um ponto negativo do Plano de Trabalho foi a questão de que eu poderia ter utilizado o Geogebra com maior ênfase na representação gráfica e no cálculo para alguns conceitos da Geometria Analítica. Segundo ponto negativo; o acesso aos computadores na escola estavam restritos pela falta de máquinas suficientes e disponíveis. Outra coisa seria relacionado ao conteúdo geométrico, infelizmente muitos alunos trazem consigo a deficiência básica no assunto, onde grande parte jamais haviam visto ou não lembravam de terem visto os conceitos básicos da geometria. Isso atrapalhou o andamento da matéria, haja visto o tempo perdido para revisar o assunto.

ALTERAÇÕES

Na verdade não faria alteração no Plano de Trabalho e sim uma inclusão e **utilização maior do Geogebra como ferramenta mais específica**, haja visto que foi muito bem recepcionado por parte dos alunos e que as dificuldades encontradas não foram inerentes ao que foi apresentado e sim a uma questão logística e de base fundamental. Poderia talvez ao invés da efetivação individual no laboratório de informática nos quesitos pesquisa, aplicações e conteúdos, utilizar o data-show como forma coletiva da introdução e apresentação dos conceitos.

IMPRESSÕES DOS ALUNOS

Os alunos tiveram uma outra impressão após a execução do Plano de Trabalho, haja visto que muitos tinham a dificuldade do conteúdo não só da “Geometria Analítica”, mas sim de toda geometria básica, suas aplicações, fundamentos e desenvolvimento. Eles não conseguiam visualizar a representação gráfica, a percepção de equações de retas paralelas e perpendiculares, havia muitas dificuldades que após todo processo das atividades executadas no Plano de Trabalho, considero como uma vitoria do processo aprendizagem contextual.

Marcos da Silva Ribeiro – 3° Ano/Grupo 2
Paulo Roberto Castor Maciel – Tutor

PLANO DE TRABALHO REFEITO

INTRODUÇÃO

"Seguindo os "Roteiros de Ação" propostos pela Fundação CECIERJ/Formação Continuada"

Uma representação geométrica do conjunto dos números reais, o sistema de coordenadas cartesianas, a equação geral da reta, métodos gerais para traçar gráficos de curvas e cônicas. Sobre noções primitivas no plano *ponto* e *reta*, Hilbert (matemático alemão David Hilbert, 1862 - 1943), supôs a existência de três relações primitivas: *um ponto está entre dois pontos*, *um ponto está em uma reta* e a *relação de congruência*. Noções e relações primitivas que devem satisfazer os seguintes axiomas:.
² Axiomas de ordem (está entre)
² Axiomas de incidência (está em).
² Axiomas de congruência.
² Axioma das paralelas

O objetivo deste plano de trabalho é permitir que os alunos percebam através de temas contextualizados e da utilização de Softwares (Geogebra) como auxiliador para representatividade e importância em si da Geometria Analítica, nas aplicações para o conhecimento adquirido durante período de estudo. Transmitir o conhecimento sobre os conteúdos curriculares no campo geométrico, onde: "se identifiquem retas paralelas e perpendiculares a partir de equações e se determine a equação de uma circunferência ". Alem de fazer com que os alunos adquiram um conhecimento de representatividade através de atividades diferenciadas e exercícios práticos, buscando a comparação entre o real e o imaginário.

Há uma dificuldade do aluno em visualizar, interpretar enunciados, raciocinar e demonstrar interesse. Por esses motivos é fundamental apresentar aos alunos as áreas de atuação onde poderão aplicar o conhecimento do conteúdo ministrado, além da utilização vista por seu próprio cotidiano. É fundamental atrair o interesse do aluno, contando um pouco da história da Geometria Analítica (retas paralelas e perpendiculares, além da circunferência), identificando aplicabilidades, representatividade, utilizando recursos tecnológicos disponíveis e fundamentando o assunto com questões problemas oriundas de sistemas de avaliação.

Todo assunto aqui especificado será baseado em sites referenciados, livro didático imposto pela Escola com devida aprovação dos educadores responsáveis e direcionado ao conteúdo programático do Currículo Mínimo/Ensino Médio- 3° ano

Plano de Trabalho determinado para três semanas, com quatro tempos semanais e cinqüenta minutos cada um. Será ministrado nesse período o conteúdo exposto, pesquisa e avaliação.

DESENVOLVIMENTO

PODERIA TER PEGO PARTE DESSE TEMPO E PASSAR UTILIZAR O DATA-SHOW - DE FORMA COLETIVA A EVITAR A DISPERSÃO DE ALGUNS ALUNOS POR FALTA DE MAQUINAS – ESTENDERIA A PESQUISA PARA CASA

1ª Atividade

AÇÕES E SEQUENCIAS: Aprender um pouco da História da Geometria Analítica e conceitos básicos (retas paralelas e perpendiculares, circunferência), alguns conceitos, definições e representações.

PRÉ-REQUISITOS: Identificar conceitos e representações de ponto , reta e circunferência

FORMAS DE FIXAÇÃO: Leitura , visualização de vídeo e pesquisa

RECURSOS: Livro didático (Matemática - Dante) , Pesquisa via internet (Sala de Informática) e Vídeo (Sala de Projeção)

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

ORGANIZAÇÃO: Em grupo de 2 ou 3 pessoas

HABILIDADES E COMPETÊNCIAS: Fazer com que os alunos entendam um pouco da história da Geometria Analítica, alem de identificar algumas aplicações. Desenvolver a capacidade de utilizar a matemática na interpretação e intervenção no real e em outras áreas do conhecimento. Visualizar a importância do tema que será ministrado.

METODOLOGIA: Fazer leitura e pesquisa através de livros e computadores com acesso a internet

Marcos da Silva Ribeiro – 3° Ano/Grupo 2
Paulo Roberto Castor Maciel – Tutor

História da Geometria Analítica (Retas paralelas, Retas Perpendiculares e Circunferência)

Observação: Quase sempre os alunos perguntam "pra quê aprender isso professor ?" ou afirmam " nunca irei usar isso professor !". Antes dessas perguntas ou indagações, podemos apresentar um pouco da história do tema que está sendo estudado e pedir que pesquisem algumas áreas que utilizam os conhecimentos que estão adquirindo

