AVALIAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO

A implementação ocorreu sem problemas e considero que tenha sido bem sucedida baseado na avaliação feita posteriormente com os alunos.

Os pontos positivos foram o interesse da turma diante de atividades variadas e que os mantinham em um ambiente físico que não fosse a sala de aula, a participação ativa da turma de modo geral nas discussões em busca de deduções para fechar as atividades e a socialização que essas discussões geraram, além do trabalho em grupo que sempre acrescenta algo para os alunos na troca com os colegas, seja na parte de softwares ou no próprio domínio de pré-requisitos.

O ponto negativo foi que o plano se tornou extenso e isso associado a um grande número de feriados e avaliações externas durante o período acabou atrapalhando o conteúdo seguinte.

Como estou fazendo esta avaliação após ter implementado também o Plano de Trabalho 2, considero que o tempo gasto com este Plano deva ser um pouco menor para não comprometer a qualidade do outro e, em conseqüência disto, substitui uma das atividades, que era um estudo sobre o zero como raiz de um polinômio por uma atividade de avaliação.

De maneira geral, gostei muito do resultado obtido na aplicação deste plano e decidi não fazer qualquer outra modificação na estrutura do mesmo além da explicitada no parágrafo anterior.

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ
COLÉGIO: Colégio Estadual Santos Dias
PROFESSOR: André de carvalho Rapozo
MATRÍCULA: 0870081-7
SÉRIE: 3° ano do Ensino Médio
TUTOR (A): Edeson dos Anjos Silva

PLANO DE TRABALHO SOBRE POLINÔMIOS E EQUAÇÕES ALGÉBRICAS.

André de Carvalho Rapozo
andrerapozo@yahoo.com.br

1. Introdução:

Como o assunto polinômios já foi abordado no Ensino fundamental, mas num contexto mais mecânico, este plano de atividades é voltado para a utilização de recursos alternativos, como o computador em busca de uma contextualização.

O plano é composto de 4 atividades nas quais o aluno tem distintas tarefas: na 1ª , utiliza o algoritmo de Briot-Ruffini e o Teorema das raízes Conjugadas para determinar as raízes de um polinômio e nas atividades 2 e 3, aplica os conhecimentos de polinômios e equações algébricas para resolver problemas cotidianos: construir uma caixa e analisar o lucro de uma empresa. A atividade 4 é uma lista de exercícios baseados no que foi abordado nas 3 primeiras tarefas.

Nas atividades 2 e 3, foi utilizado o software Geogebra na resolução de equações, pois o foco principal da atividade era a aplicabilidade do conteúdo. Nessas atividades, a organização da turma se deu em função da quantidade de computadores disponíveis e visando a um ambiente mais confortável e agradável para todos.

2. **Estratégias adotadas no Plano de Trabalho:**

Atividade 1: Investigando raízes de um polinômio.

- **Assunto:**

  Teorema das Raízes Conjugadas e Algoritmo de Briot-Ruffini.

- **Objetivos:**

  Apresentar o teorema das Raízes Conjugadas e utilizar o Algoritmo de Briot-Ruffini na investigação de raízes de um polinômio.

- **Pré-requisitos:**

  Números complexos, raízes de um polinômio, fórmula geral para resolução de equações do 2° grau.

- **Tempo de Duração:**

  200 minutos /4 aulas

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

  Folha de atividades.

- **Organização da turma:**

  Turma dividida em grupos de 2 alunos.

- **Metodologia adotada:**

1ª. Parte: Teorema das Raízes Conjugadas.

Entregar ao aluno uma folha de atividades com as seguintes tarefas:

1 – Sabendo que 1 + i e 1 – i são números tais que:

$(1 + i)^2 = 2i$, $(1 + i)^3 = 1 - i$, $(1 - i)^2 = -2i$ e $(1 - i)^3 = -1 - i$.

