

Plano de Trabalho 1 – Polinômios e Equações Algébricas **(REELABORAÇÃO)**

Aluno: Anderson Ribeiro da Silva

Tutor: Cláudio Rocha de Jesus

Grupo: 7

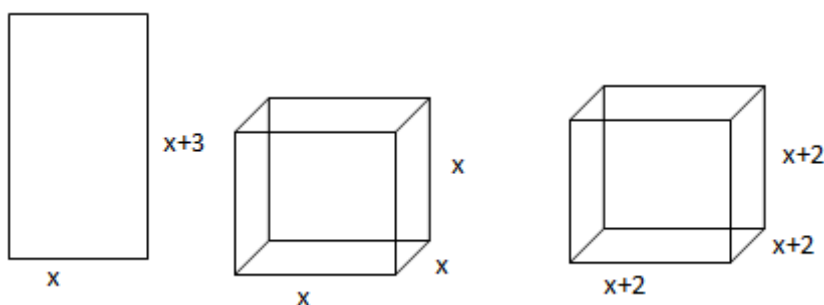
Curso: 3º Ano / Ensino Médio

Duração: 400min

INTRODUÇÃO

Sabe-se que os matemáticos da Babilônia, há mais de 4000 anos, já sabiam “completar quadrados” para resolver equações do 2º grau, entretanto muitos anos se passaram até que o italiano Cardano, apoiado nas sugestões de Tartaglia e Ferrari publicou soluções para equações de 3º e 4º graus, esse fato deu um grande impulso nas pesquisas em álgebra. Na época os pesquisadores buscavam uma solução geral que incluísse polinômios de qualquer ordem, embora os resultados encontrados não fossem os esperados houve um grande desenvolvimento, nessa área, nos anos que se seguiram.

Na resolução de problemas, é muito comum ocorrerem situações em que a leitura e a compreensão do enunciado nos levam a formular expressões que permitam depois a resolução do problema, por meio de uma equação oriunda das expressões obtidas. Imagine, por exemplo, que, em determinados problemas os enunciados nos levam as seguintes figuras:



A primeira figura é uma região retangular de dimensões x e $x + 3$, cujo perímetro é indicado pela expressão: $2x + 2(x + 3)$ ou $4x + 6$ e cuja área é indicada por: $x(x + 3)$ ou $x^2 + 3x$.

A segunda é um cubo com aresta de medida x , cuja área total é indicada por: $6x^2$ e cujo volume é expresso por: x^3 .

A terceira figura é outro cubo de aresta $x + 2$, cuja área total é: $6 (x + 2)^2$ ou $6 (x^2 + 4x + 4)$ ou $6x^2 + 24x + 24$ e cujo volume é expresso por: $(x + 2)^3$ ou $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$.

AULA 1 – Polinômios e equações algébricas.

- **Duração:** 200 min
- **Assunto:** Polinômios e equações algébricas.
- **Objetivo:** Compreender um polinômio de qualquer grau, realizar operações com polinômios.
- **Pré-requisitos:** Equações e polinômios abordados no Ensino Fundamental.
- **Material necessário:** Caderno, lápis e caneta.
- **Organização da turma:** Em duplas, proporcionando um trabalho organizado e colaborativo.
- **Habilidades e Competências:**
 - Identificar e determinar o grau de um polinômio.
 - Calcular o valor numérico de um polinômio.
 - Efetuar operações com polinômios.
- **Avaliação:** Observação das atividades realizadas.

Vou utilizar o vídeo <http://www.youtube.com/watch?v=wLstKLkPIE4> , com objetivo de despertar a atenção e interesse dos alunos. E depois partir para aula expositiva e exercícios.

DEFINIÇÃO

Todas essas expressões são chamadas expressões polinomiais ou polinômios, cujo estudo você já iniciou no ensino fundamental e será aprofundado agora.

Os polinômios, *a priori*, formam um plano conceitual importante na álgebra, entretanto possuem também uma relevante importância na geometria, quando se deseja calcular expressões que envolvem valores desconhecidos.