A geometria analítica foi um estudo realizado pelo matemático René Descartes que aliou os conhecimentos da álgebra ao estudo das figuras geométricas. No entanto, antigamente a geometria analítica era conhecida como Geometria de coordenadas e geometria cartesiana, pois com a aplicação da álgebra na geometria é possível fazer qualquer representação geométrica por meio de pares ordenados, equações e inequações. A Geometria, como ciência dedutiva, foi criada pelos gregos, mas apesar do seu brilhantismo faltava operacionabilidade. Infelizmente isto só foi conseguido mediante a Álgebra como princípio unificador. Os gregos, porém, não eram muito bons em álgebra. Mais do que isso, somente no século XVII a álgebra estaria razoavelmente aparelhada para uma fusão criativa com a geometria. Ocorre porém que o fato de haver condições para uma descoberta não exclui o toque de genialidade de alguém. E no caso da geometria analítica, fruto dessa fusão, o mérito não foi de uma só pessoa. Dois franceses, Pierre de Fermat (1601-1665) e René Descartes (1596-1650), curiosamente ambos graduados em Direito, nenhum deles matemático profissional, são os responsáveis por esse grande avanço científico: o primeiro movido basicamente por seu grande amor, a matemática e o segundo por razões filosóficas. E, diga-se de passagem, não trabalharam juntos: a geometria analítica é um dos muitos casos, em ciência, de descobertas simultâneas e independentes. Se o bem-sucedido Pierre de Fermat zeloso e competente conselheiro junto ao Parlamento de Toulouse dedicava muitas de suas melhores horas de lazer à matemática, certamente não era porque faltasse outra maneira de preencher o seu tempo disponível. Na verdade Fermat simplesmente não conseguia fugir à sua verdadeira vocação e, apesar de praticar matemática como hobby, nenhum de seus contemporâneos contribuiu tanto para o avanço desta ciência quanto ele. Além da geometria analítica, Fermat teve papel fundamental na criação do Cálculo Diferencial, do Cálculo de Probabilidades e, especialmente, da teoria dos números, ramo da matemática que estuda as propriedades dos números inteiros. A contribuição de Fermat à geometria analítica encontra-se num pequeno texto intitulado Introdução aos Lugares Planos e Sólidos (1636 no máximo) que só foi publicado em 1679, postumamente, junto com sua obra completa. É que Fermat, bastante modesto, era avesso a publicar seus trabalhos. Disso resulta, em parte, o fato de Descartes comumente ser mais lembrado como criador da Geometria Analítica. O interesse de Descartes pela matemática surgiu cedo, no "College de la Fleche", escola do mais alto padrão, dirigida por jesuítas, na qual ingressará aos oito anos de idade. Mas por uma razão muito especial e que já revelava seus pendores filosóficos: a certeza que as demonstrações ou justificativas matemáticas proporcionam. Aos vinte e um anos de idade, depois de freqüentar rodas matemáticas em Paris (além de outras) já graduado em Direito, ingressa voluntariamente na carreira das armas, uma das poucas opções "dignas" que se ofereciam a um jovem como ele, oriundo da nobreza menor da França. Durante os quase nove anos que serviu em vários exércitos, não se sabe de nenhuma proeza militar realizada por Descartes. É que as batalhas que ocupavam seus pensamentos e seus sonhos travavam-se no campo da ciência e da filosofia. A

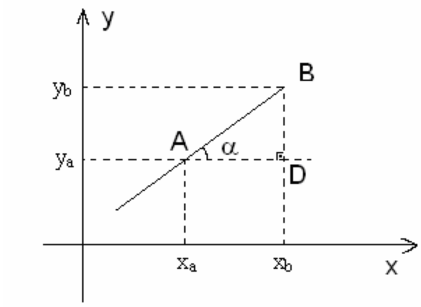
Geometria Analítica de Descartes apareceu em 1637 no pequeno texto chamado A Geometria como um dos três apêndices do Discurso do método, obra considerada o marco inicial da filosofia moderna. Nela, em resumo, Descartes defende o método matemático como modelo para a aquisição de conhecimentos em todos os campos.
A Geometria Analítica, como é hoje, pouco se assemelha às contribuições deixadas por Fermat e Descartes. Inclusive sua marca mais característica, um par de eixos ortogonais, não usada por nenhum deles. Mais, cada um a seu modo, sabia que a idéia central era associar equações a curvas e superfícies. Neste particular, Fermat foi mais feliz. Descartes superou Fermat na notação algébrica.

Estudo da Reta

Definir uma reta como sendo uma sucessão de infinitos pontos, distintos, alinhados. O fato de estarem alinhados confere a existência de uma direção constante. Assim sendo pode-se afirmar que para existir uma reta é necessário da existência de dois pontos distintos, ou ainda um ponto e uma direção. A reta não tem fim e divide o plano que a contém em duas partes.

Equação da Reta

A partir do enunciado acima podemos determinar a equação de uma reta se soubermos dois pontos pelos quais ela passa. Sendo dados esses dois pontos, ou seja, conhecemos as suas coordenadas integralmente, já sabemos que por eles vai passar uma reta única, e é justo que cada ponto que esteja nessa reta a relação do seu "x" com seu "y" seja constante.



$ax + by + c = 0$ *equação geral da reta.*
$y = mx + n$ *equação reduzida da reta, onde "m" é chamado coeficiente angular e "n" linear*

Intersecção entre Retas

Sabemos que duas retas não paralelas e nem coincidentes se interceptam uma única vez. Assim, dadas duas retas, achar a sua intersecção é determinar o *x* e o *y*, que satisfazem ao mesmo tempo as duas equações, resolver sistemas de primeiro grau, de duas equações e duas incógnitas.
A intersecção de r com s é: **r ∩ s = ax + by + c = 0 ∩ a` x + b` y + c1 = 0** , temos que resolver esse sistema e achar o ponto (x, y) que satisfaz essas duas equações ao mesmo tempo.

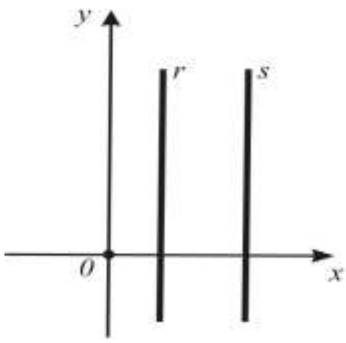
Retas Paralelas e Perpendiculares

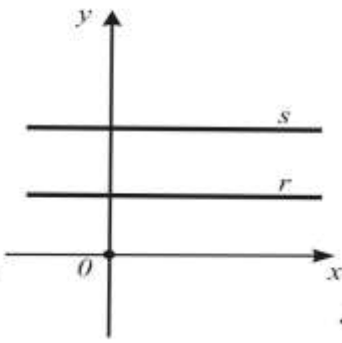
Duas retas são paralelas se não tiverem nenhum ponto em comum ou todos em comum e seus coeficientes angulares forem iguais ou não existirem.

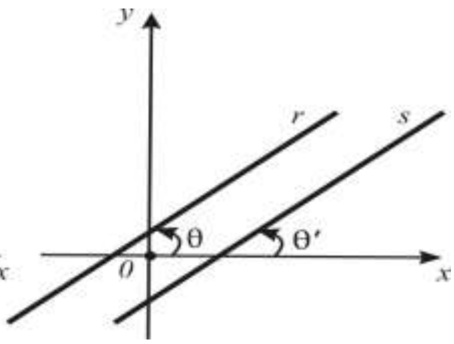
Consideremos duas retas, r e s, dadas por suas equações cartesianas $\mathbf{r = ax + by + c = 0}$ **e** $\mathbf{s = a'x + b'y + c' = 0}$

Se "r" não é paralela ao eixo dos y, então r e s são paralelas se, e somente se, elas têm a mesma inclinação, isto é, $\mathbf{-a / b = -a' / b' \Rightarrow ab' - a'b = 0}$

Se "r" é paralela ao eixo dos y, então "r" e "s" são paralelas se, e somente se, $b = b' = 0$, de modo que $\mathbf{ab' - a'b = 0}$ **.** Portanto, "r" e "s" são *paralelas* se, e somente se, $\mathbf{ab' - a'b = 0}$







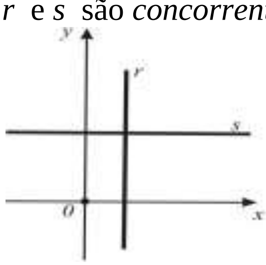
Sejam *r e r'* retas contidas no plano. $r : y = mx + n$ e $r' : y = m'x + n'$. As condições expressas abaixo, são expressamente para equações na forma reduzida.