Calcule p(1 + i) e p(1 – i) em cada caso:

a) $p(x) = 4x^5 - 3x^2 + 5x$

b) $p(x) = 2x^2 - 7x - 1$

c) $p(x) = x^3 - 2x^2 + x$

2 – Lembrando que 1 + i e 1 – i são números conjugados complexos, o que podemos afirmar sobre p(1 + i) e p(1 – i) em todos os três casos anteriores?

3 – O que você observou no item anterior, vale para quaisquer dois números complexos conjugados, ou seja, para todos aqueles números da forma a + bi, com $b \neq 0$. Sabendo disso, complete a frase abaixo:

Se p(a+bi) = $0 = \overline{0}$ = ________________

4 – Explique com suas palavras a afirmação da frase que você completou com a ajuda de seu professor no item anterior.

5 – Se 1 + i e 2 – 3i são raízes de um polinômio de grau 4, quais são todas as suas raízes? Qual é a expressão desse polinômio?

6 – Se – i é raiz do polinômio p(x) = $x^3 + x$, quais são todas as raízes desse polinômio?

2ª. Parte: Algoritmo de Briot-Ruffini.

Iniciar esta parte apresentando o algoritmo de Briot-Ruffini, comparando-o ao algoritmo da divisão de polinômios.

Em seguida, entregar ao aluno uma folha de atividades com as seguintes tarefas:

1 – Quando um número r é raiz de um polinômio, então (x – r) é um fator desse polinômio, ou seja, a divisão desse polinômio por (x – r) deixa resto zero. Baseado nessa informação, responda:

a) Use o algoritmo de Briot-Ruffini para verificar se 2i é raiz do polinômio p(x) = $x^4 - x^3 + 2x^2 - 4x - 8$.

b) – 2i é raiz de p(x)? Por que?

c) Qual é o polinômio q(x), quociente de $\dfrac{p(x)}{(x-2i).(x+21)}$?

d) Calcule as raízes de q(x).

e) Quais são todas as raízes de p(x)?

Dica: Utilize o algoritmo de Briot-Ruffini para dividir p(x) por (x – 1) e por (x + 1).

2 – Determine todas as raízes de p(x) = $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 5$ utilizando o mesmo caminho do item anterior, sabendo que (2 – i) é raiz de p(x).

3 – Faça o mesmo para determinar as raízes do polinômio p(x) = $x^5 - 2x^4 + 2x^3 - 16x^2 - 63x + 18$, sabendo que 2 e 3i são raízes de p(x).

Atividade 2: Confeccionando uma caixa.

- **Assunto:**

  Polinômios.

- **Objetivos:**

  Contribuir para a construção do conhecimento do estudo dos polinômios por meio da resolução de problemas.

- **Pré-requisitos:**

  Operações com expressões algébricas

  Resolução de equações do 1° e do 2° graus.

  Valor numérico.

- **Tempo de Duração:**

  100 minutos /2 aulas

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

  Folha de atividades

  Datashow

  Computador com Software Geogebra e arquivo caixa.ggb[1].

- **Organização da turma:**

  Turma dividida em grupos de 2 alunos.

- **Metodologia adotada:**

Num primeiro momento, utilizar o datashow para que toda a turma acompanhe. Abrir o arquivo caixa.ggb e apresentar o seguinte problema para a turma:

> Uma caixa sem tampa será confeccionada sem usar abas a partir de uma folha de zinco medindo 12 cm x 12 cm. Para montá-la, recortamos quadrados congruentes dos cantos desta folha e dobramos para cima.

As imagens para uma melhor compreensão dos alunos devem ser geradas com o arquivo caixa.ggb.

Com este arquivo é fácil perceber que podemos criar várias caixas ao retirarmos quatro quadrados com diferentes medidas de lado x, da folha de zinco.

[1] cf. AR9 nas referências.

Ao clicar no botão com uma seta localizado no canto inferior esquerdo da tela, obtemos uma animação mostrando os diversos tipos de caixas obtidas.

