

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ

Colégio: COLÉGIO ESTADUAL EDMUNDO BITENCOURD

Professor: VALTER FERNANDES COSTA

Matrículas: 09149162

Série: 3º ANO – ENSINO MÉDIO

Tutora: ANDRÉA SILVA DE LIMA

AVALIAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DO PLANO DE TRABALHO 2 –

Circunferência - Equação Geral da Circunferência

Pontos Positivos:

Pode-se concluir que plano de trabalho atingiu os principais objetivos. Os alunos, dentro que foi trabalhado a partir do PT, compreenderam de forma satisfatória os conceitos lançados.

A ideia de usar tarefas introdutórias, como já feito no PT anterior, facilita na hora de exemplificar os assuntos.

O plano de trabalho teve por objetivo iniciar o estudo analítico da circunferência, mostrando sua importância através da aplicabilidade desse assunto. Os alunos não mostraram grande dificuldade, visto que já estavam familiarizados com os conceitos de circunferência e distância entre dois pontos.

Pontos Negativos:

O quarto bimestre é muito curto, o que acelera a execução de atividades, desenvolvimento da teoria e resolução de exercícios. Algumas atividades não foram realizadas. Faltou mais exercícios para serem trabalhados.

Impressão dos Alunos:

A impressão foi boa.

Alterações e Melhoras a Serem Implementadas:

Usar roteiros de atividades torna as aulas mais interessantes. Mas o uso do soft Geogebra requer uma estrutura mínima. A falta de laboratório fez com que alguns improvisos fossem feitos. Dessa forma a simplificação de algumas atividades iria funcionar melhor. A ATIVIDADE 2 proposta inicialmente será substituída por duas novas atividades- uma usando a internet e outra usando um smartphone android e internet. A justificativa é que a antiga tarefa 2 que usava Geogebra apresentou dificuldades de implementação. Faltou mais tempo para o desenvolvimento de exercícios, com isso um maior tempo para as atividades de exercícios deve ser implementado. Faltou uma revisão para o início do conteúdo novo. Essa revisão deverá ser inserida antes do assunto de Equação da Circunferência.

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ

Colégio: COLÉGIO ESTADUAL EDMUNDO BITENCOURD

Professor: VALTER FERNANDES COSTA

Matrículas: 09149162

Série: 3º ANO – ENSINO MÉDIO

Tutor: ANDRÉA SILVA DE LIMA

PLANO DE TRABALHO SOBRE: Circunferência - Equação Geral da Circunferência

INTRODUÇÃO

Esse plano de trabalho tem por objetivo iniciar o estudo analítico da circunferência, mostrando sua importância através da aplicabilidade desse assunto. Além da importância real do assunto, não se deixará de perder o foco em sua construção algébrica, por se considerar essencial para a aprendizagem. Para tal será desenvolvidos atividades e conteúdo teórico e exercícios e atividades práticas com o soft Geogebra e app Android.

DESENVOLVIMENTO:

Atividade 1:

Habilidade Relacionada: H09 - Reconhecer o círculo e a circunferência, seus elementos e algumas de suas propriedades.

Pré-Requisitos: Marcação de Pontos no Plano Cartesiano, ambientação com o uso do software Geogebra .

Tempo de Duração: 100 minutos (duas aulas).

Recursos Educacionais: Folha de atividades, régua, lápis de cor ou caneta hidrográfica, computador com o software Geogebra instalado.

Organização da Turma: Turma disposta em duplas, em laboratório de informática, de forma a propiciar um trabalho colaborativo.

Objetivo: Trabalhar com a caracterização da circunferência.

Metodologia Adotada:

Começar o a atividade com um texto contextualizando a atividade.

Texto de Introdução:

Em março de 2011 aconteceu uma série de falhas em equipamentos na Usina Nuclear de Fukushima, Japão. As explosões dos reatores da usina assustaram o mundo.

O contato humano com alguns raios radioativos pode ter um efeito devastador. Os raios gama podem atravessar o corpo e deformar as células podendo levar a vários tipos de câncer.

A imprensa mundial repercutiu o fato e informou à população todas as medidas que deveriam ser tomadas. A reportagem abaixo, feita por um jornal de Portugal, registra que seria proibida a entrada de pessoas em um raio de 20 km com relação a Usina Central de Fukushima.

Japão

Fukushima vai ser zona interdita num raio de 20 km

Diogo Carreira
21/04/11 12:04

1 Leitores Online

1 Pageviews Diários 

A partir de quinta-feira à noite vai ser proibido entrar num raio de 20 km em relação à central nuclear de Fukushima.