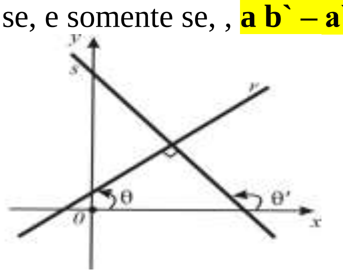
- $m = m'$ *: retas paralelas* 1 Veja que é necessário e suficiente que o componente responsável pela direção da reta seja igual para ambas as retas.
- $m = m'$ *e* $n = n'$ Re*tas coincidentes* ; Aqui além de se ter a mesma direção elas devem passar pelo mesmo ponto, assim, tanto os "m's" quando os "n's" são iguais.
- $m \neq m'$ Re*tas concorrentes :* Basta que as direções sejam diferentes que em algum lugar essas retas vão se cruzar.

Sejam *r e r'* retas contidas no plano. $\mathbf{r = ax + by + c = 0}$ **e** $\mathbf{r' = a'x + b'y + c' = 0}$
Essas retas estão na sua forma geral, assim, veja como ficam as condições de paralelismo:
Para entender essas condições, basta colocar *r e r'* no formato reduzido e aplicar as condições que vimos para o formato reduzido.
Para que se tenha um feixe de retas concorrentes, basta que todos os coeficientes angulares sejam distintos, dois a dois, e que exista um único ponto que satisfaça as equações de todas as retas ao mesmo tempo.

Duas retas são concorrentes se possuírem **apenas** um ponto em comum. E seus coeficientes angulares poderão ser diferentes ou um existir e o outro não.

r e *s* são *concorrentes* se, e somente se, , $\mathbf{ab' - a'b \neq 0}$





Marcos da Silva Ribeiro – 3° Ano/Grupo 2
Paulo Roberto Castor Maciel – Tutor

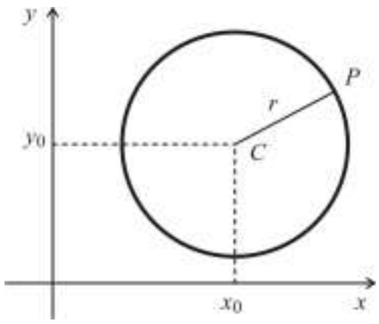
Circunferência

Geometricamente, uma circunferência C é o conjunto de todos os pontos de R^2 que são eqüidistantes de C

O gráfico da equação $ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f=0$,onde a, b, c, d, e *f* são constantes com a, b, *c*, não todos nulos, é uma *cônica*. A equação é chamada de *equação geral do* 2º *grau* em x e y ou *equação cartesiana da cônica*. Sejam C um ponto de R^2 e R € R com $R \geq 0$. Uma *circunferência* (ou um *círculo*) C de centro C e raio R é o conjunto de todos os pontos P € R^2 tais que d(P,C) = R

É preciso saber que os coeficientes A, B, C, D, E, F pertencem ao conjunto dos reais e Os coeficientes A e B devem ser iguais e diferentes de zero ($A=B \neq 0$) O coeficiente C dever ser igual à zero ($C = 0$).

Em uma equação da circunferência escrita na sua forma reduzida, o valor do segundo membro da igualdade deverá ser um valor positivo: $(x – a)^2 + (y – b)^2 = k; k > 0$.



Sejam C = (x,y) € R^2 e R € R fixados com $R \geq 0$. Então o conjunto de todos os pontos P = (x,y) € R^2 tais que $(x-x`)^2 + (y-y`)^2 = R^2$ representa uma circunferência C de centro C e raio R.

Atividade: Passar um vídeo sobre a historia e conceitos, introdução e aplicação da Geometria Analítica (retas paralelas e perpendiculares, circunferência) (com duração de 50 min) , depois leva-los para sala de informática e solicitar que façam uma pesquisa sobre o assunto, em dupla ou trio, dependendo da quantidades de alunos/máquina.

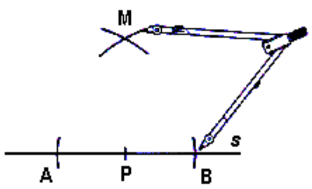
Observação: Pedir aos alunos que façam um relatório do conhecimento adquirido em relação aos conceitos sobre Geometria Analítica (retas paralelas e perpendiculares, circunferência)

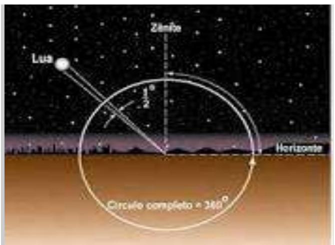
Marcos da Silva Ribeiro – 3° Ano/Grupo 2
Paulo Roberto Castor Maciel – Tutor

Algumas Aplicações da Geometria Analítica (retas paralelas e perpendiculares e circunferência)

Os conceitos, figuras geométricas e aplicações relativas a Geometria Analítica envolvendo circunferência, retas paralelas e perpendiculares podem ser vistas nos projetos de engenharia e arquitetura . Na elaboração de um planejamento, proporciona também soluções de problemas empresariais, seja na área de recursos humanos, de produção, de comercialização.

A maioria dos estudantes considera a geometria difícil demais, mas param nos tornar profissionais diferenciados é essencial conhecimentos do conteúdo





Atividade: Pedir aos alunos que realizem uma atividade de pesquisa pela internet, buscando novos conceitos e aplicações.

Marcos da Silva Ribeiro – 3° Ano/Grupo 2
Paulo Roberto Castor Maciel – Tutor

2ª Atividade

PODERIA TER FEITO MAIS REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA COMO FERRAMENTA AUXILIADORA NO PROCESSO ENSINO APRENDIZAGEM DAS RETAS PARALELAS

AÇÕES E SEQUENCIAS: Definir e identificar padrões entre as equações de retas paralelas. Resolver problemas, contextualizados ou não, que envolvam equações de retas paralelas

PRÉ-REQUISITOS: **M**arcação de pontos no plano cartesiano e identificação da equação de uma reta no plano cartesiano

FORMAS DE FIXAÇÃO: Resolução de Problemas

RECURSOS: Computador com o Geogebra, Projetor, Quadro branco e Livro didático

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

ORGANIZAÇÃO: Em dupla e no laboratório

HABILIDADES E COMPETÊNCIAS: Estimular o aluno a aplicar seus conhecimentos adquiridos ao longo do processo ensino/aprendizagem, para resolver problemas correlacionados ao conteúdo, entender as definições e representatividade para que através de uma equação, resolva os problemas.

