

Formação Continuada em MATEMÁTICA

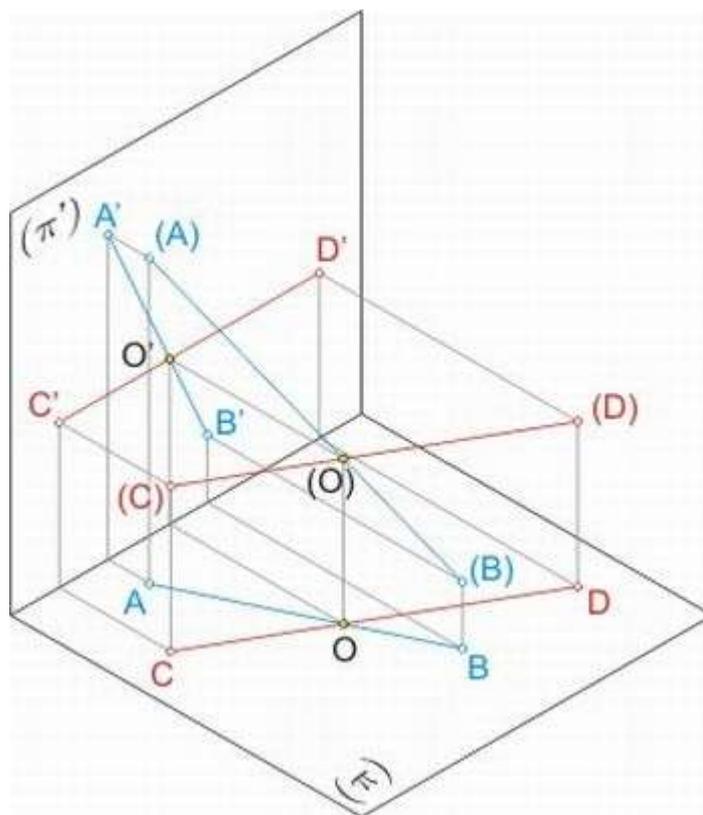
Fundação CECIERJ/ Consórcio CEDERJ

Matemática 3º ano – 4º Bimestre/2012

Plano de Trabalho

Geometria Analítica:

Retas paralelas, perpendiculares e
circunferência



Tarefa 2

Cursista: **Pedro Henrique Galhardo Rodrigues**

Tutor: **Andréa Silva de Lima**

Sumário

Introdução.....03

Desenvolvimento.....04

Avaliação.....27 e 28

Fontes de Pesquisa.....29

Introdução

Este Plano de Trabalho tem por objetivo dar continuidade ao estudo da Geometria Analítica abordando os temas de paralelismo e perpendicularismo bem como suas consequências no coeficiente angular e na equação da reta.

Os conceitos de posições relativas entre retas é um tanto elementar, não necessitando assim de pré-requisitos e elaboradas revisões. Como já foi dito, o que será trabalhado de forma mais expressiva são as consequências algébricas de tais posições entre retas.

Serão feitas demonstrações para provar a igualdade dos coeficientes angulares de retas paralelas e a simétrica inversa igualdade dos coeficientes angulares de retas perpendiculares. Para este serão utilizadas regras da trigonometria.

Será trabalhado também o conceito de circunferência como conjunto de pontos coplanares e equidistantes a um ponto central bem como a demonstração da equação que a define.

Como o assunto será trabalhado de forma lúdica, está prevista a utilização de 12 aulas de 50 min. Onde serão 2 aulas para revisão, 8 para a realização das 4 atividades e mais duas aulas de 100 min para o teste.

Desenvolvimento

ATIVIDADE 1

Habilidade relacionada: Conceito de paralelismo

Pré-requisitos: Ponto, reta e plano. Pares ordenados.

Tempo de duração: 100 min

Recursos utilizados: Computador, Data Show, Internet Banda Larga e os Softwares: Microsoft Paint ou Gwenview.

Objetivos: Mostrar a presença de retas paralelas na arte e em situações cotidianas como as linhas de um caderno, uma rodovia, etc.

Metodologia adotada: Serão exibidas para os alunos primeiramente várias imagens que sugerem o paralelismo entre retas. Logo após, em dupla, eles trabalharam o conceito utilizando o software Geogebra. Por último será exposto aos alunos as consequências algébricas das retas Paralelas, Esta última atividade também contará com recursos tecnológicos com o Geogebra.

RETAS PARALELAS

Obviamente que você sabe o que são duas linhas ou retas paralelas. Talvez não saiba explicar ou, não sabe a importância deste simples conceito.



Figura 1

As imagens abaixo sugerem o paralelismo presente em varias situações.

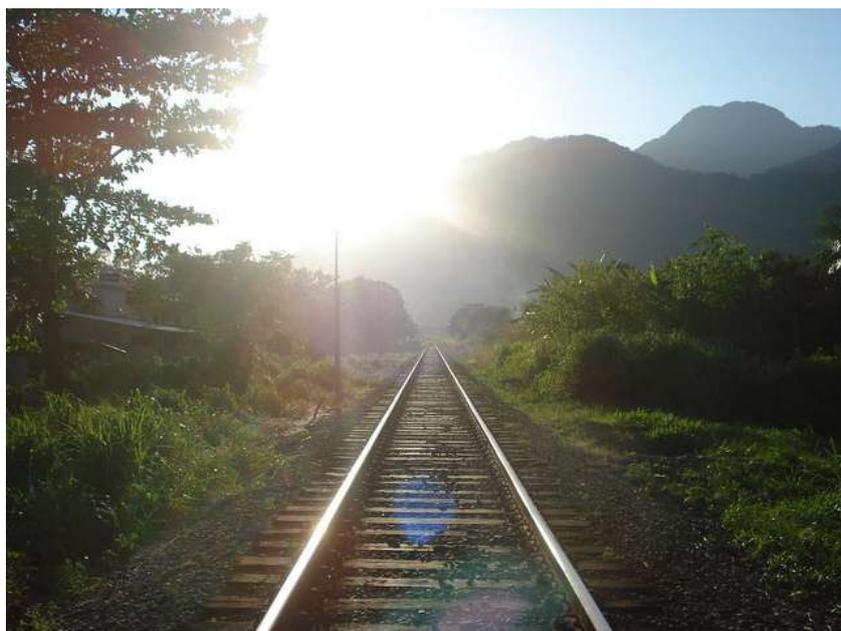


Figura 2



Figura 3

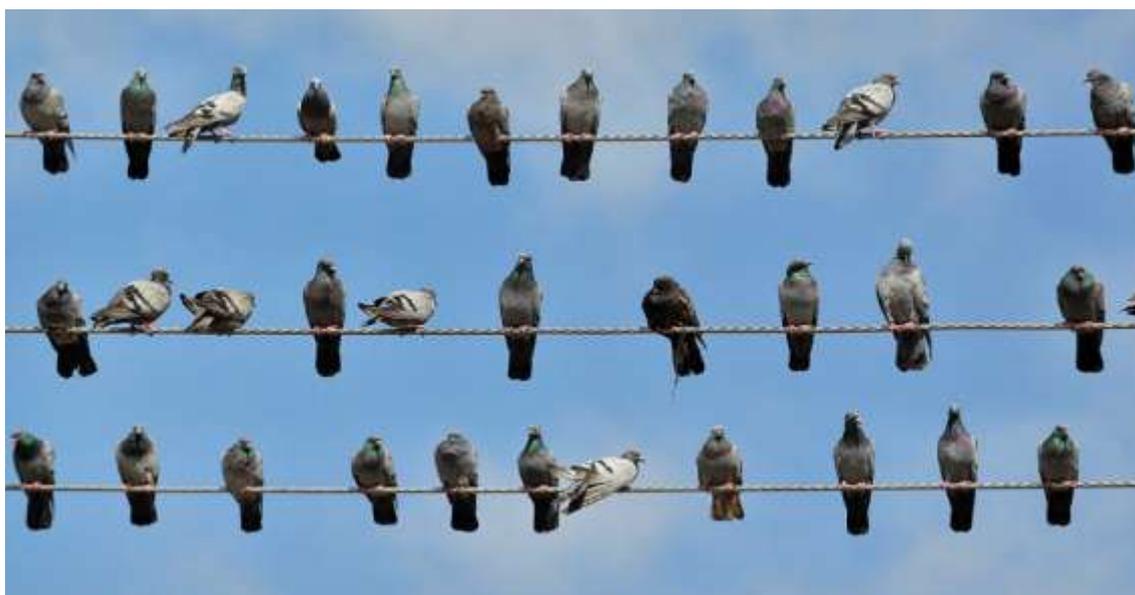


Figura 4

Em todas as situações acima, é de extrema importância que as linhas ou retas sejam paralelas. Na **Figura 2** para que possa haver o movimento do trem sem que ocorra um descarrilamento. Na **Figura 3** para que uma corda não abafe o som da outra. Na **Figura 4**, ninguém fica perto se uma reta encostar na outra. Em fim, vemos que o elementar conceito de retas paralelas está mais presente em nossa vida do que imaginamos.

PARALELISMO NA ARTE

O quadro abaixo foi pintado por um grande artista holandês chamado Piet Mondrian (1872 - 1944). Em muitas de suas obras, Mondrian lança mão de uma forte caracterização geométrica e matemática. Repare que nesse quadro existe a presença de linhas paralelas e perpendiculares. Para Mondrian, as linhas verticais representavam vitalidade, as horizontais representavam tranquilidade e o ponto de encontro entre as duas era o ponto de equilíbrio dinâmico.

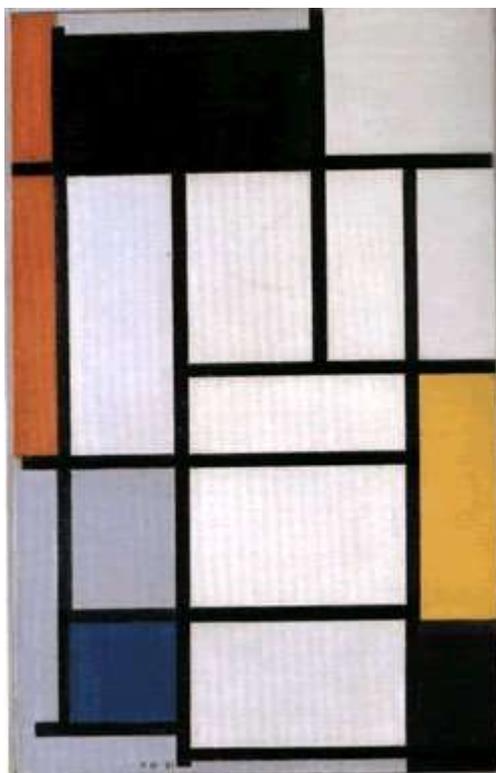


Figura 5

Outras obras de Mondrian:

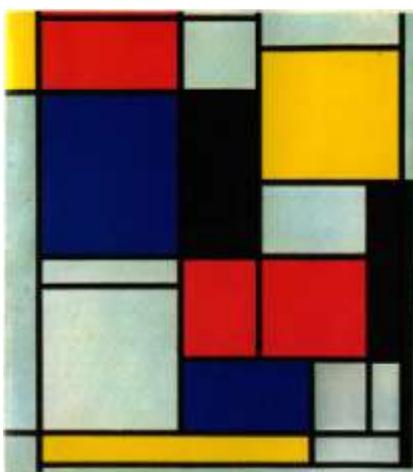


Figura 6

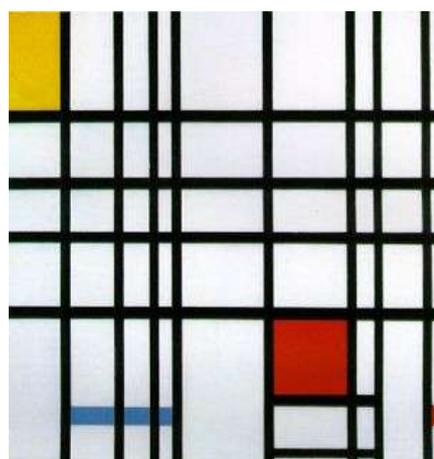


Figura 7

ATIVIDADE

Observe a figura do cubo a seguir. Ao unirmos os vértices dois a dois obtemos retas.