Lá vai o tempo em que Fukushima era considerado um acidente nuclear de nível 4. Passou para cinco e começou a ser comparável à catástrofe ao nível de Chernobyl. O nível 7, o mais alto na escala destas situações, foi decretado e agora é tempo de lidar com a radioactividade que vai perdurar na região.

O primeiro-ministro explicou que num raio de 20 km, e a partir de quinta-feira à noite, ninguém vai poder circular. Uma zona que em termos comparativos representa algo como as regiões de Lisboa, Cascais, Sintra, Odivelas e Loures.

Os residentes da zona afectada vão ter direito a enviar um membro de cada família para recuperar o máximo de bens possíveis. Uma viagem de apenas duas horas que vai ser feita com fortes medidas de segurança.

Os trabalhos na central nuclear prosseguem e o governo acredita que a situação esteja apenas controlada daqui a nove meses.

▼ **Comunidade**

+ Vistos  + Vistos + Comentados

Metade do ensino obrigatório deve ser profissional
12 visitantes

SIBS critica Pingo Doce por sacrificar bem-estar dos consumidores
11 visitantes

facebook 

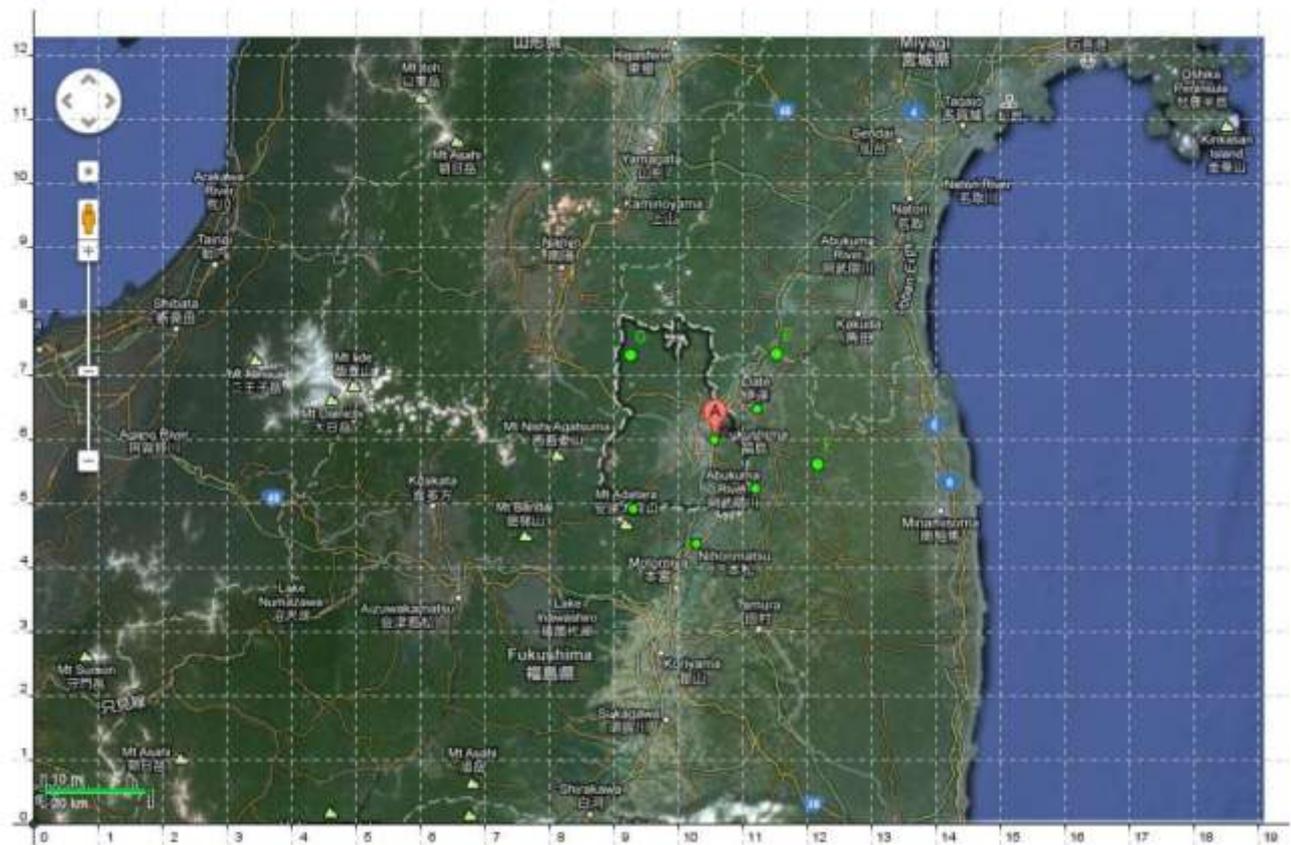
 Like  143,224 people like this.