A definição de polinômio abrange diversas áreas, pois podemos ter polinômios com apenas um termo na expressão algébrica, como por exemplo: $2x$, y , $4z$, 2 , 5 , etc. Mas podemos possuir polinômios com uma infinidade de termos. Por exemplo:

$$P(x)=a_n x^n+a_{(n-1)} x^{(n-1)}+...+a_2 x^2+a_1 x+a_0$$

Como podemos notar, polinômios são compostos pelas várias expressões algébricas, desde aquelas que envolvem apenas números, até as que apresentam diversas letras, potências, coeficientes, entre outros elementos dos polinômios.

Os polinômios se encontram em um âmbito da matemática denominado **álgebra**, contudo a álgebra correlaciona o uso de letras, representativas de um número qualquer, com operações aritméticas. Portanto, podemos, assim, efetuar as operações aritméticas nos polinômios, que são: adição, subtração, divisão, multiplicação, potenciação e radiciação.

Buscaremos, então, nesta seção, abarcar todas as propriedades dos polinômios, assim como as operações aritméticas desses números.

FUNÇÃO POLINOMIAL

Toda função na forma $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ é considerada uma função polinomial, onde $p(x)$ está em função do valor de x . A cada valor atribuído a x existe um valor em y , pois x : domínio da função e y : imagem.

O grau de um polinômio é expresso através do maior expoente natural entre os monômios que o formam. Veja:

$$g(x) = 4x^4 + 10x^2 - 5x + 2: \text{polinômio grau 4.}$$

$$f(x) = -9x^6 + 12x^3 - 23x^2 + 9x - 6: \text{polinômio grau 6.}$$

$$h(x) = -3x^3 + 9x^2 - 5x + 6: \text{polinômio grau 3.}$$

Em uma função polinomial, à medida que os valores de x são atribuídos descobrimos os respectivos valores em y [$p(x)$], construindo o par ordenado (x,y) usado nas representações gráficas no plano cartesiano. Observe:

Dada a função polinomial $p(x) = 2x^3 + 2x^2 - 5x + 1$. Determine os pares ordenados quando:

$$x = 0$$

$$p(x) = 2x^3 + 2x^2 - 5x + 1$$

$$p(0) = 2 \cdot 0^3 + 2 \cdot 0^2 - 5 \cdot 0 + 1$$

$$p(0) = 0 + 0 - 0 + 1$$

$$p(0) = 1$$

$$\text{par ordenado } (0,1)$$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

Utilizar exercícios de fixação através do livro didático e no quadro sendo realizados em sala.

AULA 2 – Polinômios e equações algébricas.

- **Duração:** 200 min
- **Assunto:** Polinômios e equações algébricas.
- **Objetivo:** tornar o aluno capaz de Fatorar um polinômio, encontrar suas raízes, representação gráfica de uma função.
- **Pré-requisitos:** Fatoração, resolução de equações de 1º e 2º graus..
- **Material necessário:** Caderno, lápis e caneta.
- **Organização da turma:** Em duplas, proporcionando um trabalho organizado e colaborativo.
- **Descritores Associados:**
 - Resolver equações polinomiais utilizando o teorema fundamental da álgebra e o Teorema da Decomposição.
 - Representar graficamente uma função polinomial.
 - Utilizar as Relações de Girard para resolver equações polinomiais.
- **Avaliação:** Observação do desenvolvimento das atividades propostas, teste e prova.

Fatoração

Lembre-se: *Fatorar é simplificar uma expressão à um produto.*

Existem várias formas de se fatorar um polinômio, ou seja, escrevê-lo como um produto de expressões mais simples:

- fatoração simples (ou por evidência)
- fatoração por agrupamento
- trinômios do quadrado perfeito
- e outros

Fatoração simples (ou por evidência)

Destacam-se os termos em comum, e coloca-o em evidência, colocando entre parênteses as outras parcelas entre parênteses na forma de produto, multiplicando-o com o número em evidência

Exemplo

$$ax + ay + az = a (x + y + z)$$

Por agrupamento

Agrupam-se os termos em comum. Quando agrupamos os termos, fazemos evidência separadamente em cada agrupamento.