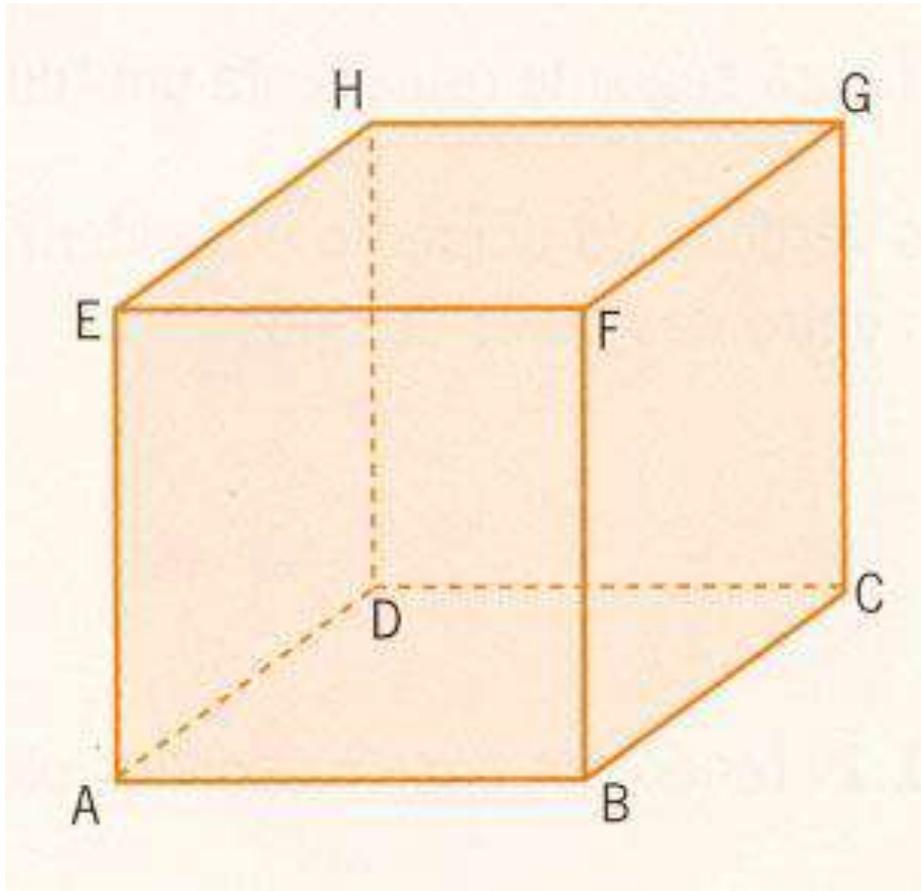


Figura 8

a) Qual o número total de pares de retas paralelas possível?

b) A qual plano pertencem cada par de retas encontrado?

c) Identifique no cubo pares de retas que não se interceptam e que não são paralelas.

ATIVIDADE2

Habilidade relacionada: H15 - Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.

Pré-requisitos: Retas paralelas e conhecimentos básicos de Geogebra

Tempo de duração: 100 min

Recursos utilizados: Folha de atividades, Computador, Data Show, Internet Banda Larga e os Softwares: Geogebra, Microsoft Paint ou Gwenview.

Objetivos: Familiarizar os alunos com o conceito de paralelismo e sua importância. Mostrar as semelhanças e diferenças das equações de retas paralelas.

Metodologia adotada: Os alunos verão, utilizando o Geogebra, as conseqüências de duas retas serem paralelas. Eles serão dispostos em dupla para realizarem a atividade no computador, e depois uma folha de exercícios.

Inclinação de retas paralelas

Para executar esta atividade, utilizaremos novamente o Geogebra.

Primeiramente iremos contruir uma reta

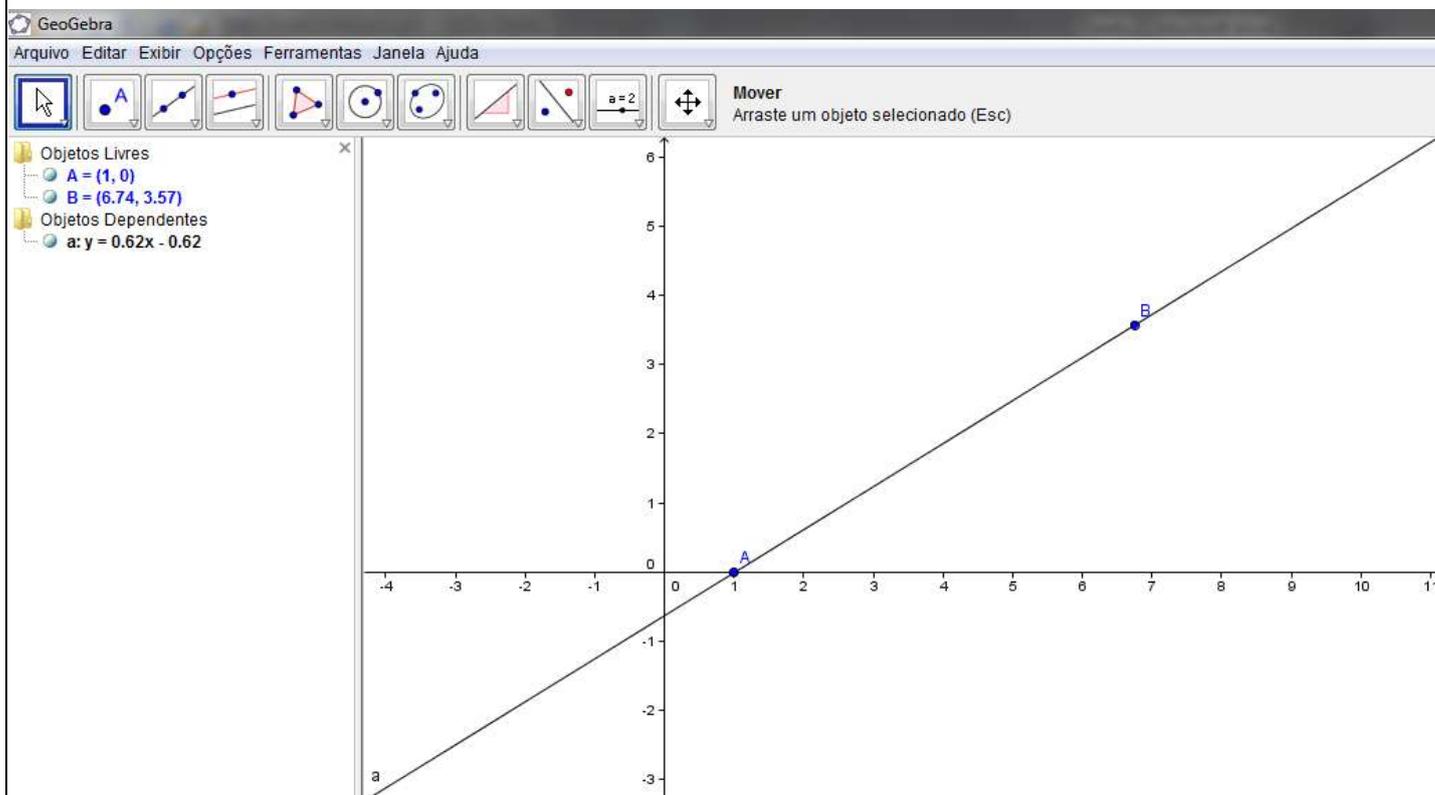


Figura 9

Em seguida iremos medir sua inclinação, ou seja, tangente do ângulo formado entre a reta e o eixo horizontal (x).