Fonte: http://economico.sapo.pt/noticias/fukushima-vai-ser-zona-interdita-num-raio-de-20-km_116535.html. Acesso em 21/08/2012

Ao lermos a reportagem acima podemos nos perguntar:

O que significa estar em um raio de 20 km?

Observemos uma foto retirada de um satélite sobreposta a uma plano cartesiano.



Fonte: Google Maps

PERGUNTAS:

1. Como podemos determinar quais dos pontos assinalados no mapa não podem ser habitados, por estarem a menos de 20 quilômetro de Fukushima (ponto A)?
2. Quais são os pontos que estão a exatamente 20 quilômetros de Fukushima?

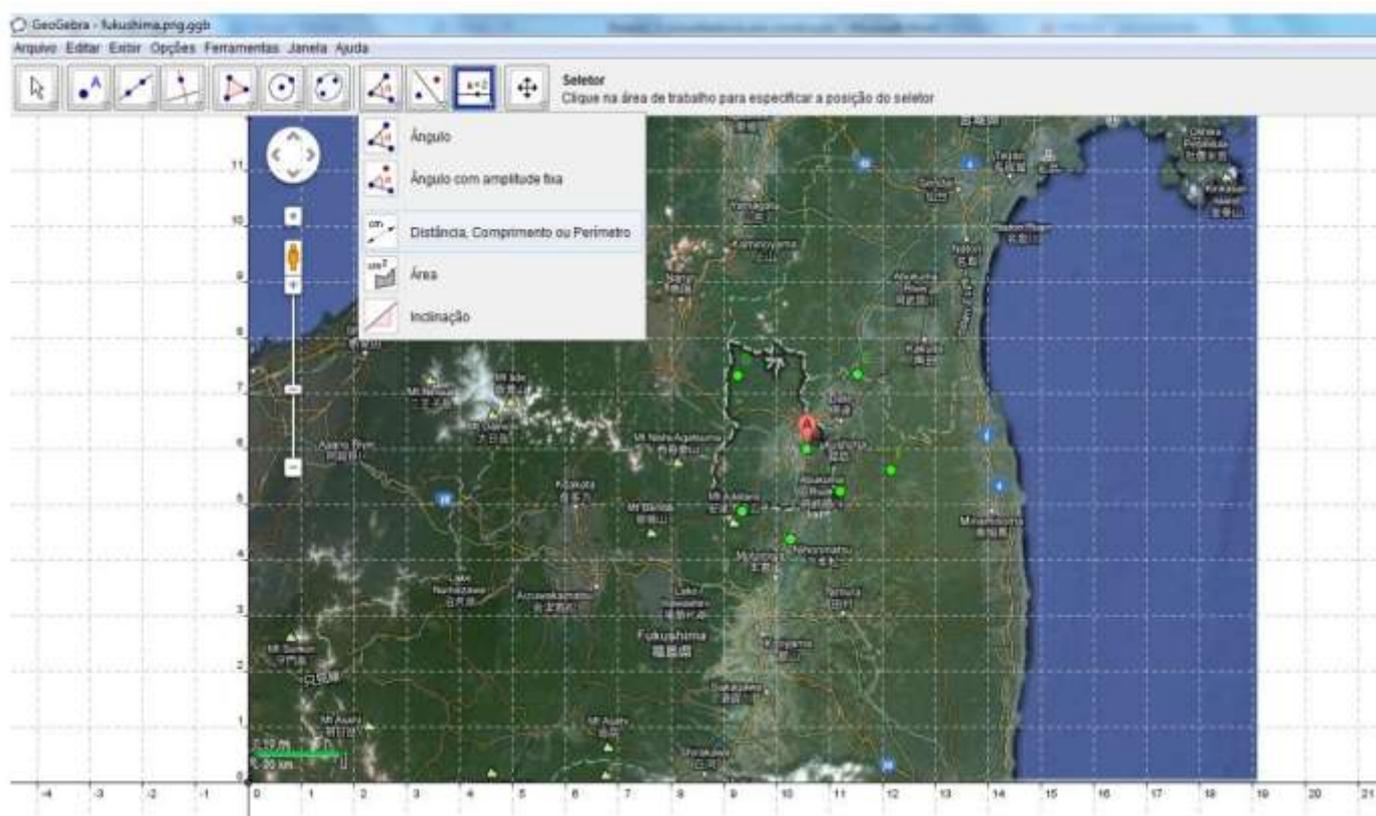
Quais são as cidades que podem ser habitados, por estarem a mais de 20 quilômetros de Fukushima?