Exemplo

$$ax + by + bx + ay =$$

$$ax + ay + bx + by =$$

$$a (x + y) + b (x + y) =$$

$$(x + y) \cdot (a + b)$$

Trinômio do quadrado perfeito

Esse já é mais complexo, pois, partiremos em etapas explicando através do exemplo.

Fatorar a expressão abaixo

$$m^2 - 10m + 25$$

Primeiro verificamos se é um Trinômio do quadrado perfeito:

Extrai-se a raiz quadrada dos extremos. Com efeito,

$$\sqrt{m^2} = m \text{ e } \sqrt{25} = 5$$

Multiplicam-se os resultados

$$5 \cdot m = 5m$$

Multiplica-se o produto obtido por dois

$$5m \cdot 2 = 10m$$

Note que **10m** é o valor do meio na expressão, isso prova que ela é um Trinômio do quadrado perfeito.

Sendo trinômio do quadrado perfeito

Sendo Trinômio do quadrado perfeito, utiliza-se a fórmula $(a \pm b)^2$ substituindo-se os valores por ordem. O binômio representará uma adição caso o sinal do meio da expressão inicial for o sinal de *mais* (+), ou será uma subtração caso o sinal do meio da expressão inicial for o sinal de *menos* (-). Com efeito,

$$(m - 5)^2$$

Esse é o valor fatorado da expressão inicial.

Equação do segundo grau

Lembre-se: Da fórmula $ax^2 + bx + c$.

A expressão abaixo se encaixa na fórmula acima.

$$x^2 - 8x + 15$$

Observações: Fórmula da fatoração das Equações do segundo grau:

$$a (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

Aplica-se a fórmula da fatoração das equações do segundo grau. Onde,

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = 5$$

Por tanto, a fatoração de tal expressão resulta em:

$$1 (x - 3) \cdot (x - 5)$$

$$(x - 3) \cdot (x - 5)$$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

Utilizar exercícios de fixação através do livro didático e no quadro sendo realizados em sala e em casa.

AULA 3 – Algoritmos por Analogia.

- **Duração:** 100 min
- **Assunto:** Reconstrução de Imagens.
- **Objetivo:** Apresentar alguns algoritmos de soma, subtração, multiplicação e divisão.
- **Pré-requisitos:** Algoritmo dessas operações com números inteiros.
- **Material necessário:** folha de atividades, lápis e borracha.
- **Organização da turma:** Em grupos de 3 ou 4 alunos, proporcionando um trabalho organizado e colaborativo.
- **Descritores Associados:**
 - Efetuar operações com polinômios.
- **Avaliação:** Observação do desenvolvimento das atividades propostas, teste e prova.

Fatoração

Lembre-se: *Fatorar é simplificar uma expressão à um produto.*

Existem várias formas de se fatorar um polinômio, ou seja, escrevê-lo como um produto de expressões mais simples:

- fatoração simples (ou por evidência)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava>
2. <http://www.inf.unioeste.br/~rogerio/02d-Estudo-analitico-polinomios.pdf>
3. <http://www.marcelorenato.com.br>
4. <http://pt.wikipedia.org/wiki/Polin%C3%B3mio#Hist.C3.B3ria>
5. <http://www.brasilecola.com>
6. Dante, Luiz Roberto. Matemática , volume único / Luiz Roberto Dante, -- 1 . ed. São Paulo : Ática 2005
7. Souza, Joamir Roberto de. Novo olhar matemática / Joamir Roberto de Souza. -- 1. Ed. -- São Paulo: FTD, 2010. -- (Coleção novo olhar; v.3)
8. http://pt.wikibooks.org/wiki/Matem%C3%A1tica_elementar/Polin%C3%B4mios
9. <http://www.youtube.com>