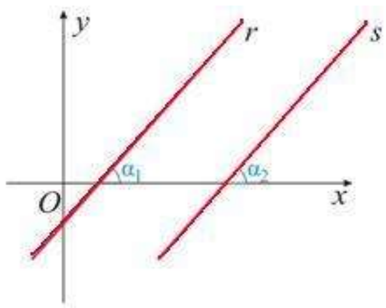
" H15 - Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação".

METODOLOGIA: **L**eitura, exercícios e demonstrações

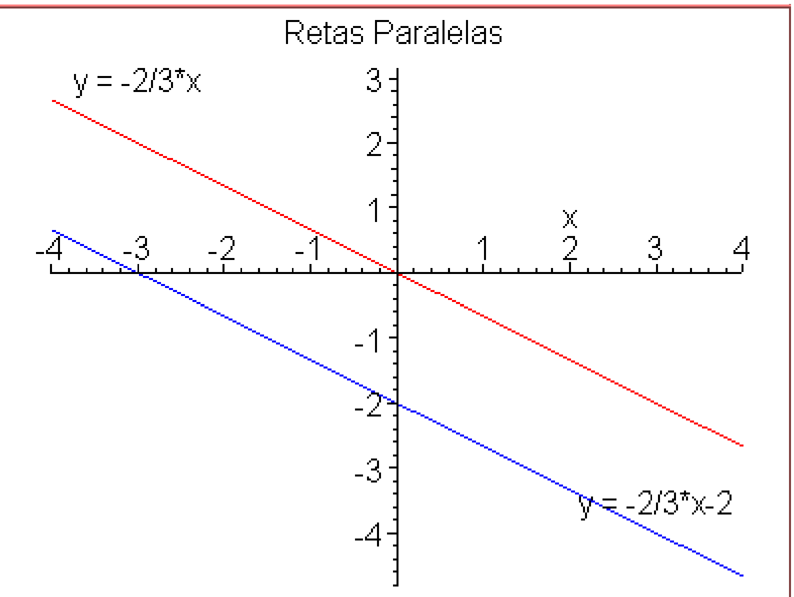
Marcos da Silva Ribeiro – 3° Ano/Grupo 2
Paulo Roberto Castor Maciel – Tutor

Retas paralelas a partir de suas equações

Duas retas com a mesma declividade são paralelas ou coincidentes. Se duas retas têm a mesma declividade e algum ponto em comum então necessariamente, elas são coincidentes. Caso contrário, as retas serão paralelas, isto é, retas paralelas são aquelas que têm a mesma declividade e nenhum ponto em comum São retas equidistantes durante toda sua extensão, não possuindo nenhum ponto em comum. Dessa forma, considere duas retas, r e s, no plano cartesiano.



As retas r e s são paralelas se, e somente se, possuírem a mesma inclinação ou seus coeficientes angulares forem iguais.
Utilizando a linguagem matemática:
$r // s \Leftrightarrow \alpha_1 = \alpha_2$

Retas paralelas têm a mesma declividade e nenhum ponto em comum.	

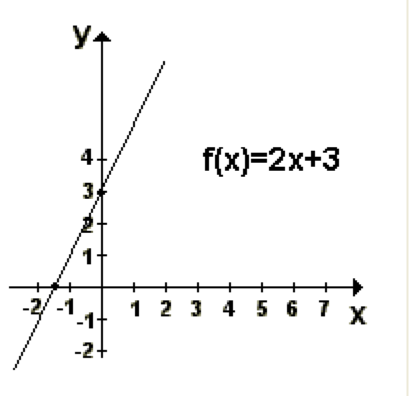
Uma maneira mais simples de verificar se duas retas são paralelas é comparar seus coeficientes angulares: se forem iguais as retas são paralelas.

Uma função do primeiro grau sempre vai ter o mesmo tipo de gráfico. O gráfico será uma ***reta*** para qualquer que seja os valores de "a" e de "b" que tivermos. Inclusive cada parte da fórmula de uma função do primeiro grau possui um nome, e desempenha um papel muito importante no gráfico desta função.

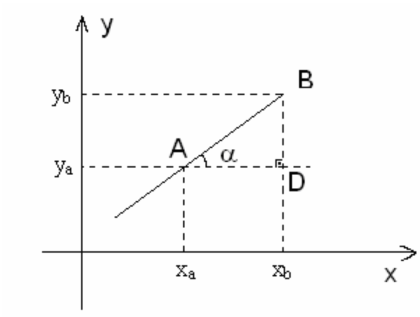
*** Coeficiente Angular**

Este número que acompanha o "x" (coeficiente de "x"), é chamado de coeficiente angular pois é ele que vai dizer se a reta é mais inclinada ou menos inclinada. E analisando este coeficiente que iremos dizer se a função é crescente ou decrescente, ou seja, se o "a" for positivo, nossa reta é crescente, se o "a" for negativo, nossa reta é decrescente.

Exemplo:

	Este exemplo tem o coeficiente angular a=2, então a reta é crescente.

*** Equação Geral e Reduzida da Reta**



ax + by + c = 0 *equação **geral** da reta.*
y = mx + n *equação **reduzida** da reta, onde "m" é chamado coeficiente angular e "n" linear*

Atividade: Fazer um exemplo e pedir aos alunos que façam outro e que verifiquem se as retas são paralelas **Exercícios Complementares**

PRÉ-REQUISITO : Pedir aos alunos que a partir dos exemplos, façam marcação de pontos no plano cartesiano e que identifiquem a equação de uma reta nesse mesmo plano.

Exemplo 1. Verifique se as retas r: 2x + 3y – 7 = 0 e s: – 10x – 15y + 45 = 0 são paralelas.

Solução: Vamos determinar o coeficiente angular de cada uma das retas.

Reta r: 2x + 3y – 7 = 0
Para encontrar o coeficiente angular precisamos isolar y na equação geral da reta.

$$3y = -2x + 7$$

$$y = \frac{-2x}{3} + \frac{7}{3}$$

$$m_r = \frac{-2}{3}$$

Faremos o mesmo processo para a reta s.

Reta s: – 10x – 15y + 45 = 0

$$-15y = 10x - 45$$

$$15y = -10x + 45$$

$$y = \frac{-10x}{15} + \frac{45}{15} = \frac{-2x}{3} + 3$$

$$m_s = \frac{-2}{3}$$

Como $m_r = m_s = \frac{-2}{3}$, podemos afirmar que r // s.

Exemplo 2. Determine a equação geral da reta t que passa pelo ponto P(1, 2) e é paralela à reta r de equação 8x – 2y + 9 = 0.

Solução: para determinar a equação de uma reta basta conhecermos um ponto dessa reta e seu coeficiente angular. Já conhecemos o ponto P(1, 2) da reta procurada, agora resta encontrar o seu coeficiente angular. Como a reta t é paralela à reta s, elas possuem o mesmo coeficiente angular. Assim, utilizando a equação da reta r iremos determinar o coeficiente angular. Segue que:

$8x - 2y + 9 = 0$

$-2y = -8x - 9$

$2y = 8x + 9$

$y = \frac{8x}{2} + \frac{9}{2}$

$y = 4x + \frac{9}{2}$

$m_r = 4$

Podemos afirmar que m_t=4. Conhecendo um ponto da reta e seu coeficiente angular, utilizamos a fórmula abaixo para determinar sua equação.