Num segundo momento, os grupos de alunos vão abrir o arquivo caixa.ggb no Geogebra e realizar as seguintes tarefas que receberão numa folha de atividades:

1 – Com o seletor, experimente fazer algumas caixas. É possível confeccionar caixas a partir dos valores de corte x listados abaixo? Caso seja possível, determine o seu volume:

Tamanho do corte x	**É possível?**	**Volume da caixa**
1 cm		
2 cm		
3,5 cm		
0 cm		
6 cm		
9 cm		

2 – A partir dessa análise, qual é o intervalo de variação de x? Justifique.

3 – Clique no botão opções e marque a caixa do plano cartesiano.

4 – Marque o seletor curva e altere os valores do parâmetro x utilizando a tecla + pra observar qual o tamanho do corte que resulta na caixa de volume máximo.

5 – Qual é a medida do corte que produz a caixa de volume máximo? Qual é o volume máximo de uma caixa assim construída?

6 – Obtenha o polinômio que representa o volume da caixa a partir do corte x. Qual é o grau desse polinômio?

7 – Use o valor do corte x encontrado no item 5 e a expressão do volume da caixa obtida no item anterior. Compare os volumes pelos dois métodos. O que você observou?

8 – Você é capaz de identificar alguma raiz deste polinômio? Quais?

9 – O que essas raízes significam para o problema?

10 – Utilize o polinômio que representa o volume da caixa a partir de x para determinar o valor de x para o qual o volume da caixa é 100 cm^3.

Atividade 3: Utilizando polinômios para negócios.

- **Assunto:**

  Polinômios.

- **Objetivos:**

  Contribuir para a construção do conhecimento do estudo dos polinômios por meio da resolução de problemas.

- **Pré-requisitos:**

  Operações com expressões algébricas

  Resolução de equações do 1° e do 2° graus.

  Valor numérico.

  Conceitos de Matemática financeira (Receita, lucro e prejuízo)

- **Tempo de Duração:**

  100 minutos /2 aulas

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

  Folha de atividades

  Datashow

  Computador com Software Geogebra e arquivo lucro.ggb[2].

- **Organização da turma:**

  Turma dividida em grupos de 2 alunos no laboratório de informática.

- **Metodologia adotada:**

  O aluno deverá realizar as seguintes tarefas da folha de atividades:

A empresa COMPUTER especializada em montagem, manutenção e venda de micro computadores, tem uma capacidade de produção semanal de no máximo 25 microcomputadores. A função que determina o custo semanal de produção dessa empresa, em reais, é dada por $C(x) = 2x^3 - 58x^2 + 380x + 600$, onde x representa o número de microcomputadores produzidos.

No mês de julho de 2012, a produção de microcomputadores dessa empresa foi a seguinte:

1ª. semana $\rightarrow$ 15 unidades

2ª. semana $\rightarrow$ 25 unidades

---

[2] cf. AR10 nas referências.

3ª. semana $\rightarrow$ 20 unidades

4ª. semana $\rightarrow$ 20 unidades

Sabendo que o preço de venda em função do número de unidades produzidas é dado por $P(x) = 500 - x$, pergunta-se:

1 – Qual foi o custo total de produção da COMPUTER em cada semana do referido mês?

2 – Sabendo que a receita de uma empresa é o valor obtido com as vendas, ou seja, $R(x) = x.P(x)$, qual foi a receita total da COMPUTER em cada semana do referido mês?

3 – Qual é a quantidade de microcomputadores produzidos e vendidos para se obter a Receita máxima?

4 – Qual é a receita máxima que pode ser obtida?

5 – Qual seria o preço de venda a ser cobrado para se obter a receita máxima?

6 – Determine a função Lucro total dessa empresa, obtido através da expressão $L(x) = R(x) - C(x)$.

7 – Qual foi o lucro dessa empresa em cada semana do referido mês?