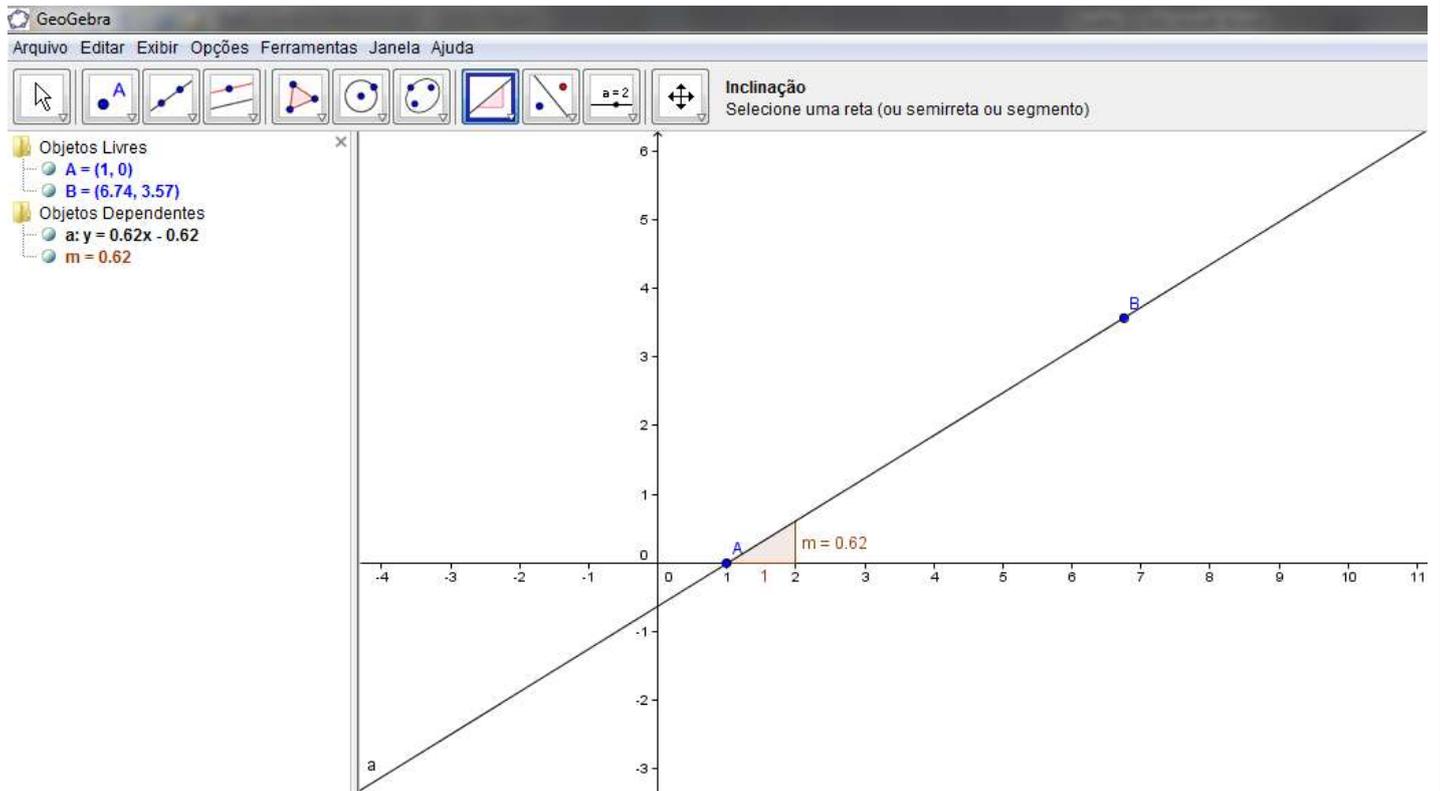


Figura 10

Neste momento vamos construir uma reta paralela a inicial

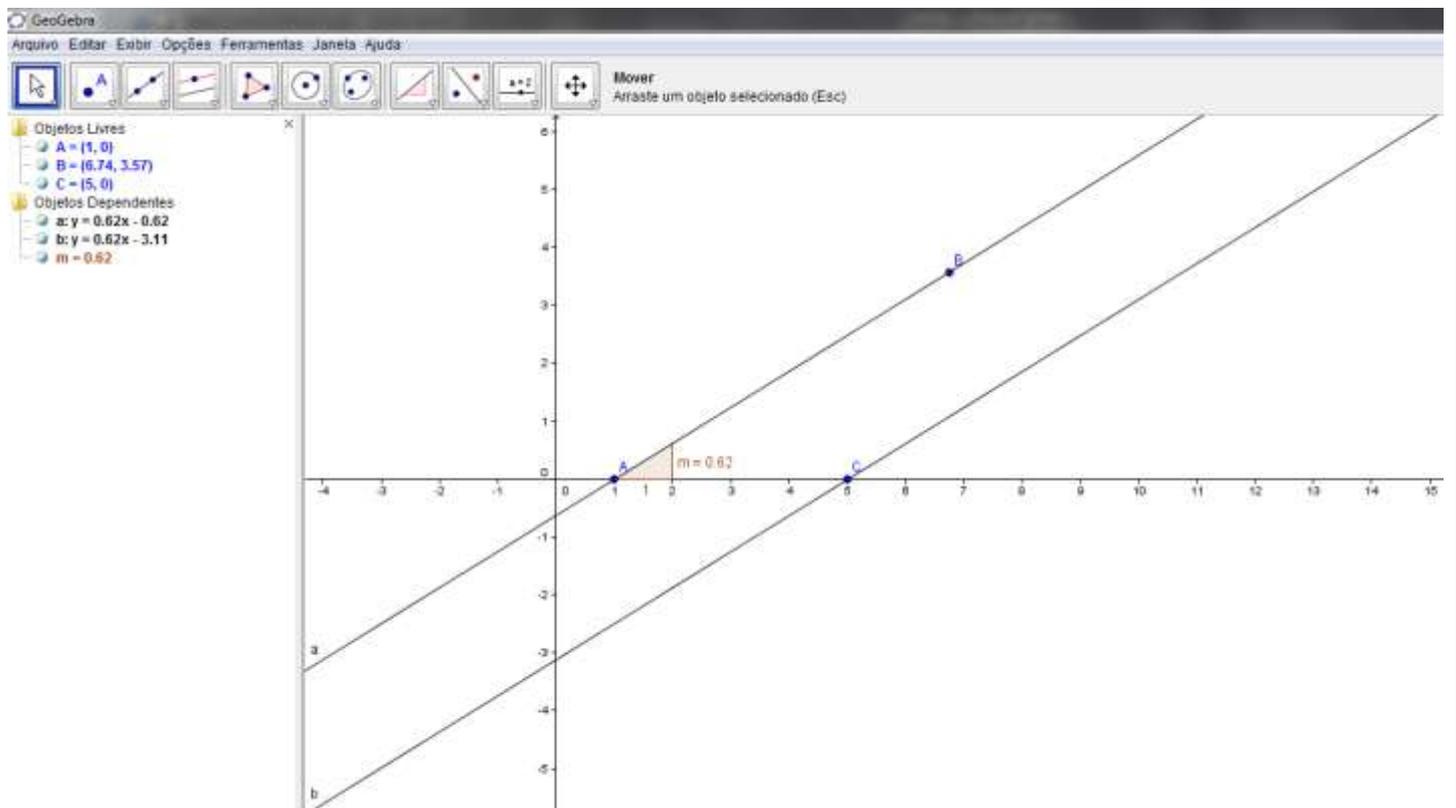


Figura 11

Medindo também a inclinação desta reta

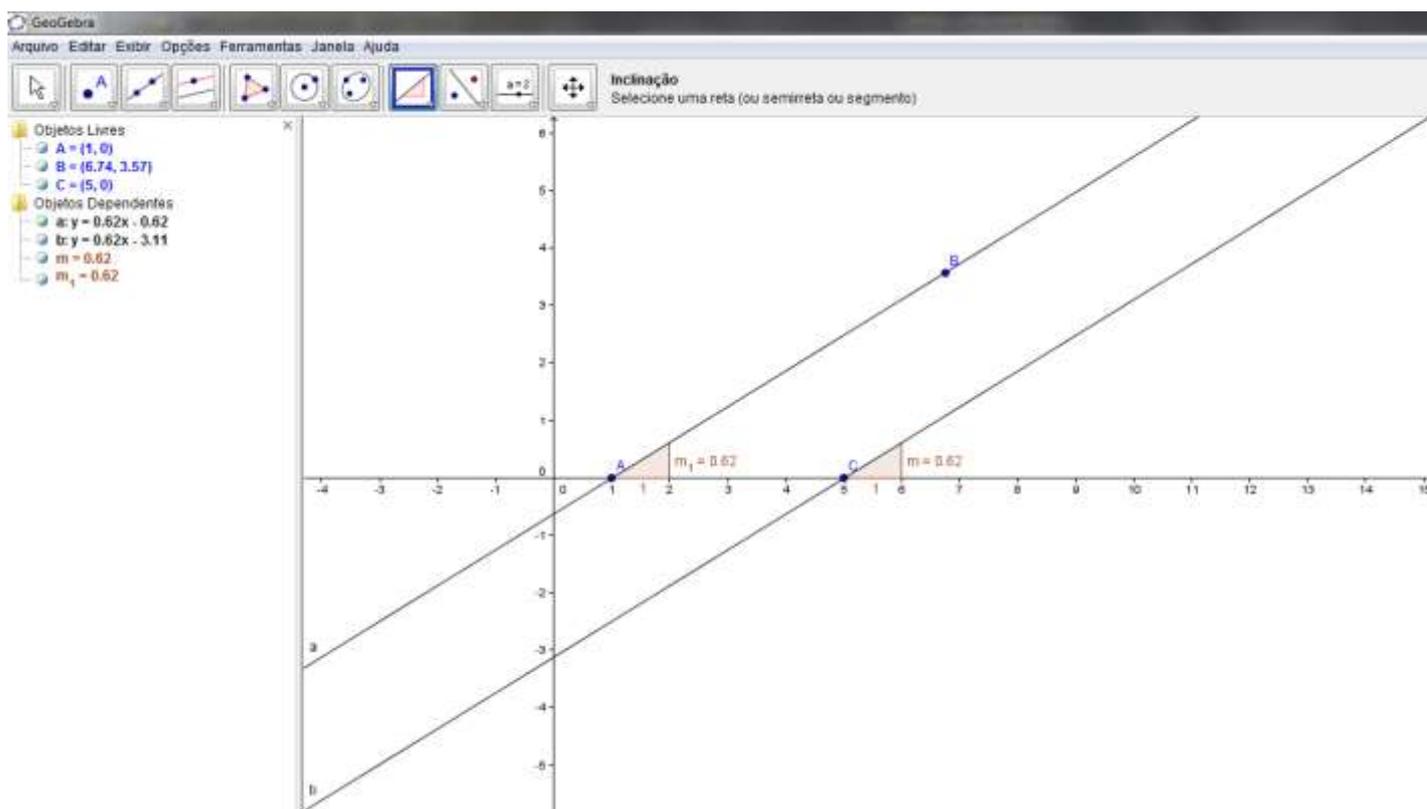


Figura 12

Figura 12

Vimos que o coeficiente angular (m) das duas retas têm o mesmo valor. Isso acontece porque as retas forma o mesmo Ânhulo com o eixo das abcissa. Esta propriedade é facilmente provada por ângulos correspondentes e soma dos ângulos internos de um triângulo.

Repare que na equação das retas também há uma semelhança. O coeficiente de x nas duas equações é o mesmo. Será que funciona se fizermos várias retas paralelas.

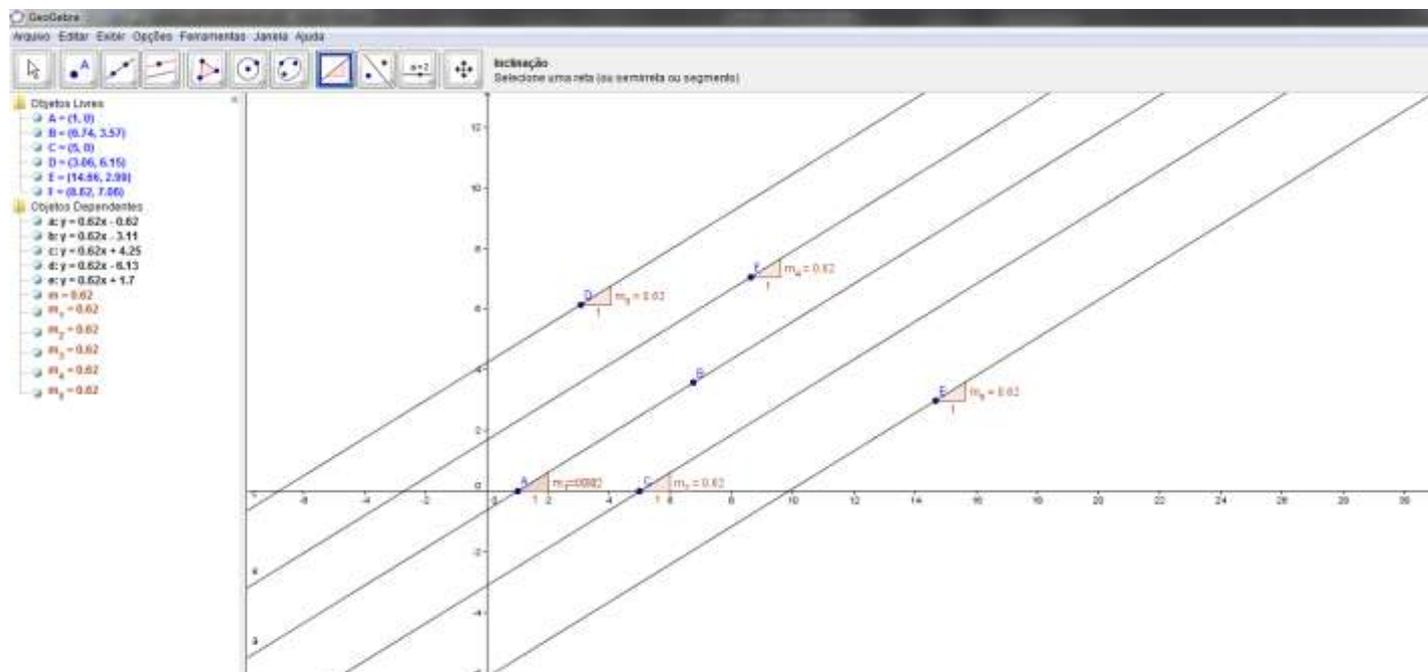


Figura 13

Repare que todas as retas possuem os mesmos valores de m , que por sua vez é o próprio coeficiente de x .