$y - y_0 = m(x - x_0)$

Onde x_0 e y_0 são as coordenadas do ponto pertencente à reta. Teremos:

$y - 2 = 4(x - 1)$

$y - 2 = 4x - 4$

$4x - y - 4 + 2 = 0$

$4x - y - 2 = 0$ → Equação geral da reta t.

Atividade: Neste momento podemos levar os alunos no laboratório fazer uma demonstração de representatividade dessas retas paralelas dos exemplos anteriores no GEOGEBRA. (por projetor ou nas próprias máquinas do laboratório de informática disponibilizando-os em duplas)

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha de atividades, computador com software Geogebra instalado e projetor multimídia.

IMPORTANTE Exercícios Complementares, Contextualizados ou não, mas direcionados ao SAERJINHO, SAERJ, ou qualquer vestibular :

3ª Atividade

PODERIA TER FEITO MAIS REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA COMO FERRAMENTA AUXILIADORA NO PROCESSO ENSINO APRENDIZAGEM PARA RETAS PERPENDICULARES

AÇÕES E SEQUENCIAS: Definir e identificar padrões entre as equações de retas perpendiculares. Resolver problemas, contextualizados ou não, que envolvam equações de retas perpendiculares. Deduzir a relação entre os coeficientes angulares de retas perpendiculares.

PRÉ-REQUISITOS: Marcação de pontos no plano cartesiano e identificação da equação de uma reta

FORMAS DE FIXAÇÃO: Leitura e Resolução de Problemas

RECURSOS: Livro didático (Matemática - Dante) e lousa branca

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

ORGANIZAÇÃO: **E**m dupla ou trio – trabalho colaborativo

HABILIDADES E COMPETÊNCIAS: Estimular o aluno a aplicar os conhecimentos adquiridos, relembrar conceitos e definições.

“ H15 - Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação”

METODOLOGIA: **L**eitura e aplicação

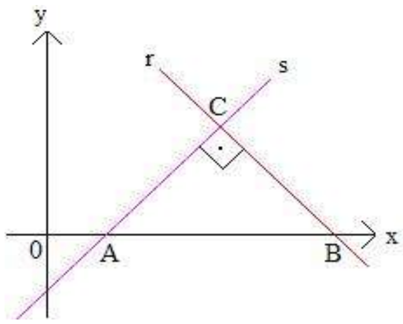
Marcos da Silva Ribeiro – 3° Ano/Grupo 2
Paulo Roberto Castor Maciel – Tutor

Retas perpendiculares a partir de suas equações

Duas retas que se interceptam formando um ângulo reto são ditas perpendiculares.

A característica mais conhecida de duas retas perpendiculares é que no ponto de intersecção delas é formado um ângulo reto (de medida igual a 90°), mas com o estudo da geometria analítica em cima da análise da reta é possível dizer que duas retas perpendiculares terão os seus coeficientes angulares opostos e inversos.

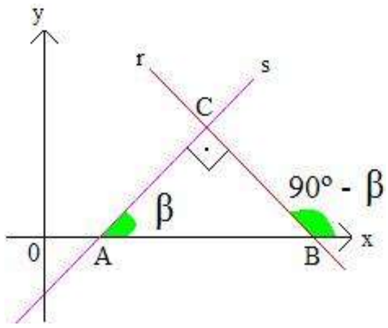
Considere duas retas r e s, perpendiculares no ponto C, representadas em um plano cartesiano.



Considerando o ângulo de inclinação da reta s como sendo β, então o ângulo de inclinação da reta r será 90° - β. Dessa forma teremos:

Coeficiente angular da reta s: ms = tg β

Coeficiente angular da reta r: mr = tg (90° - β)



Aplicando as fórmulas de adição de arcos é possível comparar o coeficiente angular das duas retas, veja:

$$tg\,(90° + \beta) = \frac{sen\,(90° + \beta)}{cos\,(90° + \beta)} = \frac{sen90°\,.\,cos\,\beta + sen\,\beta\,.\,cos\,\beta}{cos90°\,.\,cos\,\beta - sen\,90°\,.\,sen\,\beta}$$

$$tg\,(90° + \beta) = \frac{cos\,\beta}{-sen\,\beta}$$

$$tg\,(90° + \beta) = \frac{-\,1}{tg\,\beta}$$

Como ms = tg β e mr = - 1 / tg β, podemos dizer que:

ms = -1 / mr ou **ms . mr = -1**

Dessa forma, chegamos à conclusão de que em duas retas perpendiculares o coeficiente angular de uma das retas será igual ao oposto do inverso do coeficiente angular da outra

Usando semelhança de triângulos, é fácil provar que duas retas com declividades m_1 e m_2 são perpendiculares se e somente se $m_1 m_2 = -1$.

Suponhamos que as retas sejam perpendiculares como mostra a figura abaixo. Desenhamos um segmento de comprimento unitário à direita do ponto de interseção e traçamos, a partir de sua extremidade direita, um segmento vertical que intercepta as duas retas.

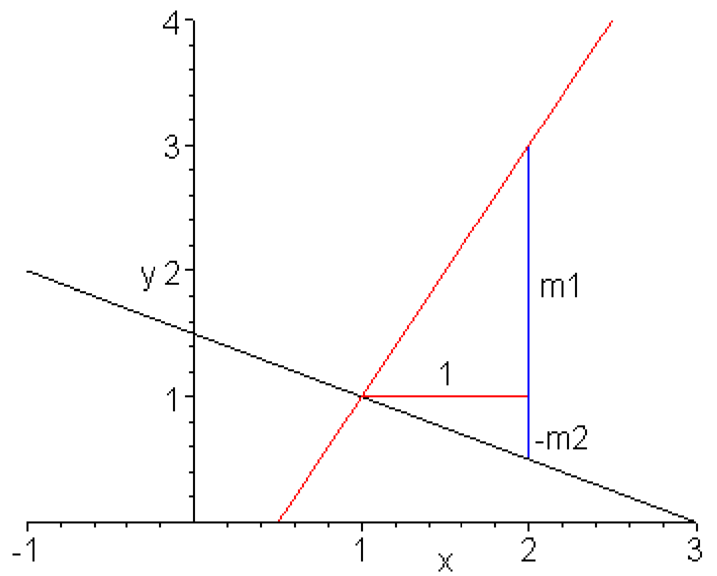
Os dois triângulos retângulos formados dessa maneira são semelhantes e têm lados com os comprimentos indicados. A semelhança implica que

$$\frac{m_1}{1} = -\frac{1}{m_2}$$

, o que prova a relação que queremos. Este raciocínio pode ser facilmente invertido e portanto se

$$m_1 m_2 = -1$$

, então as retas são perpendiculares.



Exemplo 1. Mostre que as retas $2x + 3y = 1$ e $6x - 4y - 1 = 0$ são perpendiculares.