UTILIZANDO O SOFT GEOGEBRA

Utilizando o arquivo do Geogebra “Fukushima.png.ggb”, selecione na



8ª janela, a opção “Distância, Comprimento ou Perímetro” e clique sobre os extremos do segmento BC, que determina a escala. É um segmento verde que está localizado no canto inferior esquerdo.



1) Quais foram os valores obtidos?

Observação: 1,66 centímetros no mapa correspondem a 20 quilômetros de distância na realidade.

2) Quais cidades estão a mais de 20 quilômetros de Fukushima ? Existe alguma cidade a menos de 20 quilômetros de Fukushima?

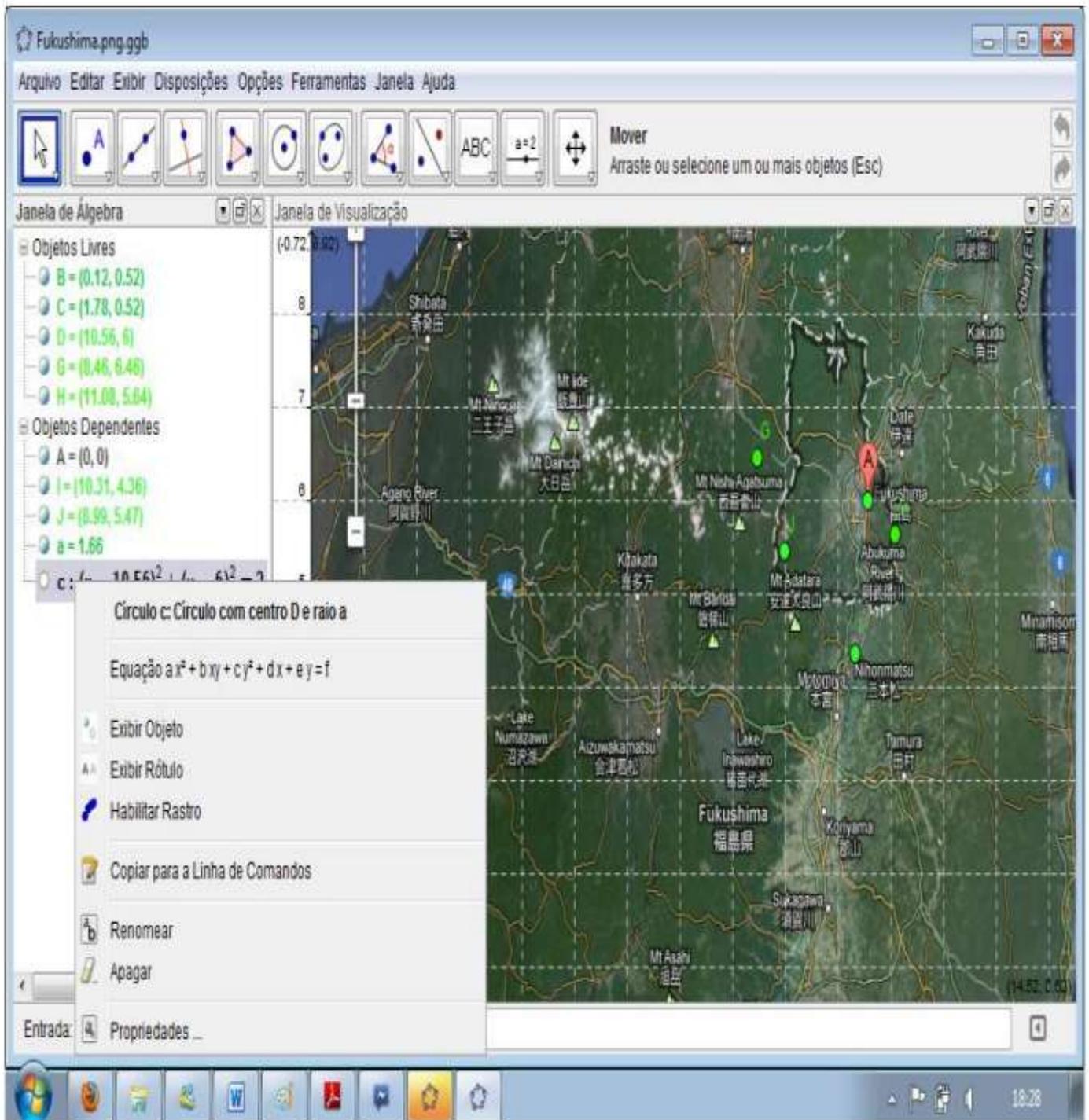


Observação: com a ferramenta  você deverá clicar sobre o ponto A (Fukushima) e o ponto G, por exemplo, e repetir o mesmo procedimento para os outros pontos.