E se mudarmos as retas de posição, mantendo-as paralelas e com a mesma inclinação, muda alguma coisa?

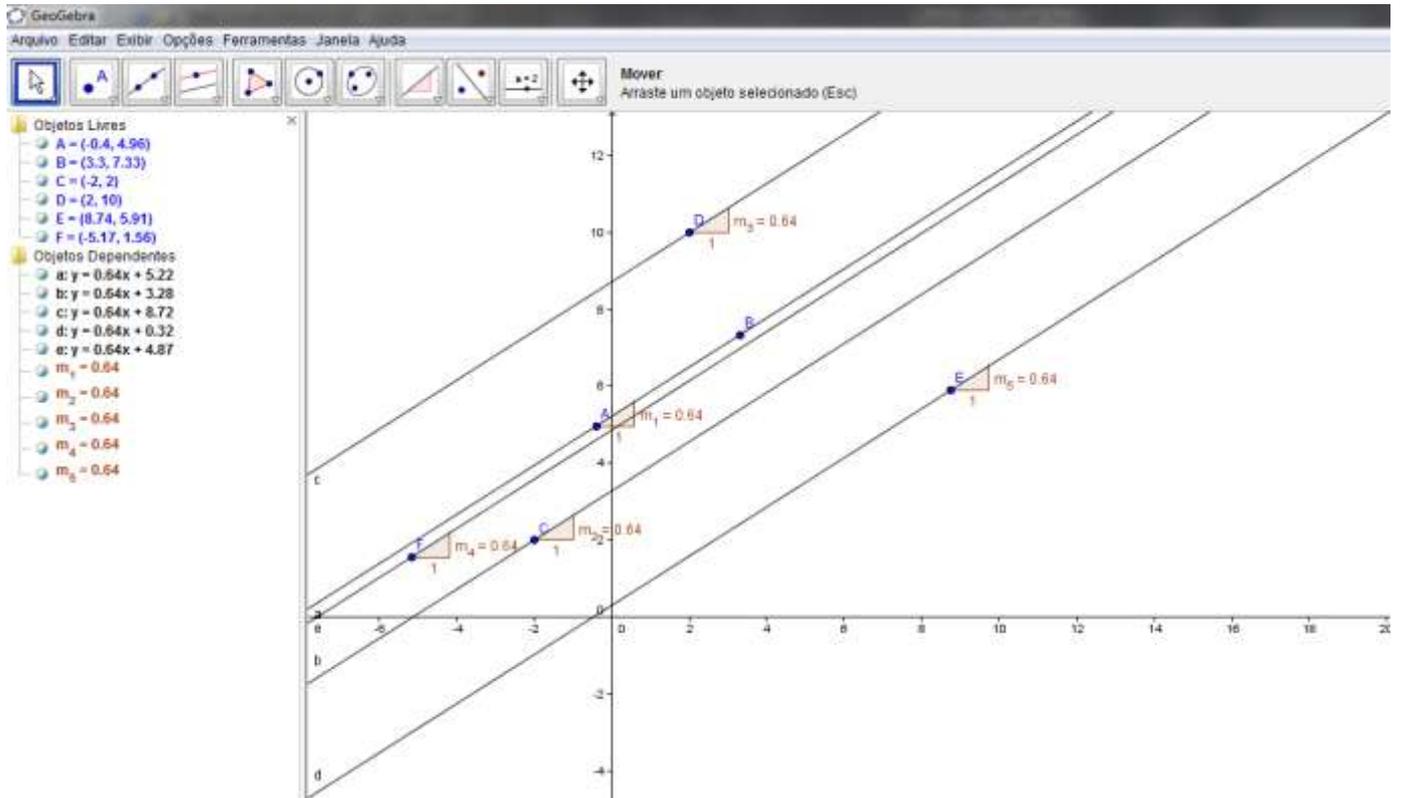


Figura 14

Claro que não. Elas podem até trocar a posição, se todas mantiverem o mesmo coeficiente angular, continuaram paralelas. Vamos mover agora o ponto B da reta inicial. O ponto B é o único ponto que não é fixo.

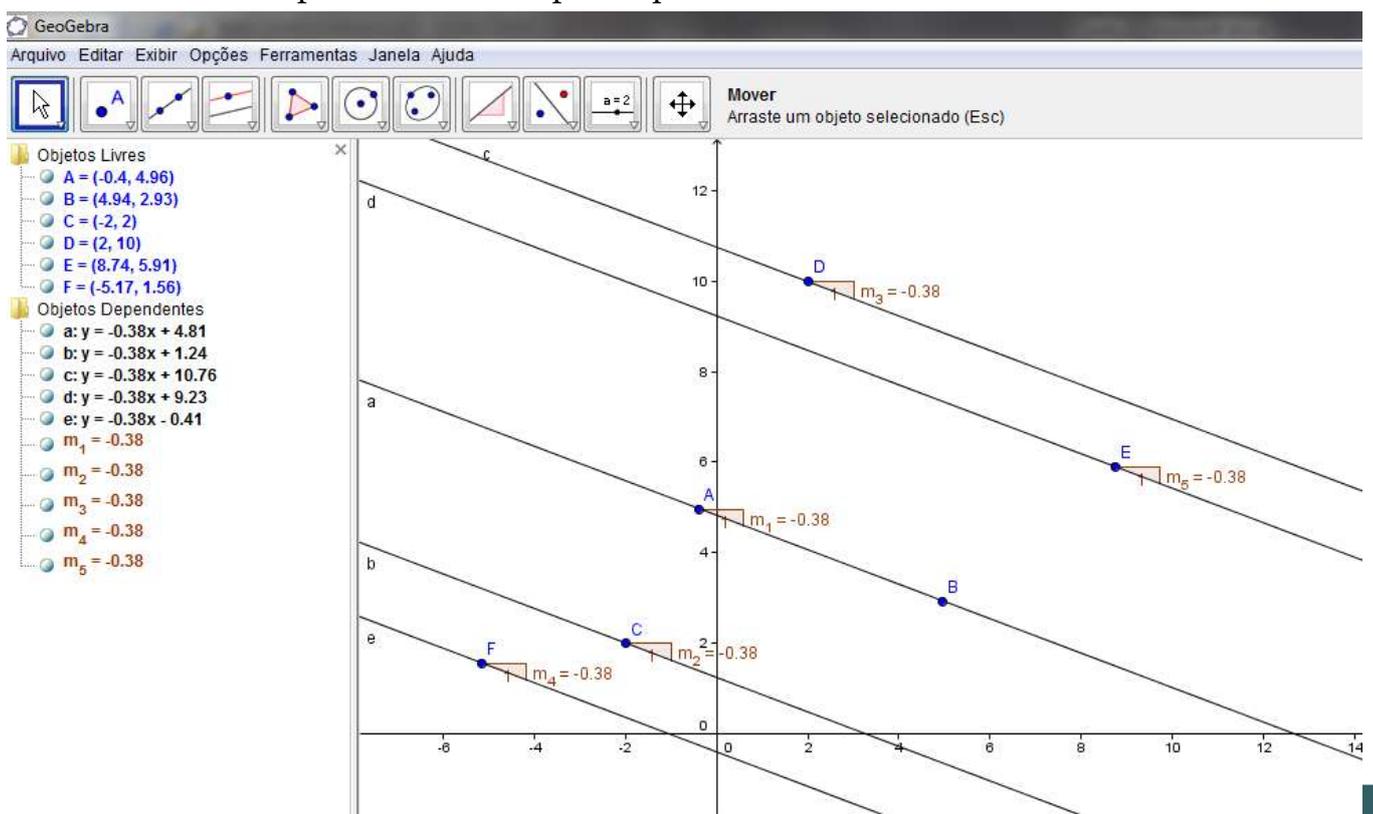


Figura 15

Como construímos as outras retas a partir da primeira, com o comando de reta paralela, para onde a reta inicial se inclinar as outras acompanharão. Observa-se que agora todas possuem o coeficiente angular $m = -0,38$.

EQUAÇÃO DA RETA

Pudemos verificar que as retas paralelas têm o mesmo coeficiente angular.

Como já foi definido no bimestre anterior, a equação de uma reta pode ser escrita na forma explícita que vem:

$$y = mx + n$$

Onde m é o coeficiente angular da reta e n o coeficiente linear.

Traduzindo:

m : inclinação da reta, tangente do ângulo formado entre a reta e o eixo x.

n : ordenada do ponto onde a reta intercepta o eixo y.

Observando na figura 12, temos as retas **a** e **b** e suas equações

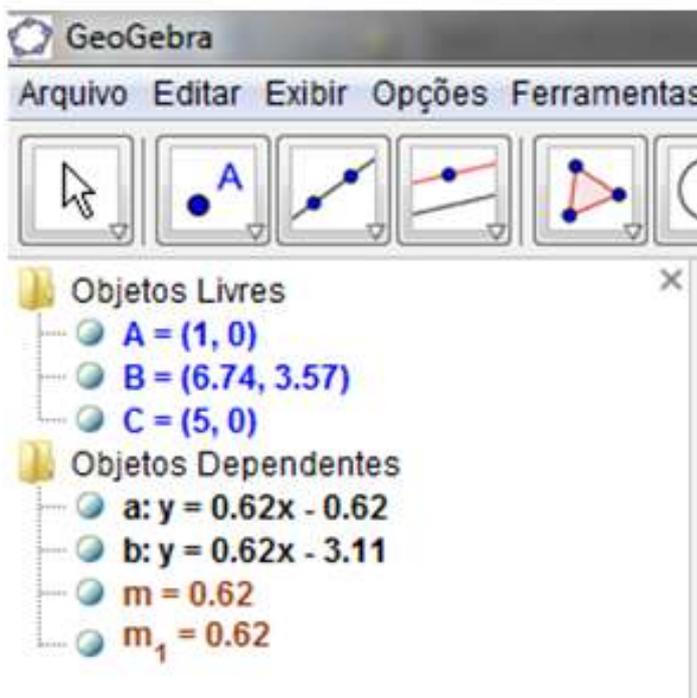


Figura 16

Os coeficientes angulares são iguais, Contudo, os coeficiente lineares são diferentes. Obviamente que se duas retas possuem o mesmo coeficiente angular e o mesmo coeficiente linear, estaremos falando da mesma reta. Em um feixe de retas paralelas, cada reta irá cortar o eixo y em um ponto diferente. Isso não muda o fato de que estas retas são paralelas.