8 – Qual foi o lucro total da COMPUTER no referido mês?

9 – Qual é a quantidade mínima a ser produzida para que a empresa não tenha prejuízo?

Dica: A empresa tem prejuízo quando $L(x)<0$.

10 – Determine o intervalo de número de microcomputadores produzidos para que essa empresa não tenha prejuízo. Justifique a sua resposta.

11 – Abra o arquivo lucro.ggb. Observe que na medida em que o valor de x, referente ao número de microcomputadores varia, o lucro da empresa COMPUTER varia. Altere os valores do parâmetro x para obter a produção necessária que resulta no maior lucro possível da COMPUTER.

12 – Qual é a quantidade de microcomputadores produzidos e vendidos para se obter o lucro máximo?

13 – Qual seria o lucro máximo?

Atividade 4: Lista de exercícios.

- **Objetivos:**

  Avaliar o conteúdo abordado nas atividades anteriores.
- **Tempo de Duração:**

  100 minutos /2 aulas
- **Recursos Educacionais Utilizados:**

  Folha de atividades
- **Organização da turma:**

  Atividade individual.
- **Metodologia adotada:**

  O aluno deverá realizar as seguintes tarefas da folha de atividades:

1 – Calcule p(2 + i) e p(2 – i) nos seguintes casos:

a) $p(x) = x^3 - x + 1$

b) $p(x) = 2x^2 - 3x + 4$

2 – Verifique se o polinômio f(x) é divisível por g(x), exibindo o quociente dessa divisão:

a) $f(x) = x^2 - x - 6$ e $g(x) = x + 2$

b) $f(x) = x^4 + x^2 - 1$ e $g(x) = x^2 + 1$

c) $f(x) = 4x^3 + x + 1$ e $g(x) = 2x^2 - x + 1$

d) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5x + 1$ e $g(x) = 2x + 1$

3 – Duas das três dimensões de um paralelepípedo são $(x - 2)$ e $(x + 2)$. Sabe-se que o volume do paralelepípedo é expresso por $2x^3 + x^2 - 8x - 4$.

a) Expresse, em função de x, a medida da altura do paralelepípedo.

b) Existe algum polinômio que represente a medida da diagonal deste sólido? Determine-o, em caso afirmativo.

c) Existe algum polinômio que represente a área total deste sólido? Determine-o, em caso afirmativo.

4 – Dividindo um polinômio f(x) por x^2+x+1, obtemos o quociente $q(x) = x^2 - x$ e o resto $r(x) = -x + 13$. Determine f(x).

5 – Represente o polinômio $x^3 - 4x^2 - 11x + 30$ em fatores de 1° grau, sabendo que suas raízes são 5, -3 e 2.

3. Avaliação:

O principal instrumento de avaliação é a observação direta dos alunos durante a execução das atividades. A avaliação também é feita através do recolhimento das folhas de atividades para correção e principalmente da atividade 4.

Os descritores tomados como referência na avaliação das atividades extraídos da matriz de referência do SAERJ foram:

- D19 – Resolver problema envolvendo uma função do 1° grau.
- D20 – Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.
- D25 – Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do 2° grau.
- D26 – relacionar as raízes de um polinômio com sua decomposição em fatores do 1° grau.

4. Referências:

AR9. Disponível em <**http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=38**>Acesso em 23 de outubro, 2012.

AR10. Disponível em <**http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=38**>Acesso em 24 de outubro, 2012.

ROTEIRO DE AÇÃO 6. Disponível em <**http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=38**> Acesso em 23 de outubro, 2012.

ROTEIRO DE AÇÃO 9. Disponível em <**http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=38**> Acesso em 23 de outubro, 2012.

ROTEIRO DE AÇÃO 10. Disponível em <**http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=38**> Acesso em 24 de outubro, 2012.

IEZZI, Gelson et al. *Matemática – Ciência e aplicações – volume 3*. 6ª. ed., São Paulo: Saraiva, 2010