QUESTÃO PARA REFLETIR!

Será que existe alguma forma geométrica que relaciona o conjunto de pontos no mapa que estão a exatamente 20 quilômetros de Fukushima e o ponto A?

ATIVIDADE: Na Janela de Álgebra, clique com o botão direito do mouse sobre a equação c. Aparecerá um menu, onde você irá selecionar.



CONCLUSÃO:

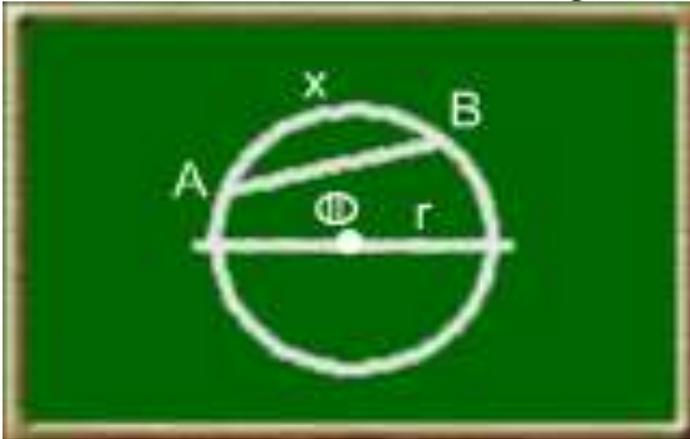
Podemos dizer que uma circunferência é caracterizada pelo fato de que todos os pontos que pertencem a ela tem a mesma distância até um determinado ponto (centro da circunferência). Um conjunto de pontos do plano é chamado de Circunferência de centro (x_0, y_0) e raio

r quando a distância de cada um de seus pontos ao ponto (x_0, y_0) é r .

Roteiro de ação 3 – Um Acidente Nuclear e a Geometria Analítica – Curso de Capacitação: Matemática – 4b -3s

REVISÃO DE CIRCUNFERÊNCIA

Circunferência é o lugar geométrico dos pontos que distam r de um ponto o dado, sendo r uma constante real positiva.



Elementos de uma circunferência:

O = centro

r = medida do raio

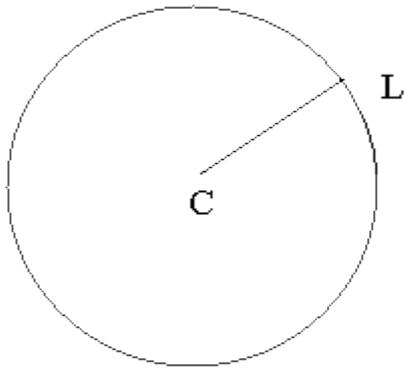
d = medida do diâmetro, $d = 2r$

\overline{AB} = corda $AB = x \leq 2r$

Note que:

- ✓ a corda é um segmento que une dois pontos da circunferência;
- ✓ o diâmetro é uma corda que passa pelo centro da circunferência;
- ✓ o centro não pertence à circunferência.

Com um pedaço de giz, ou um lápis, um prego e um barbante, você pode desenhar algumas figuras geométricas. Fixe um prego (ponto C) em um pedaço de madeira, amarre um pedaço de barbante nele e a outra ponta em um lápis (ponto L). Pronto, com um movimento contínuo, temos:



<http://educacao.uol.com.br/matematica/circunferencias-definicao-e-propriedades.jhtm> - ACESSDA EM 11/12/2012

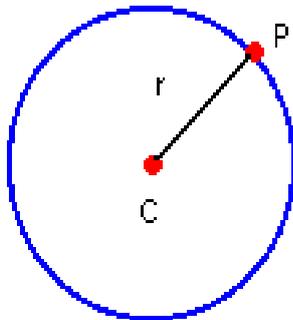
TEORIA – EQUAÇÃO GERAL DA RETA

Geometria Analítica: Circunferência

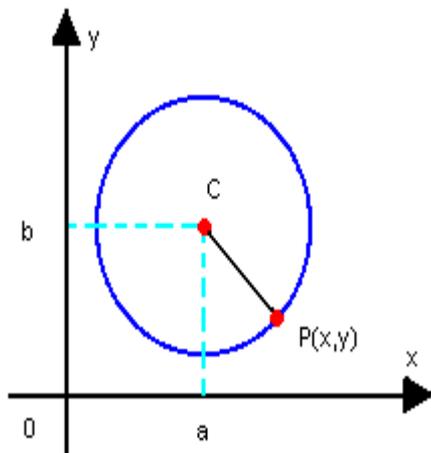
Equações da circunferência

Equação reduzida

Circunferência é o conjunto de todos os pontos de um plano equidistantes de um ponto fixo, desse mesmo plano, denominado centro da circunferência:



Assim, sendo $C(a, b)$ o centro e $P(x, y)$ um ponto qualquer da circunferência, a distância de C a $P(d_{CP})$ é o raio dessa circunferência. Então:



$$d_{CP} = \sqrt{(X_P - X_C)^2 + (Y_P - Y_C)^2} \Rightarrow \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = r \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

Portanto, $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ é a equação reduzida da circunferência e permite determinar os elementos essenciais para a construção da circunferência: as coordenadas do centro e o raio.

Observação: Quando o centro da circunferência estiver na origem ($C(0,0)$), a equação da circunferência será $x^2 + y^2 = r^2$.

Equação geral

Desenvolvendo a equação reduzida, obtemos a equação geral da circunferência:

$$d_{CP} = \sqrt{(X_P - X_C)^2 + (Y_P - Y_C)^2} \Rightarrow \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = r \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

Portanto, $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ é a equação reduzida da circunferência e permite determinar os elementos essenciais para a construção da circunferência: as coordenadas do centro e o raio.

Observação: Quando o centro da circunferência estiver na origem ($C(0,0)$), a equação da circunferência será $x^2 + y^2 = r^2$.

Equação geral

Desenvolvendo a equação reduzida, obtemos a equação geral da circunferência:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2 \Rightarrow x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - 2by + b^2 = r^2$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0$$

Como exemplo, vamos determinar a equação geral da circunferência de centro $C(2, -3)$ e raio $r = 4$.

A equação reduzida da circunferência é:

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 16$$

Desenvolvendo os quadrados dos binômios, temos:

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 6y + 9 - 16 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$$

Determinação do centro e do raio da circunferência, dada a equação geral

Dada a equação geral de uma circunferência, utilizamos o processo de fatoração de trinômio quadrado perfeito para transformá-la na equação reduzida e, assim, determinamos o centro e o raio da circunferência.

Para tanto, a equação geral deve obedecer a duas condições:

- os coeficientes dos termos x^2 e y^2 devem ser iguais a 1;
- não deve existir o termo xy .

Então, vamos determinar o centro e o raio da circunferência cuja equação geral é $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 6 = 0$.

Observando a equação, vemos que ela obedece às duas condições. Assim:

- 1º passo: agrupamos os termos em x e os termos em y e isolamos o termo independente

$$x^2 - 6x + _ + y^2 + 2y + _ = 6$$

2º passo: determinamos os termos que completam os quadrados perfeitos nas variáveis x e y , somando a ambos os membros as parcelas correspondentes.

2º passo: determinamos os termos que completam os quadrados perfeitos nas variáveis x e y , somando a ambos os membros as parcelas correspondentes.

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 + 2y + 1 = 6 + 9 + 1$$

\downarrow \downarrow \uparrow \downarrow \downarrow \uparrow
 x $2x$ 3 y $2y$ 1

- 3º passo: fatoramos os trinômios quadrados perfeitos

$$(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 16$$

- 4º passo: obtida a equação reduzida, determinamos o centro e o raio

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Determine a equação da circunferência com centro no ponto $C(2, 1)$ e que passa pelo ponto $A(1, 1)$.

Considerando que o ponto $A(1, 1)$ pertence à circunferência, temos que a distância entre os pontos C e A corresponde ao raio da circunferência. Então:

$$d(A, C) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d(A, C) = \sqrt{(1 - 2)^2 + (1 - 1)^2}$$

$$d(A, C) = \sqrt{1 + 0}$$

$$d(A, C) = 1$$

Dessa forma, temos que o raio da circunferência é igual a 1. Portanto, de acordo com a lei de formação de uma equação da circunferência dada por $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, a equação em questão será:

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1^2$$

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$$

2. Determine a equação da circunferência que possui centro em $C(3, 6)$ e raio 4

A equação da circunferência de centro $C(a, b)$ e raio r , com $r > 0$, é $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.

Portanto:

A equação da circunferência com coordenados do centro $(3, 6)$ e raio medindo 4 é dada por:

$$(x - 3)^2 + (y - 6)^2 = 16$$

3. O centro de uma circunferência é determinado pelo ponto médio do segmento PQ , sendo $P(4, 6)$ e $Q(2, 10)$. Considerando que o raio dessa circunferência é 7, determine sua equação.