ATIVIDADE

1) O valor de “a” para que as retas r: $ax + y - 4 = 0$ e s: $3x + 3y - 7 = 0$ sejam paralelas é:

a) 1

b) $\frac{1}{2}$

c) 2

d) 3

e) -1

2) A equação da reta que passa pelo ponto (-1,-2) e tem coeficiente angular -1 é:

a) $x + y - 1 = 0$

b) $x + y + 1 = 0$

c) $x + y - 3 = 0$

d) $x + y + 3 = 0$

e) $x - y + 3 = 0$

3) Determine a equação da reta que passa pelo ponto (3;4) e é paralela à bissetriz do quadrantes ímpares

4) A equação da reta que passa pela origem e paralela à reta determinada pelos pontos A(2;3) e B(1;-4) é:

a) $y = x$

b) $y = 3x - 4$

c) $x = 7y$

d) $y = 7x$

e) n.d.a

ATIVIDADE 3

Habilidade relacionada: H15 - Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.

Pré-requisitos: Retas paralelas e conhecimentos básicos de Geogebra

Tempo de duração: 100 min

Recursos utilizados: Folha de atividades, Computador, Data Show, Internet Banda Larga e os Softwares: Geogebra, Microsoft Paint ou Gwenview.

Objetivos: Familiarizar os alunos com o conceito de perpendicularismo e sua importância. Mostrar as semelhanças e diferenças das equações de retas paralelas.

Metodologia adotada: Os alunos verão, utilizando o Geogebra, as consequências de duas retas serem perpendiculares. Eles serão dispostos em dupla para realizarem a atividade no computador, e depois uma folha de exercícios.

RETAS PERPENDICULARES

Assim como o conceito de retas paralelas, o perpendicularismo extremamente importante para edificações, medições de alturas, etc. A inexistência desta propriedade fez uma Torre se tornar a mais curiosa e uma das mais notáveis construções do ser humano. Estamos falando da Torre de Pisa.



Figura 17

Embora destinada a ficar na vertical, a torre começou a inclinar-se para sudeste logo após o início da construção, em 1173, devido a uma fundação mal construída e a um solo de fundação mal compactado, que permitiu à fundação ficar com assentamentos diferenciais. A torre atualmente se inclina para o sudoeste.

A altura do solo ao topo da torre é de 55,86 metros no lado mais baixo e de 56,70 metros na parte mais alta. A espessura das paredes na base é de 4,09 metros e 2,48 metros no topo. Seu peso é estimado em 14 500 toneladas. A torre tem 296 ou 294 degraus: o sétimo andar da face norte das escadas tem dois degraus a menos. Antes do trabalho de restauração realizado entre 1990 e 2001 a torre estava inclinada com um ângulo de 5,5 graus, estando agora a torre inclinada em cerca de 3,99 graus. Isto significa que o topo da torre está a uma distância de 3,9 m de onde ele estaria se a torre estivesse perfeitamente na vertical.

Vemos que nesta obra o conceito de retas perpendiculares não foi respeitado. Atualmente, nas enormes edificações que o homem é capaz de fazer, vemos esta propriedade.



Figura 18 – Willis Tower

Num plano cartesiano, vemos o ângulo formado por duas retas perpendiculares.

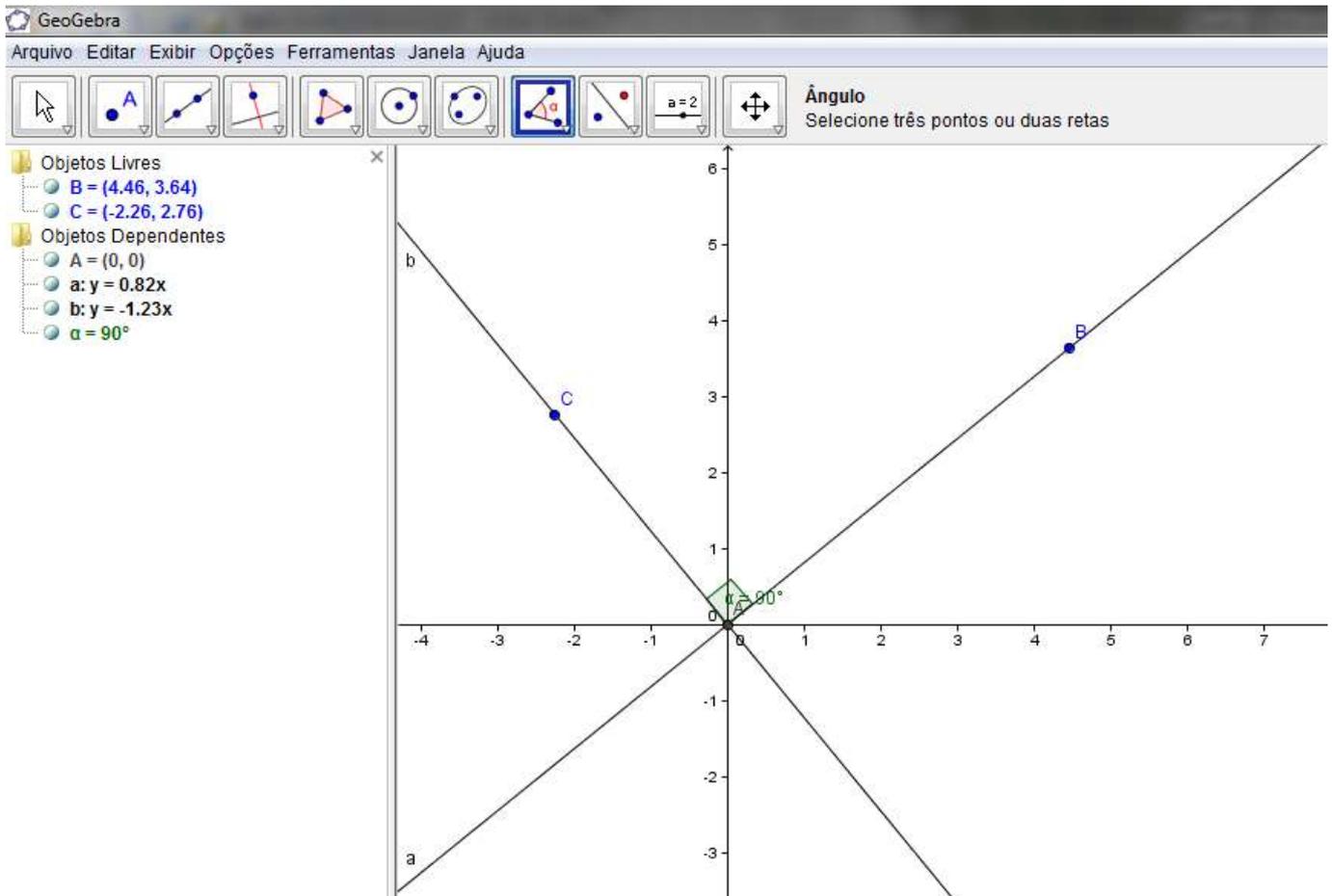


Figura 19

Veremos agora os ângulos que estas retas fazem com o eixo x.

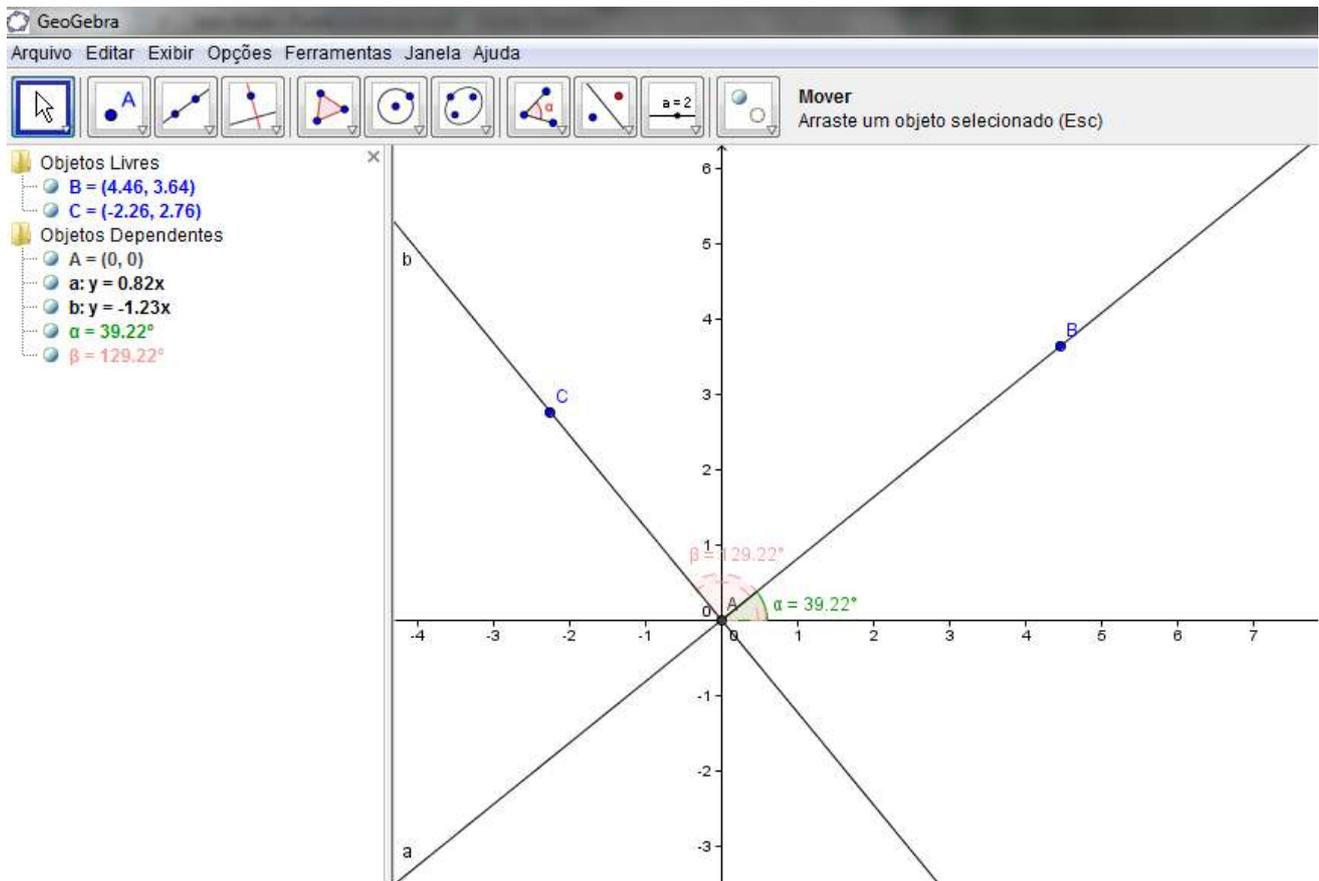


Figura 20

Como se observa, as retas **a** e **b** fazem, respectivamente, os ângulos $\alpha = 39,22^\circ$ e $\beta = 129,22^\circ$ com o eixo x. Concluimos que $\beta = \alpha + 90^\circ$.