$y = -\frac{2x}{3} + \frac{1}{3}$

$y = \frac{3x}{2} - \frac{1}{4}$ ções dadas podem ser escritas como $m_1 = -\frac{2}{3}$ e $m_2 = \frac{3}{2}$

Assim $m_1 \; m_2 = -1$ s angulares são e ,

respectivamente. Como , as retas são perpendiculares.

Observação: Nesse momento seria importante relembrar conceitos básicos de coeficientes angular e linear e diferenciar os conceitos vistos na atividade 2 sobre retas paralelas

PRÉ-REQUISITO : Pedir aos alunos que a partir dos exemplos, façam marcação de pontos no plano cartesiano e que identifiquem a equação de uma reta nesse mesmo plano.

IMPORTANTE Fazer Exercícios Complementares, Contextualizados ou não, mas direcionados ao SAERJINHO, SAERJ, ou qualquer vestibular conforme abaixo:

Questão 1 - UERJ

Encontre a equação da reta s, perpendicular à reta t: 2x + 3y – 4 =0, sabendo que ela passa pelo ponto P(3,4).

Questão 2 - USP

Considere no plano cartesiano uma reta r de equação 3x + 5y +1 =0 e um ponto Q de coordenadas (5,5). Determine a equação da resta s perpendicular a r passando por Q.

Questão 3 - UFRJ

Encontre a equação da reta t que passa pelo ponto X(-1,8) e é perpendicular à bissetriz dos quadrantes ímpares.

Questão 4 - UERJ

Prove que as retas s: x + 2y – 1 = 0 e r: 4x – 2y +12 = 0 são perpendiculares.

Atividade para casa : Passar alguns exemplos e pedir aos alunos que realizem os exercícios propostos do capítulo do livro didático

IMPORTANTE: Revemos outros conceitos, abordamos conteúdo proposto pelo currículo mínimo, através de uma situação-problema muito comum dos vestibulares de hoje em dia.

OBS.: Verifique se os alunos conseguirem resolver as questões (debater as dificuldades encontradas)

4ª Atividade

PODERIA TER FEITO MAIS REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA COMO FERRAMENTA AUXILIADORA NO PROCESSO ENSINO APRENDIZAGEM PARA CIRCUNFERÊNCIAS

AÇÕES E SEQUENCIAS: Determinar a equação da circunferência na forma reduzida e geral. Trabalhar com a caracterização da circunferência. Produzir figuras artísticas utilizando a circunferência como padrão

PRÉ-REQUISITOS: Marcação de pontos no plano cartesiano, ambientação com o Geogebra

FORMAS DE FIXAÇÃO: Exercícios Propostos e Complementares

RECURSOS: Livro didático , computadores com o software Geogebra e Paintbrush instalados

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

ORGANIZAÇÃO: Turma disposta em duplas no laboratório de informática

HABILIDADES E COMPETÊNCIAS: Estimular o aluno a aplicar seus conhecimentos adquiridos ao longo do processo ensino/aprendizagem, para resolver problemas correlacionados ao conteúdo

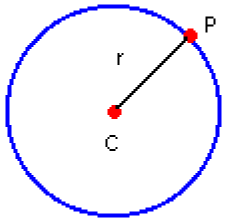
H09 - Reconhecer o círculo ou a circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.

METODOLOGIA: Pesquisa e aplicação

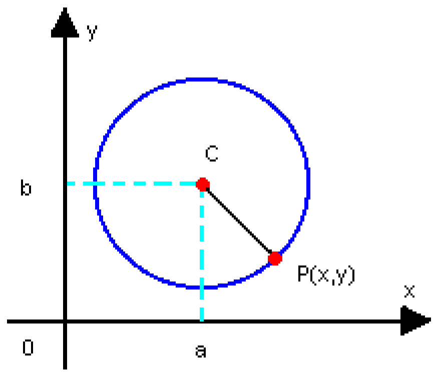
Marcos da Silva Ribeiro – 3° Ano/Grupo 2
Paulo Roberto Castor Maciel – Tutor

Circunferência e suas equações

Circunferência é o conjunto de todos os pontos de um plano eqüidistantes de um ponto fixo, desse mesmo plano, denominado centro da circunferência:



Assim, sendo **C**(a, b) o centro e **P**(x, y) um ponto qualquer da circunferência, a distância de **C** a **P**(d_{CP}) é o raio dessa circunferência. Então:



Equações da circunferência

Equação reduzida

$$d_{CP} = \sqrt{(X_P - X_C)^2 + (Y_P - Y_C)}^2 \Rightarrow \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = r \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \boxed{(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2}$$

Portanto, $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ é a equação reduzida da circunferência e permite determinar os elementos essenciais para a construção da circunferência: as coordenadas do centro e o raio.
Observação: Quando o centro da circunfer6encia estiver na origem (C(0,0)), a equação da circunferência será $x^2 + y^2 = r^2$.

Equação geral

Desenvolvendo a equação reduzida, obtemos a equação geral da circunferência:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2 \Rightarrow x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - 2by + b^2 = r^2$$
$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0$$

Como exemplo, vamos determinar a equação geral da circunferência de centro **C**(2, -3) e raio r = 4.

A equação reduzida da circunferência é:

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 16$$

Desenvolvendo os quadrados dos binômios, temos:

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 6y + 9 - 16 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$$

Atividade: Pedir aos alunos que realizem os exercícios propostos do capítulo

Podemos utilizar quantos exercícios e problemas forem possíveis, de acordo com o tempo e o ritmo da turma, sempre estimulando o raciocínio dos alunos.

IMPORTANTE: Exercícios Complementares, Contextualizados ou não, mas direcionados ao SAERJINHO, SAERJ, ou qualquer vestibular , conforme abaixo:

Questão 1

(FEI-SP) Determine a equação da circunferência com centro no ponto C(2, 1) e que passa pelo ponto A(1, 1).

Questão 2

Temos que duas circunferências de equações λ_1: $x^2 + y^2 = 16$ e λ_2: $x^2 + y^2 + 4y = 16$ são tangentes, isto é, possuem um ponto em comum. Determine a coordenada desse ponto.

Questão 3

(PUC-SP) O ponto **P**(3, b) pertence à circunferência de centro no ponto **C**(0, 3) e raio 5. Calcule o valor da coordenada **b**.

Questão 4

(ITA-SP) Qual a distância entre os pontos de intersecção da reta $\frac{x}{10} + \frac{y}{20} = 1$ com a circunferência $x^2 + y^2 = 400$?

Questão 5

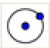
Dada as equações das circunferências $\lambda_1 : x^2 + y^2 - 4x - 8y - 5 = 0$ e $\lambda_2 : x^2 + y^2 - 2x - 6y + 1 = 0$, determine se elas possuem pontos em comum.

Questão 6

O centro de uma circunferência é o ponto médio do segmento AB, sendo A(4; –7) e B(–8; –3). Se o raio dessa circunferência é 3, determine sua equação.

PRÉ-REQUISITOS: Marcação de pontos no plano cartesiano, ambientação com o Geogebra

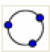
Software Geogebra , alguns conceitos para ajuda e utilização



Circunferência dado o seu centro e um dos seus pontos

Ao marcar um ponto M e um ponto P fica definida uma circunferência com centro em M que passa por P. O raio do círculo é a igual a MP.