O centro da circunferência será dado por:

$$\left(\frac{Xp + Xq}{2}, \frac{Yp + Yq}{2} \right) \Rightarrow \left(\frac{4+2}{2}, \frac{6+10}{2} \right) \Rightarrow \left(\frac{6}{2}, \frac{16}{2} \right) \Rightarrow (3,8)$$

Temos que, $a = 3$ e $b = 8$

A equação da circunferência de raio 7 e centro (3; 8) será dado pela expressão:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$(x - 3)^2 + (y - 8)^2 = 7^2$$

$$(x - 3)^2 + (y - 8)^2 = 49$$

4. O ponto $P(3, b)$ pertence à circunferência de centro no ponto $C(0, 3)$ e raio 5. Calcule valor da coordenada b .

Temos por $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, que a circunferência de centro $C(0, 3)$ e raio 5, possui como representação a equação $(x - 0)^2 + (y - 3)^2 = 5^2$ ou $x^2 + (y - 3)^2 = 25$.

Considerando que o ponto $P(3, b)$ pertença à circunferência, então:

$$x^2 + (y - 3)^2 = 25$$

$$3^2 + (b - 3)^2 = 25$$

$$9 + (b - 3)^2 = 25$$

$$(b - 3)^2 = 25 - 9$$

$$(b - 3)^2 = 16$$

$$b - 3 = 4 \text{ ou } b - 3 = -4$$

$$b = 4 + 3 \text{ ou } b = -4 + 3$$

$$b = 7 \text{ ou } b = -1$$

A coordenada b pode assumir os valores 7 ou -1 .

<http://exercicios.brasilecola.com/matematica/exercicios-sobre-equacao-normal-circunferencia.htm#resposta-2071> acessado em 11/12/2012

ATIVIDADE 2:

Habilidade Relacionada: H09 - Reconhecer o círculo e a circunferência, seus elementos e algumas de suas propriedades.

Pré-Requisitos: Internet e equação reduzida da circunferência.

Tempo de Duração: 50 minutos (1 aula).

Recursos Educacionais: Computador com internet.

Organização da Turma: Turma disposta em duplas, em laboratório de informática, de forma a propiciar um trabalho colaborativo.

Objetivo: Trabalhar com a caracterização da equação da circunferência.

Nessa tarefa vamos plotar uma circunferência através de um site voltada para aplicações científicas. Da seguinte forma:

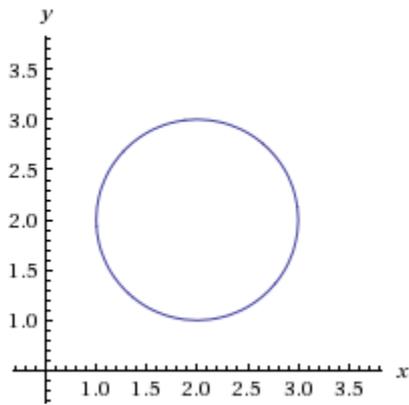
1º) Acessar o site: <http://www.wolframalpha.com/>

2º) Escrever um equação qualquer reduzida da circunferência de centro (a,b), no espaço reservado na página inicial do site.

Exemplo: $(x-2)^2+(y-2)^2$

O aluno deverá usar sintaxe apropriada. No caso acima: $(x-2)^2+(y-2)^2=1$

O aluno obterá a afigura abaixo.



<http://www.wolframalpha.com/>. Acessado em 11/12/2012

Nessa mesma página o aluno ainda obterá os resultados para as equações gerais dessa circunferência:

$$x^2 - 4x + y^2 - 4y + 8 = 1$$

$$x^2 - 4x + y^2 - 4y + 7 = 0$$

3º) O aluno dera ser orientado para montar outras equações reduzidas mudando apenas as coordenadas do centro. Na página do resultado é permitido algumas interações.

ATIVIDADE 3:

Habilidade Relacionada: H09 - Reconhecer o círculo e a circunferência, seus elementos e algumas de suas propriedades.

Pré-Requisitos: Internet , equação reduzida da circunferência e smartphone com android e o app Imathematics.

Tempo de Duração: 50 minutos (1 aula).