$$\beta = \alpha + 90^\circ \gg \gg \gg 39,22^\circ + 90^\circ = 129,22^\circ$$

Relembramos uma propriedade trigonométrica que diz que:



Verificando agora a inclinação das retas **a** e **b** temos:

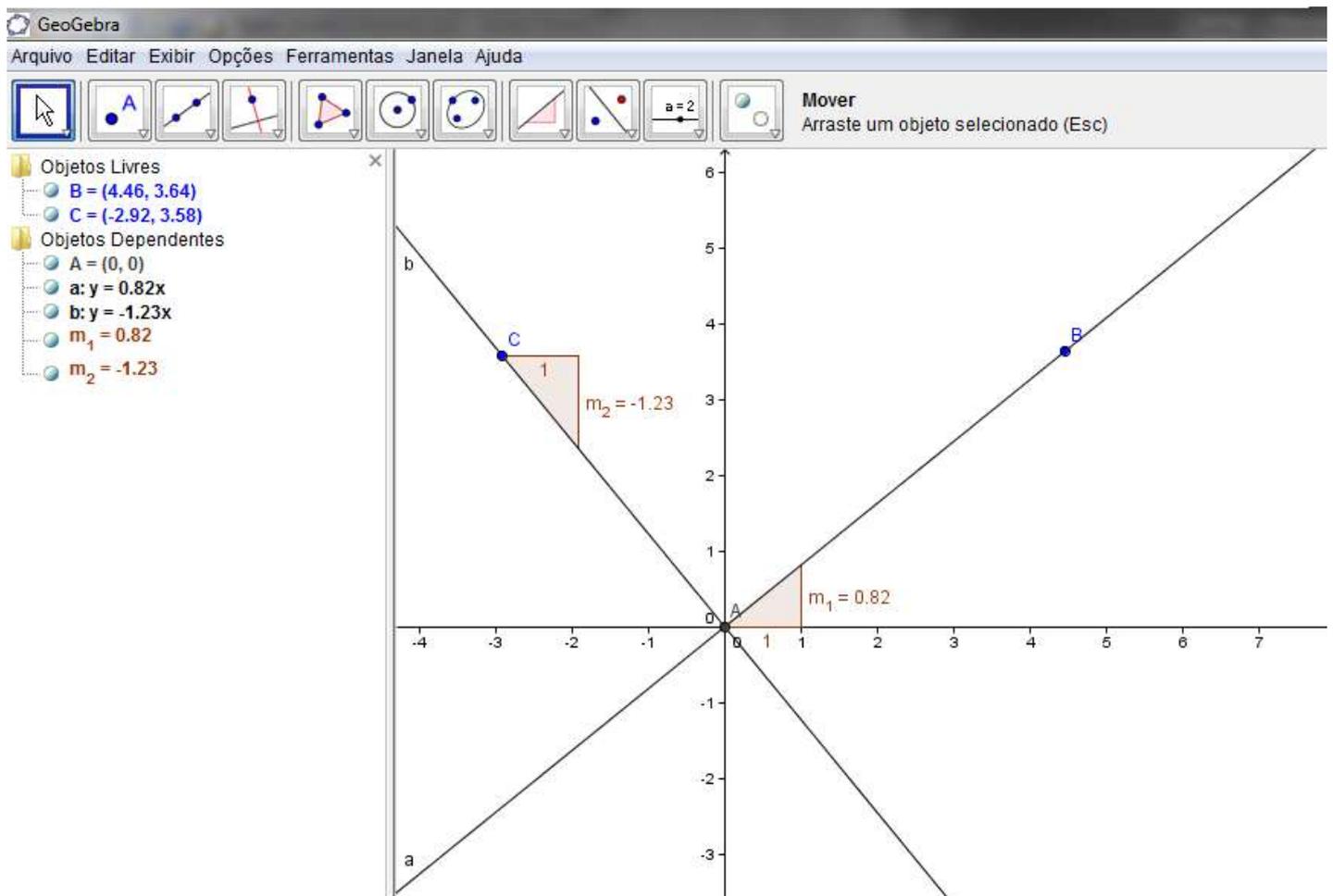


Figura 21

A reta a possui inclinação $m_1 = 0,82$ e a reta b possui inclinação $m_2 = -1,23$. Como estas retas são perpendiculares, então $m_1 = -1/m_2$. Vamos testar?

$m_1 = 0,82 = \frac{1}{-1,23}$ o simétrico do inverso seria $-1,23$

Era esperada uma pequena divergência de valores pois estes números passaram por várias aproximações. Mas podemos concluir que $-$.

EQUAÇÃO DA RETA

Agora ficou fácil. Sabemos que a inclinação da reta ou coeficiente angular é o coeficiente de x quando a mesma está na forma reduzida ou explícita. Então.

Dadas as retas

$$r: y = ax + b \text{ e } s: y = mx + n$$

Se as retas r e s são perpendiculares $-$

Então $-$

ATIVIDADE

1) Verifique se as retas r e s abaixo são perpendiculares em cada um dos casos:

a) $r: x + 7y - 10 = 0$ e $s: y = 7x + 3$

b) $r: x - y + 7 = 0$ e $s: 2x + 5y - 7 = 0$

2) A equação da reta que é perpendicular à reta $3y + 4x - 3 = 0$ e que passa pelo ponto de intersecção das retas $y + 4x - 13 = 0$ e $y - 2x - 1 = 0$ é:

a) $4y - 3x + 15 = 0$

b) $4y + 3x - 14 = 0$

c) $4y + 3x + 15 = 0$

d) $4y + 3x - 13 = 0$

e) $4y - 3x - 14 = 0$

ATIVIDADE 4

Habilidade relacionada: HO9 - Reconhecer o círculo ou a circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.

Pré-requisitos: Ponto, pares ordenados, e teorema de Pitágoras

Tempo de duração: 100 min

Recursos utilizados: Folha de atividades, Computador, Data Show, Internet Banda Larga e os Softwares: Geogebra, Microsoft Paint ou Gwenview.

Objetivos: Familiarizar os alunos com os conceitos concernentes a círculo e circunferência bem como sua equação ou inequação.

Metodologia adotada: O assunto será abordado conforme a sugestão do Roteiro3. Contextualizado à tragédia que aconteceu no Japão, na Usina Nuclear de Fukushima.

Um acidente Nuclear e a Geometria Analítica

Em março de 2011 aconteceu uma série de falhas em equipamentos na Usina Nuclear de Fukushima, Japão. As explosões dos reatores da usina assustaram o mundo.

O contato humano com alguns raios radioativos pode ter um efeito devastador. Os raios gama podem atravessar o corpo e deformar as células podendo levar a vários tipos de câncer.

A imprensa mundial repercutiu o fato e informou à população todas as medidas que deveriam ser tomadas. A reportagem abaixo, feita por um jornal de Portugal, registra que seria proibida a entrada de pessoas em um raio de 20 km com relação a Usina Central de Fukushima.

The image shows a screenshot of a news article from Sapo.pt. The article title is "Fukushima vai ser zona interdita num raio de 20 km" by Diogo Carreira, dated 21/04/11 12:04. The article text states that from Friday night, it will be prohibited to enter a 20 km radius around the Fukushima nuclear power plant. It mentions that Fukushima was considered a level 4 nuclear accident, comparable to Chernobyl, and that the government believes the situation is under control after nine months. On the right side, there is a "Comunidade" (Community) widget with a "SIBS critica Pingo Doce por sacrificar bem-estar dos consumidores" article, which has 11 visitors. At the bottom, there is a Facebook widget for "facebook" with 143,224 likes.

Figura 22 - Fonte: http://economico.sapo.pt/noticias/fukushima-vai-ser-zona-interdita-num-raio-de-20-km_116535.html. Acesso em 21/08/2012.

Ao lermos a reportagem acima podemos nos perguntar:

O que significa estar em um raio de 20 km?

Observemos uma foto retirada de um satélite sobreposta a uma plano cartesiano.