Circunferência conhecidos o seu centro e raio Após marcar um ponto M como centro, surge uma janela para introduzir o valor do raio.



Circunferência dada três dos seus pontos

Ao marcar três pontos A, B, C fica definida uma circunferência que passa por esses pontos. Se os três pontos pertencem a uma reta, a circunferência confunde-se com a reta.

Cônica dados cinco dos seus pontos

Ao marcar cinco pontos fica definida uma cônica que passa por eles. Sempre que quarto pontos não forem colineares a cônica fica efetivamente definida.

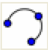
Arco e setor O valor algébrico de um arco é o seu comprimento, o valor de um sector é a sua área.

Semicircunferência

Ao marcar dois pontos A e B define-se uma semicircunferência por cima do segmento [AB]. Arco circular dado um centro e seus dois pontos extremos.

Setor circular dado um centro e dois pontos extremos

Ao marcar três pontos M, A e B define-se um sector circular com centro em M, que tem como extremo inicial A e finalize em B. Nota: o ponto B não tem que fazer parte necessariamente parte do arco de circunferência.



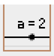
Arco de circunferência que contém três pontos Ao marcar três pontos define-se um arco de circunferência que passa pelos três pontos.

Setor circular definido por três pontos Ao marcar três pontos define-se um setor circular que passa por dois pontos.

Número e Ângulo

Esta opção define a distância entre

Distância a) dois pontos b) dois retas c) um ponto e uma reta

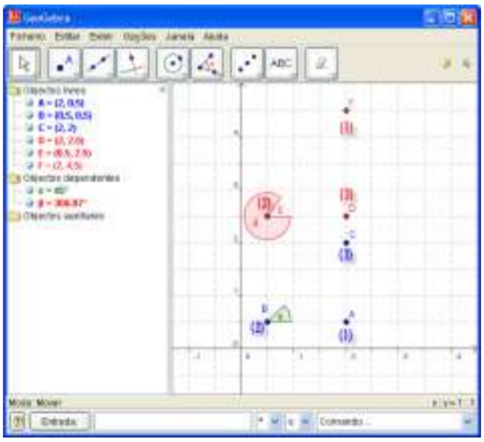


Ao dar um clique sobre qualquer lugar livre da zona gráfica, cria-se um seletor para ajustar o valor de um número ou ângulo. A janela que surge permite especificar o intervalo [mín, máx] do número ou ângulo.

No GeoGebra um seletor não é senão a representação gráfica de um número ou ângulo parametrizável. Pode criar-se facilmente um seletor correspondente a um número ou ângulo existentes, simplesmente apontando para este objeto (com um clique do botão direito do rato e escolhendo exibir objeto

A posição de um seletor pode ser absoluta em relação a janela ou relativa ao sistema de coordenadas (ver propriedades do número ou ângulo correspondentes, 3.1.1).

Ângulo



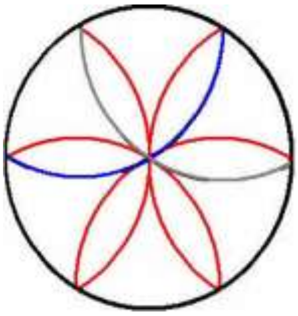
Esta opção permite criar a) o ângulo definido por três pontos; b) o ângulo definido por dois segmentos; c) o ângulo entre duas retas; d) o ângulo entre dois vetores; e) todos os ângulos internos de um polígono. A amplitude do ângulo depende da ordem de seleção dos três pontos. Não esquecer que o ponto intermédio é o vértice do ângulo. (experimente várias situações…

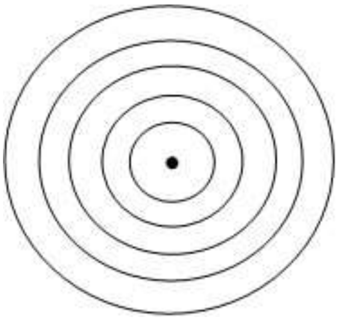
Figuras Artísticas

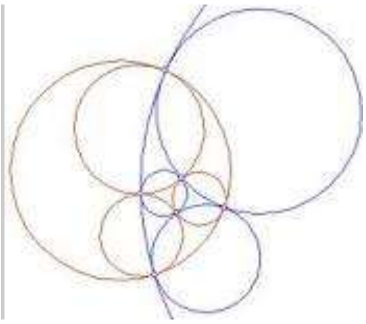
Atividade: Pedir aos alunos que produzam figuras artísticas utilizando a circunferência como padrão conforme exemplo a seguir

Exemplos:

Marcos da Silva Ribeiro – 3° Ano/Grupo 2
Paulo Roberto Castor Maciel – Tutor







5ª Atividade

AÇÕES E SEQUENCIAS: Resolver questões voltadas para o Vestibular, Escolas Militares, ENEM, SAERJ, SAERJINHO referenciadas a todo conteúdo de Geometria Analítica (Retas Paralelas, Retas Perpendiculares e Circunferência).

FORMAS DE FIXAÇÃO: Exercícios Propostos e Complementares

RECURSOS: Livro didático (Matemática -Dantei) , provas anteriores de concursos

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

ORGANIZAÇÃO: Individual ou em dupla

HABILIDADES E COMPETÊNCIAS: Estimular o aluno a desenvolver a habilidade de realizar exercícios específicos, voltados a aprovação em um concurso ou vestibular.

METODOLOGIA: Treino e aplicação contínua

Resolução de Problemas

Um aluno que deseja obter a aprovação em um vestibular deve incluir na sua rotina de estudo uma ferramenta considerada, pelos especialistas e professores, como uma das mais importantes: a resolução de questões. Além de testar os seus conhecimentos, essa prática faz com que o aluno adquira uma maior familiaridade com o estilo adotado pela instituição responsável pela organização da seleção. Outra vantagem de resolver muitas questões e provas anteriores é se sentir mais seguro no dia da avaliação e ter a “sorte” de encontrar as mesmas questões ou alternativas resolvidas anteriormente, uma vez que algumas bancas repetem.

Questões:

01. (FEI) As retas $2x - y = 3$ e $2x + ay = 5$ são perpendiculares. Então:

a) $a = -1$
b) $a = 1$
c) $a = -4$
d) $a = 4$
e) n.d.a.

02. Determinar a reta perpendicular a $2x - 5y = 3$ pelo ponto $P(-2; 3)$.

03. (USP) A equação da reta que passa pelo ponto $(3; 4)$ e é paralela à bissetriz do 2° quadrante é:

a) $y = z - 1$
b) $x + y - 7 = 0$
c) $y = x + 7$
d) $3x + 6y = 3$
e) n.d.a.

04. Determinar o ponto B simétrico de $A(-4; 3)$ em relação à reta $x + y + 3 = 0$.

05. Determinar a reta perpendicular à reta de equação $x + 2y - 3 = 0$ no seu ponto de abscissa igual a 5.

06. As retas $3x + 2y - 1 = 0$ e $-4x + 6y - 10 = 0$ são:

a) paralelas
b) coincidentes
c) perpendiculares
d) concorrentes e não perpendiculares
e) n.d.a.