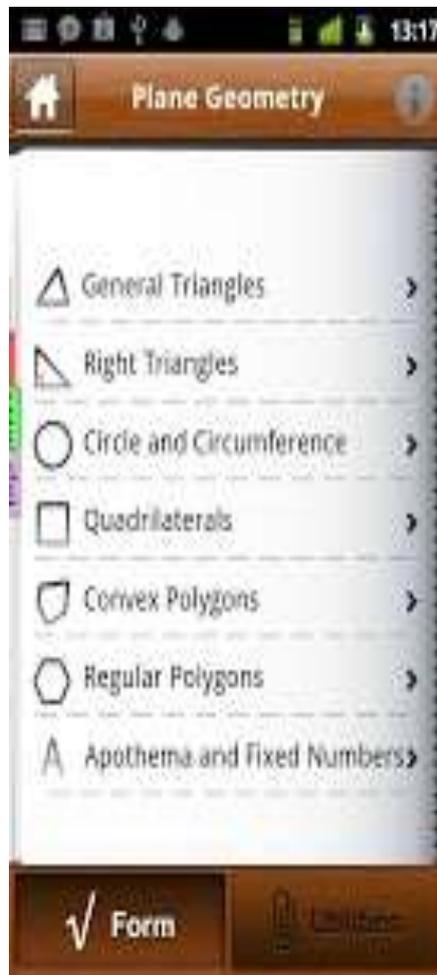
Recursos Educacionais: Smartphone android com app Imathematics e com internet.

Organização da Turma: Turma disposta em duplas, em laboratório de informática, de forma a propiciar um trabalho colaborativo.

Objetivo: Trabalhar com a caracterização da equação da circunferência.

Nessa tarefa vamos plotar uma circunferência através do app Imathematics. O app irá acessar a internet e direcionar para o site Wolfram Alpha.





https://play.google.com/store/apps/details?id=it.droidtech.imathematica&hl=pt_BR, acessado em 11/12/2012

O aluno irá acessar no app - utilities/advanced calculator e digitar a equação reduzida da conferência, usando a sintaxe da tarefa 2. O app redirecionar para a página do site Wolfram Alpha mostrando o mesmo tipo de resultado da atividade 2.

ATIVIDADE 4:

Habilidade Relacionada: H09 - Reconhecer o círculo e a circunferência, seus elementos e algumas de suas propriedades.

Pré-Requisitos: Saber resolver exercícios envolvendo equação geral e reduzida da circunferência, ponto médio e distância entre dois pontos.

Tempo de Duração: 100 minutos (duas aulas).

Recursos Educacionais: Folhas de exercícios, livro didático adotado.

Organização da Turma: Turma disposta em duplas.

Objetivo: Trabalhar com a caracterização da circunferência.

1. Determine a equação da circunferência com centro no ponto $C(2, 1)$ e que passa pelo ponto $A(1, 1)$.
2. O centro de uma circunferência é determinado pelo ponto médio do segmento PQ , sendo $P(4, 6)$ e $Q(2, 10)$. Considerando que o raio dessa circunferência é 7, determine sua equação
3. Determine a equação da circunferência que possui centro em $C(3, 6)$ e raio 4.
4. O ponto $P(3, b)$ pertence à circunferência de centro no ponto $C(0, 3)$ e raio 5. Calcule valor da coordenada b .
5. (USP) Os lugar geométrico dos pontos de coordenadas $(x; y)$ tais que $y^2 + (x - 1)^2 = 0$ é:
 - a) a origem
 - b) duas retas concorrentes
 - c) um ponto que não é a origem
 - d) conjunto vazio
 - e) uma reta.
6. (USP) A equação da reta perpendicular ao eixo das abscissas que passa pelo ponto médio do segmento AB , onde $A(2, 3)$ e B é o centro da circunferência de equação $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 24 = 0$, é:

- a) $y = 3$
- b) $y = 4$
- c) $x = 4$
- d) $x = 3$
- e) $3x + 4y = 0$

AVALIAÇÃO:

A proposta de avaliação contará com uma prova com duração máxima de 100 minutos. Será cobrados os conteúdos trabalhados em sala de aula. Os exercícios da avaliação deverão seguir de forma rigorosa aos exercícios resolvidos e propostos nas atividades.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA:

1. Matemática: ciência e aplicação, 3 : ensino médio/ Gelson Iezzi...[ET al.]. – 6. Ed. – São Paulo : Saraiva, 2010.

2. Endereços Eletrônicos acessados entre 10/12/2012 e 11/12/2012:

https://play.google.com/store/apps/details?id=it.droidtech.imathematica&hl=pt_BR, acessado em 11/12/2012

<http://www.wolframalpha.com/>. Acessado em 11/12/2012

<http://exercicios.brasilecola.com/matematica/exercicios-sobre-equacao-normal-circunferencia.htm#resposta-2071> acessado em 11/12/2012

<http://educacao.uol.com.br/matematica/circunferencias-definicao-e-propriedades.jhtm> - ACESSDA EM 11/12/2012

3. Roteiro de ação 3 – Um Acidente Nuclear e a Geometria Analítica – Curso de Capacitação: Matemática – 4b -3s