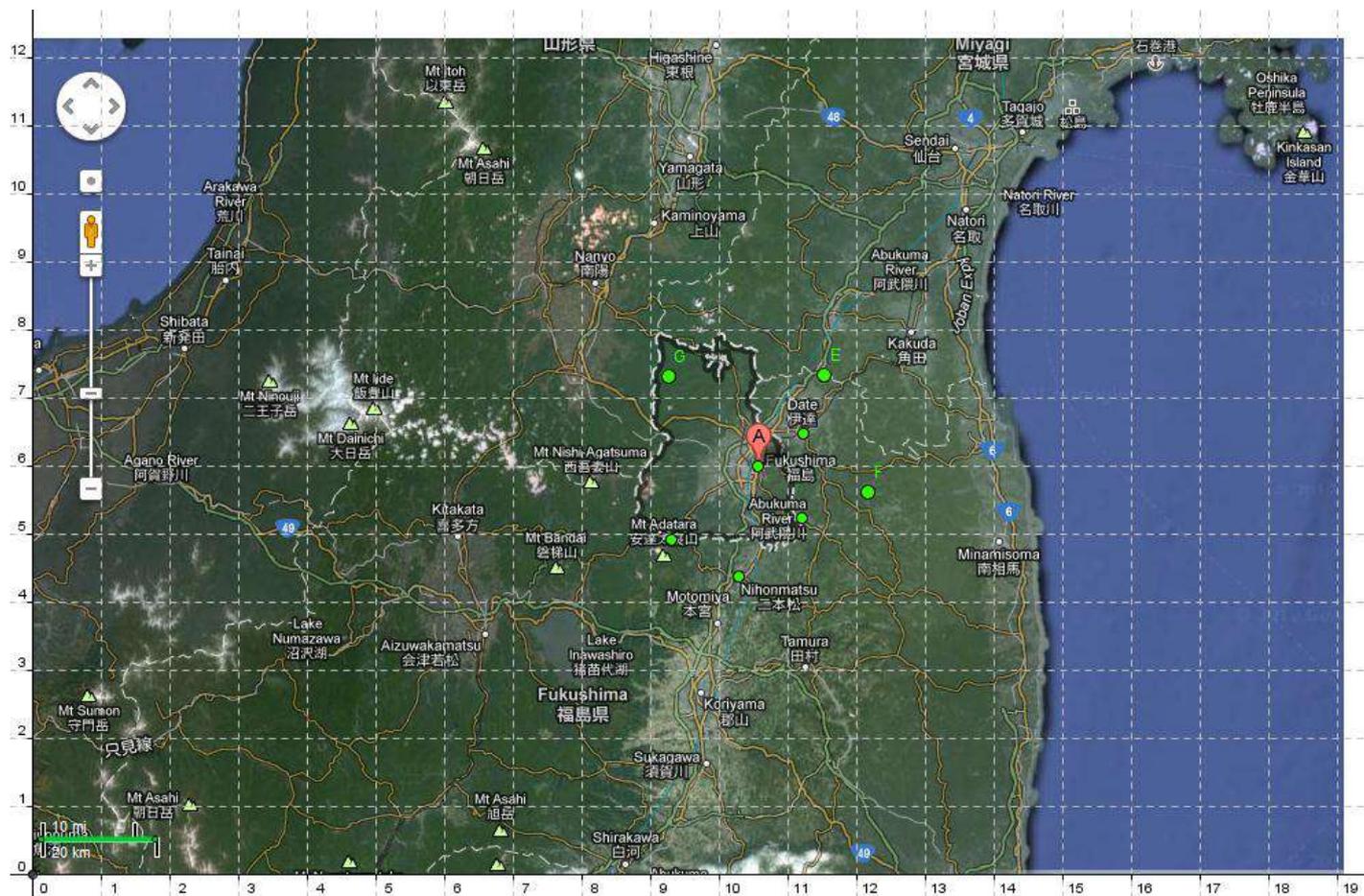


Figura 23

Como podemos determinar quais dos pontos assinalados no mapa não podem ser habitados, por estarem a menos de 20 quilômetros de Fukushima (ponto A)?

Quais são os pontos que estão a exatamente 20 quilômetros de Fukushima?

Quais são as cidades que podem ser habitados, por estarem a mais de 20 quilômetros de Fukushima?

Todas essas questões podem ser respondidas tendo a Geometria Analítica como ferramenta.

Vamos utilizar o Geogebra para verificar quais cidades são seguras para se habitar após este acidente.

Utilizando o Geogebra e o mapa da figura 23 como pano de fundo, temos.

Primeiramente vamos determinar a escala deste mapa no Software usado.

Iremos usar a ferramenta que mede a distância entre dois pontos.

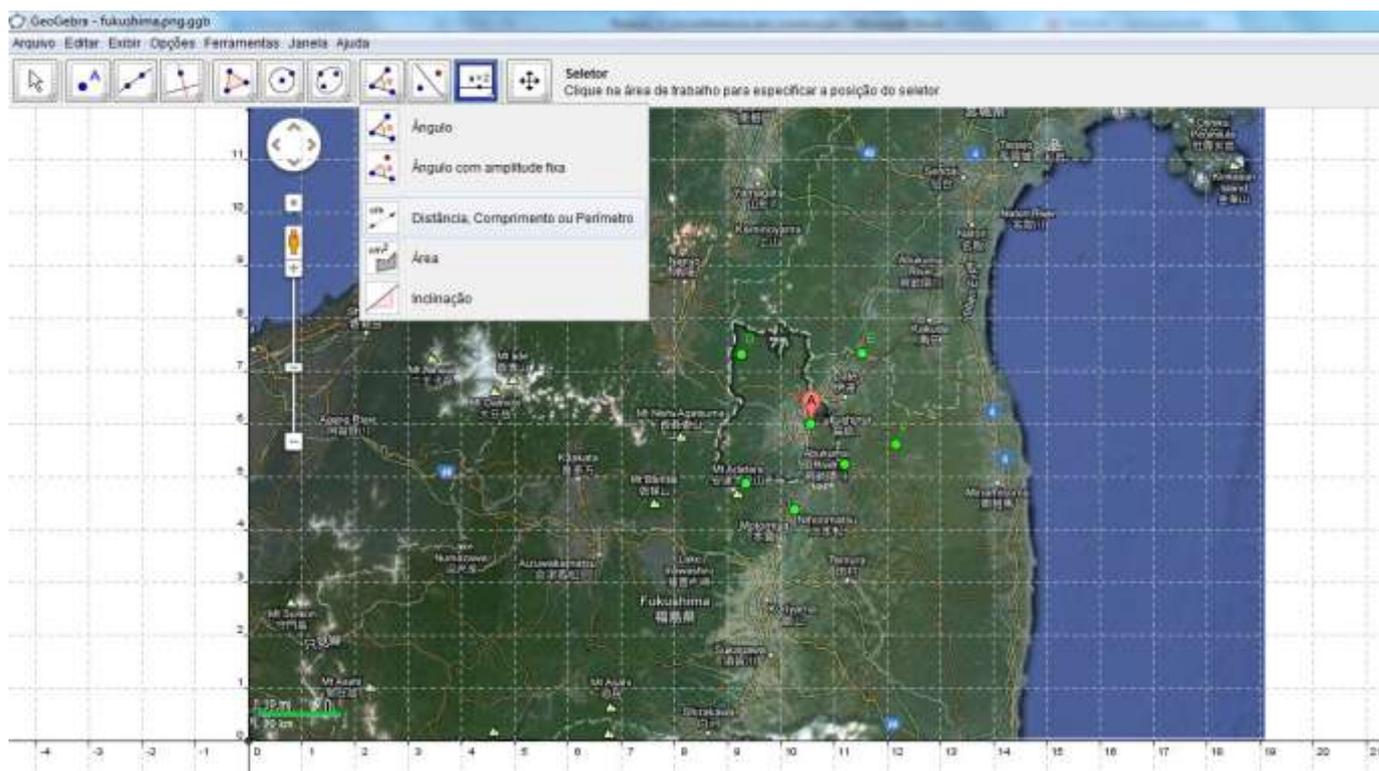


Figura 24

Então vamos lá

1) Utilizando o arquivo do Geogebra “Fukushima.png.ggb”, selecione na 8ª



janela a opção “Distância, Comprimento ou Perímetro” e clique sobre os extremos do segmento BC, que determina a escala. É um segmento verde que está localizado no canto inferior esquerdo.

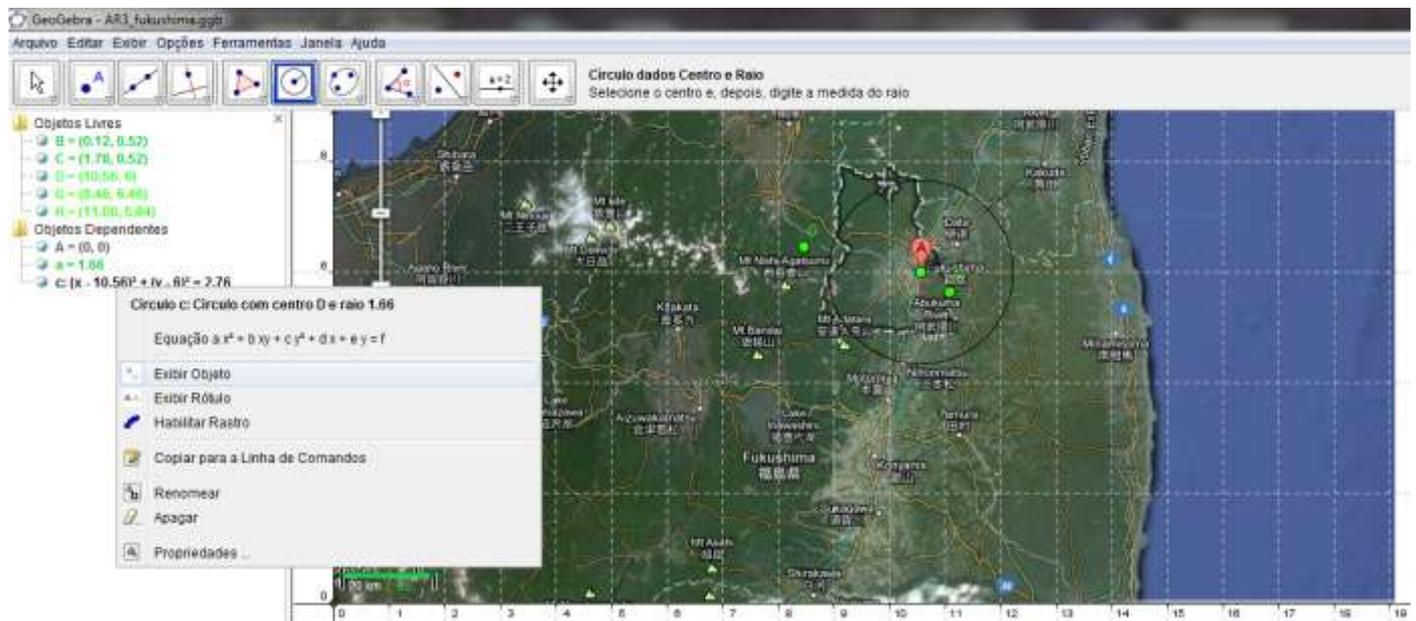
Observe que o valor encontrado no item 2 ($BC = 1,66$) está relacionando os centímetros no mapa com estão os quilômetros da realidade. Ou seja, 1,66 centímetros no mapa correspondem a 20 quilômetros de distância na realidade.



2) Ainda com a ferramenta , verifique quais cidades estão a exatamente 20 quilômetros de Fukushima. Para isso, você deverá clicar sobre o ponto A (Fukushima) e o ponto G, por exemplo, e repetir o mesmo procedimento para os outros pontos.

4) E quais cidades estão a mais de 20 quilômetros? Existe alguma cidade cuja distância seja inferior a 20 quilômetros?

Os pontos I e J estão numa distância de 1.66 centímetros do ponto D, ou seja, as cidades de Nihonmatsu e MtAdatara estão afastadas a exatos 20 quilômetros de Fukushima). Já o ponto G dista 2.15 centímetros de A, ou seja,



Pronto. A região mostrada no gráfico é uma circunferência. Qualquer cidade que se encontra na circunferência(em cima da linha) ou em sua região interna, estão contaminadas pela radiação que vazou da usina de Fukushima.

EQUAÇÃO DA CIRCUNFERÊNCIA

Observemos que na equação da circunferência, as coordenadas do centro aparecem.