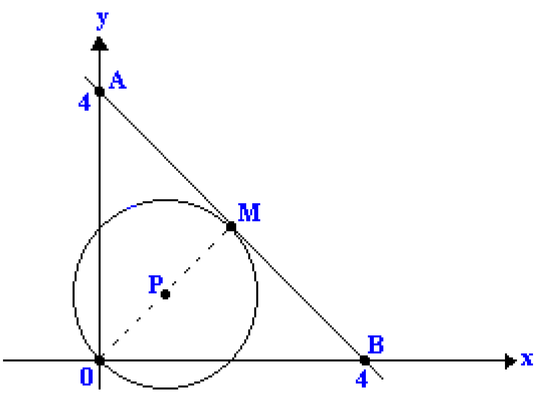
07. (USP) A equação da reta passando pela origem e paralela à reta determinada pelos pontos A(2; 3) e B(1; -4) é:

a) $y = x$
b) $y = 3x - 4$
c) $x = 7y$
d) $y = 7x$
e) n.d.a

08. (USP) Os lugar geométrico dos pontos de coordenadas (x; y) tais que $y^2 + (x - 1)^2 = 0$ é:

a) a origem
b) duas retas concorrentes
c) um ponto que não é a origem
d) conjunto vazio
e) uma reta.

09. (USP) Se M é o ponto médio do segmento AB e P é o ponto médio do segmento OM, determinar a equação da circunferência de centro P e raio OP.



10. Determinar a equação da tangente à circunferência $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ pelo ponto P(-1; 2).

Marcos da Silva Ribeiro – 3° Ano/Grupo 2
Paulo Roberto Castor Maciel – Tutor

AVALIAÇÃO

A palavra avaliar é originária do latim e provém da composição a-valere, que significa "dar valor a..."No entanto, o conceito "avaliação" é expresso como sendo a "atribuição de um valor ou qualidade a alguma coisa, ato ou curso de ação...", implicando "um posicionamento positivo ou negativo em relação ao objeto, ato ou curso de ação avaliado" Alguns autores, como Libâneo, Luckesi, definem a avaliação corno:
"(...) um componente do processo de ensino que visa, através da verificação e qualificação dos resultados obtidos, determinar a correspondência destes com os objetivos propostos e, daí, orientar a tomada de decisões em relação às atividades didáticas seguintes"."(...) um juízo de qualidade sobre dados relevantes, tendo em vista uma tomada de decisão" O processo avaliativo apresenta algumas características que o diferem da medida, embora contenha a medida como condição necessária à sua objetividade e precisão. A avaliação da aprendizagem como processo deve buscar a inclusão e não a exclusão dos educandos. Portanto, o professor ao avaliar o aluno, deve levantar dados, analisá-los e sintetizá-los, de forma objetiva, possibilitando o diagnóstico dos fatores que interferem no resultado da aprendizagem. O objeto de análise da avaliação do rendimento escolar é a expressão global do aluno, ou seja, sua expressão de forma oral, escrita, corporal ou gestual, tanto na área cognitiva, afetiva-social quanto na psicomotora. "A avaliação deverá ser assumida como um instrumento de compreensão do estágio de aprendizagem em que se encontra o aluno, tendo em vista tomar decisões suficientes e satisfatórias para que possa avançar no seu processo de aprendizagem". Compete à avaliação a verificação e a qualificação. A verificação acontece por meio das informações levantadas pelo professor nas provas, exercícios, tarefas e observação do desempenho dos alunos. A qualificação acontece por intermédio da comprovação dos resultados alcançados, tendo em vista os objetivos e, conforme o caso, atribuição de notas ou conceitos. Podem ser atribuídas à avaliação educacional funções gerais e específicas. As funções gerais fornecem o embasamento para o planejamento e possibilita a seleção e a classificação de pessoas e o ajustamento da política educacional e das práticas curriculares. As funções específicas permitem o diagnóstico, o controle e a classificação. O diagnóstico possibilita identificar, discriminar, compreender e caracterizar os fatores desencadeantes das dificuldades de aprendizagem. O controle visa localizar, apontar, discriminar deficiências e insuficiências no desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem e corrigi-las por meio de um controle sistemático e contínuo, que se dá pela interação professor-aluno, durante as aulas. A "função de classificação propicia principalmente a efetivação do propósito de classificar o aluno, segundo o nível de aproveitamento, ou rendimento alcançado, em comparação ao grupo de classe" A tarefa, a ser realizada individualmente ou em dupla, descrita na 5ª atividade, diz respeito a questões diversas de vestibulares com intuito de avaliar o conhecimento, as competências e habilidades adquiridas pelo aluno durante o período (Duração de 50 minutos). Deve ser pontuada (de 0 à 10) e o professor poderá avaliar a reflexão e o argumento critico usado pelos alunos. O professor deve corrigir a avaliação, verificar os erros mais comuns, debatê-las com os alunos. Outro método de avaliação pode ser a verificação da aprendizagem não apenas no assunto que norteou este plano de trabalho, mas também em outros conteúdos estudados nos bimestres anteriores.

(Duração de 50 minutos) Avaliação (de 0 à 10) escrita e individual para cada aluno, analisando a capacidade do conhecimento adquirido. Questões com resoluções diretas ou situação-problema envolvendo Geometria Analítica.

OBSERVAÇÕES DO PLANO DE TRABALHO

Os alunos acharam um pouco complexo o assunto, entretanto bem interessante o plano proposto, deduzindo estar sendo abrangido os tópicos mais importantes referente ao conteúdo curricular.

Poucos alunos se mostraram bem interessados e pesquisaram o assunto, alguns fizeram perguntas que acabamos de debater em sala de aula.

A ação proposta certamente atingiu seus objetivos. Visualizei o interesse da grande maioria dos alunos e por conseguinte o aprendizado.

O Plano de Trabalho não foi totalmente compatível com a escola devido a alguns projetos que desvirtuaram uma certa quantidade de tempo que antes seria destinado ao conteúdo programático.

Me senti orgulhoso por atingir a meta destinada no Plano de Trabalho.

Pontos positivos - interesse demonstrado por alguns alunos e interesse em pesquisar via internet

Pontos negativos foram as dificuldade de acompanhar as aulas devido a deficiência básica de cada um, adquirida durante o ensino fundamental

.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Roteiros de Ação – Geometria Analítica – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ - 3° ano do Ensino Médio – 4°Bimestre/2012

BOYER, Carl Benjamin. *História da Matemática.* São Paulo, Edgard Blucher, 1986.

IEZZI, Gelson. Geometria*: equações de retas* e circunferência. São Paulo. Editora Moderna ltda,

MATEMATICA- Dante – Volume único.

Vídeo sobre Geometria Analítica (DVD SBJ – Volume 1 - Educacional)

Endereços eletrônicos:

- pessoal.sercomtel.com.br/matematica/medio/
- www.mundovestibular.com.br › Matemática
- http://www.somatematica.com.br/emedio/
- http://www.algosobre.com.br/matematica/