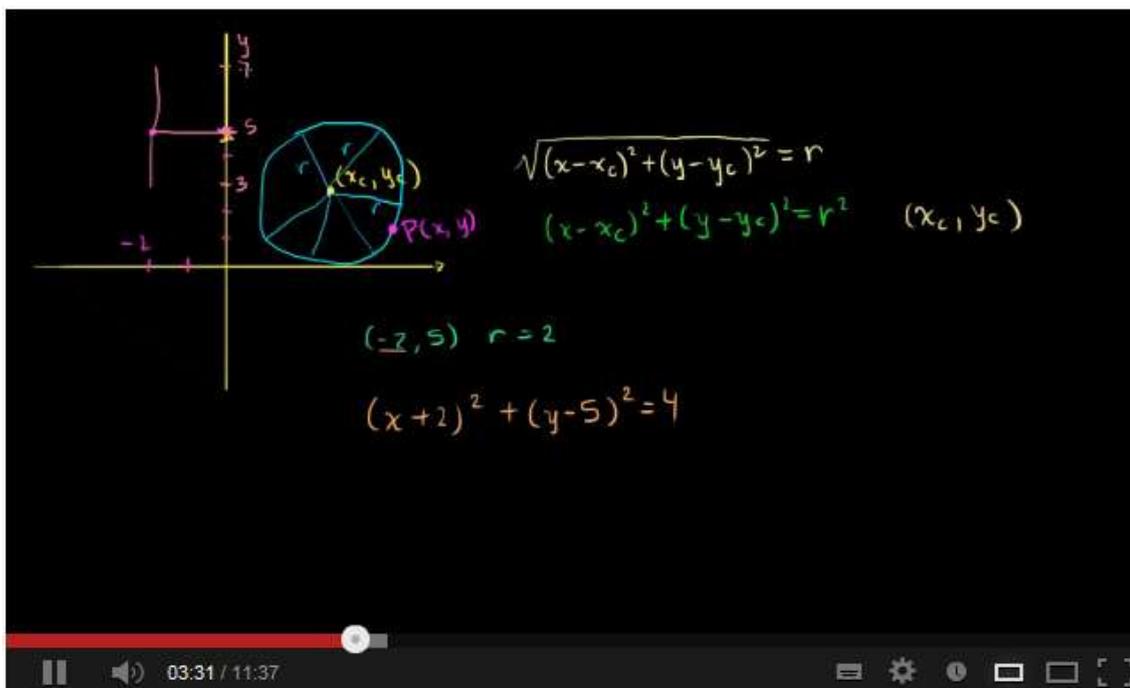
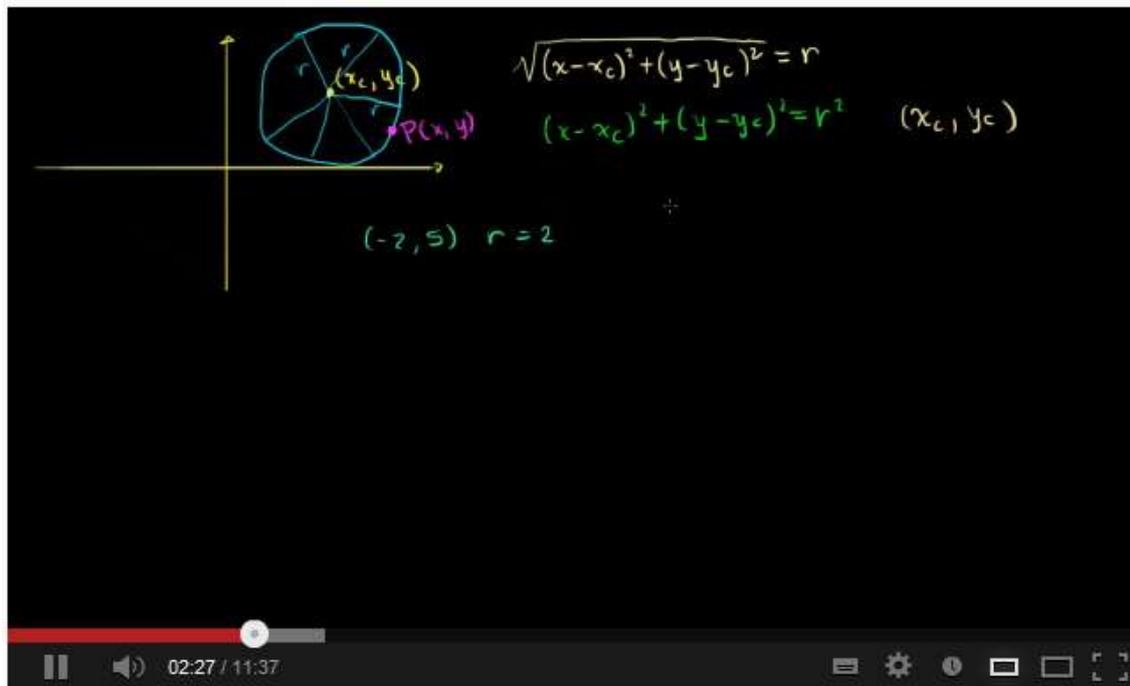


Lembramos que as coordenadas do centro da circunferência D (10,56; 6) e o raio da equação mede 1,66 onde

Concluimos então que, dada uma circunferência de raio r e centro no ponto P(x₀,y₀), temos a seguinte equação



Para demonstrar esta equação podemos usar a distância de dois pontos. Veremos isto neste vídeo.



ATIVIDADE

1) Determine a equação da circunferência de centro C e raio r , nos seguintes casos:

(a) $C = (0,0)$ e $r = 2$

(b) $C = (-1,3)$ e $r = 3$

(c) $C = \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$ e $r = 4$

2) Determine o centro e o raio de cada circunferência dada.

a) $x^2 + (y-3)^2 = 16$

b) $(x+2)^2 + y^2 - 12 = 0$

c) $3x^2 + 3y^2 - 6x + 12y + 14 = 0$

3) Verifique se as equações dadas representam circunferências. Em caso afirmativo determine o centro e o raio.

a) $9x^2 + 9y^2 + 6x - 36y + 64 = 0$

b) $x^2 + y^2 + 7x - y + 1 = 0$

c) $4x^2 + 4y^2 + x - 6y + 5 = 0$

Teste

01. Determine o valor de "m" para que as retas $2x + 3y - 1 = 0$ e $mx + 4y - 3 = 0$ sejam paralelas.

- a) 1
- b) 2
- c) -3
- d) -6
- e) 5

02. Escreva a equação da reta que passa pelo ponto $P(3, -3)$ e é paralela à reta $2x - 3y - 6 = 0$.

- a) $2x - y + 9 = 0$
- b) $2x - 3y - 15 = 0$
- c) $3x + 2y - 15 = 0$
- d) $x - 2y + 9 = 0$
- e) $3x - 2y + 15 = 0$

03. Determine a equação da reta que passa pelo ponto $A(3, 2)$ e é paralela à reta $4x - y + 1 = 0$.

- a) $y = 2x - 3$
- b) $y = 4x - 10$
- c) $y = -x + 15$
- d) $y = x + 5$
- e) $y = -4x + 5$

04. Determine o valor de "k" para que as retas $3x - 5y + 10 = 0$ e $kx + 3y - 21 = 0$ sejam perpendiculares.

- a) 1
- b) 6
- c) -10
- d) 15
- e) 5

05. Escreva a equação da reta que passa pelo ponto $P(1, 5)$ e é perpendicular à reta de equação $x + 3y - 12 = 0$.

- a) $y = -2x - 1$
- b) $y = x + 4$
- c) $y = 3x + 2$
- d) $y = -x + 5$
- e) $y = -x - 12$

06. Obtenha a equação da mediatriz do segmento de reta AB, sendo A(3, 2) e B(7, 4).

- a) $y = -2x + 13$
- b) $y = 2x - 13$
- c) $y = x + 1$
- d) $y = 13x + 2$
- e) $y = x - 4$

07. Determine a equação geral da circunferência de centro C(3, 5) e raio R igual 4.

- a) $x^2 + y^2 + 10x + 6y - 18 = 0$
- b) $x^2 + y^2 + 2x + 8y - 1 = 0$
- c) $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 18 = 0$
- d) $x^2 + y^2 - 8x - 8y + 4 = 0$
- e) $x^2 + y^2 + 2x - 8y - 27 = 0$

08. Determine o centro e o raio da circunferência $x^2 + y^2 - 10x + 4y - 20 = 0$, respectivamente:

- a) (-2,5) e 7
- b) (5,2) e 5
- c) (2,2) e 2
- d) (3,4) e 1
- e) (5,-2) e 7

09. Calcule a área de um quadrado inscrita na circunferência $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$

- a) 2u.a.
- b) 4u.a.
- c) 8u.a.
- d) 16u.a.
- e) 64u.a.

10. Determine o valor de k para que a equação $x^2 + y^2 + 4x - 2y + k = 0$ represente uma circunferência:

- a) $k > 5$
- b) $k < 5$
- c) $k > 10$
- d) $k < 15$
- e) $k = 20$

Avaliação

A avaliação envolve aluno e professor e deve ser realizada de maneira que ambos possam avaliar o quanto se desenvolveu cada uma das competências relacionadas aos temas estudados.

O TESTE apresentado nas páginas 25 e 26 deste Plano de Trabalho deve ser pontuado como parte da nota bimestral. Será ainda aplicada uma avaliação escrita individual (100 minutos) para investigação da capacidade da interpretação das posições relativas entre retas e a manipulação das equações de retas e circunferências.

Este plano foi preparado levando em consideração o tempo disponível de aulas para a turma 3002 do C.E. Carlos Maria Marchon e para a turma 3002 do C.E. Maria Veralba Ferraz.

Ambas as unidades estão preparadas com projetores e computadores para a aplicação deste trabalho.

É esperada a necessidade de revisar alguns pré-requisitos como teorema de Pitágoras, marcação de pontos e manipulação do Software Geogebra. Para isso serão destinados 100 min.

Acredito que as atividades propostas neste Plano de Trabalho irão despertar interesse nos alunos em relação aos assuntos abordados.

Fontes de Pesquisa

BUCCHI, Paulo. Matemática e Cidadania: Ensino Médio, 1ª edição, São Paulo, Escala Editora, 2008, pp 22-68.

MACHADO, Antônio dos Santos. Matemática, Temas e Metas: Geometria Analítica e Polinômios, 1ª edição, São Paulo, Atual Editora, 1986, pp 25 -125.

Roteiros de Ação 1. Geometria Analítica. Formação Continuada. Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ.

Roteiros de Ação 2. Geometria Analítica. Formação Continuada. Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ.

Roteiros de Ação 3. Geometria Analítica. Formação Continuada. Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ.

Greicy Moraes Martinelle Gustavo, Função polinomial do 1º grau, Plano de Trabalho (Formação Continuada), Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ, Rio de Janeiro, 2012.

Greicy Moraes Martinelle Gustavo, Razões Trigonométricas, Plano de Trabalho (Formação Continuada), Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ, Rio de Janeiro, 2012.

Avaliação da implementação do Plano de Trabalho 2

Pontos Positivos: A forma como foram trabalhados os conceitos de paralelismo e perpendicularismo e a pertinência destes em um contexto atual. O mesmo comentário se repete na contextualização do conceito de circunferência. Os exemplos apresentados se mostraram úteis e acrescentaram muito ao conhecimento dos alunos.

Pontos Negativos: Na parte da equação da circunferência falou um prova simples da mesma utilizando o teorema de Pitágoras ou distância de dois pontos.

Impressão dos alunos: Os alunos gostaram muito dos assuntos tratados. Ficaram atentos às apresentações. Perguntaram muito, principalmente sobre o assunto do acidente nuclear na usina de Fukushima.

Alterações: Para a demonstração da equação da circunferência será utilizado a distância de dois pontos. Para isso será exibido um vídeo que está disponível em <http://www.youtube.com/watch?v=W1XT2lw7-qY>.