COLÉGIO: Colégio Estadual Fagundes Varela
PROFESSOR: Robson de Oliveira Bastos
MATRÍCULA: 09117847
SÉRIE: 3ª - Ensino Médio
TUTOR (A): Cláudio Rocha de Jesus
GRUPO: 07

AVALIAÇÃO DO PLANO DE TRABALHO: POLINÔMIOS E EQUAÇÕES ALGÉBRICAS

Robson de Oliveira Bastos
robson.obastos@ig.com.br

1. Introdução:

Inicialmente são apresentados polinômios conhecidos tais como: a função horária do movimento uniforme variado e a equação da energia cinética, objetivando remeter o aluno a um assunto já estudo.

Apresento um problema relacionando aritmética e polinômios, dando a noção da importância dos polinômios para o desenvolvimento da própria Matemática.

Os assuntos tradicionais, tais como:

- Definição do polinômio;
- Polinômio identicamente nulo;
-Grau de um polinômio;
- Valor numérico co um polinômio
- Raiz de um polinômio;

São tratados neste Plano de trabalho.

Com base nos roteiros de ação 5 e 6, faço uma abordagem gráfica dos polinômios, com o software Geogebra, trabalhando a identificação das raízes, o valor numérico e o grau dos polinômios.

Todas as atividades, digo conteúdos, são trabalhados e posteriormente apresentados exemplos e exercícios propostos.

Ao final é efetuada uma avaliação com base no material estudado.

II – PONTOS POSITIVOS

Concentração dos alunos na realização da atividade, troca de informações, assimilação do conteúdo, empenho e o bom resultado na avaliação proposta.

III – PONTO NEGATIVO

- Constatação da falta de base de conteúdos do ensino fundamental, tais como produtos notáveis e fatoração algébrica;

III – ALTERAÇÕES

Não foram efetuadas alterações neste Plano de Trabalho.

IV – IMPRESSÃO DOS ALUNOS

O medo da Matemática é latente em alguns alunos em função do histórico de insucesso ou mesmo pela forma com que eles foram apresentados à Matemática. No meu Plano de Trabalho 1 a impressão foi positiva, com ótima participação, interesse, culminando com um bom resultado na avaliação proposta.

V – PLANO DE TRABALHO REFEITO

Conforme dito anteriormente não houve alteração no Plano de Trabalho proposto, assim, reapresento-o abaixo sem retificação.

CURSO: FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA – 3⁰ ANO DO ENSINO MÉDIO
DISCIPLINA: Polinômios e Equações algébricas
GRUPO : 7
TUTOR : Cláudio Rocha de Jesus
ALUNO: Robson de Oliveira Bastos
PÓLO : Volta Redonda - RJ

PLANO DE TRABALHO 1 : POLINÔMIOS e EQUAÇÕES ALGÉBRICAS

I – INTRODUÇÃO

Inicialmente relembramos que polinômios é uma disciplina estuda anteriormente no ensino fundamental e aprofundada no ensino médio. Expressões do tipo : f(x) = ax + b e f(x) = ax^2 + bx + c, ou seja, a função do 1^0 e do 2^0 grau, respectivamente, representam polinômios.

Os polinômios são aplicados em várias áreas do conhecimento, destacamos por exemplo: a Física, onde aplicamos no estudo da cinemática, por exemplo, a função horária do movimento uniformemente variado(MUV) : $S = S_0 + v_0 . t + \frac{at^2}{2}$

Ou mesmo no estudo da energia, onde aplicamos a equação :

$$E_C = \frac{mv^2}{2}$$

Utilizada para calcular a energia que se manifesta nos corpos em movimento, energia cinética.

II – RECURSOS DIDÁTICOS PEDAGÓGICOS

Para aplicação deste Plano de Trabalho serão utilizados os seguintes recursos:

- folha de atividades
- software Geogebra
- notebook do professor e projetor multimídia disponível na unidade escolar

III – DESCRITORES ASSOCIADOS

- Identificação e determinação do grau de um polinômio;
- Calcular o valor numérico de um polinômio;
- Representar graficamente uma função polinomial;

IV - DESENVOLVIMENTO

POLINÔMIOS

i) O USO DOS POLINÔMIOS

Na matemática, sempre procuramos relacionar o seu aprendizado ao seu uso real, entretanto, temos que pensar na matemática, especificamente nos polinômios, como elemento necessário para a evolução da própria matemática.

Assim, estabelecemos a questão abaixo, extraída do artigo: Uso de polinômios para surpreender.

Fato surpreendente:

Se dois números de dois algarismos têm iguais os algarismos das dezenas, e se os algarismos das unidades somam 10, pode-se calcular seu produto instantaneamente.

Vamos aplicar está afirmação aos produtos abaixo:

a) 55 x 55 = 3025

b) 66 x 64 = 4224

Á princípio parece mágica, considerando o exemplo (b), o artifício é o seguinte:

multiplica-se o algarismo das dezenas, 6, pelo seu sucessor, 7, achando 42, cujos algarismos serão, nessa ordem, os algarismos dos milhares e das centenas da resposta. Acrescenta-se à direita de 24 o produto dos algarismos das unidades, 6 × 4 ou 24, obtendo-se 4224.

Fazendo o algarismo das dezenas = **a** e o algarismo das unidades igual a **b**, teremos o produto :

Condição : $a + b = 10$, logo $a = 10 - b$.

Assim :

O primeiro número é : $10a + a$, mas $a = 10 - b$, logo o primeiro número é $10a + 10 - b$.

O segundo número é $10a + b$.

Efetuando o produto teremos:

$(10a + 10 - b) . (10a + b) =$
$100a^2 + 10ab + 100a + 10b - 10ab - b^2 =$
$100a^2 + 100a + 10b - b^2 =$
$100.(a + 1) + b.(10 - b)$, este polinômio generaliza todos os produtos efetuados acima.

Essa entre outras, são aplicações do uso dos polinômios, no campo matemático.

EXERCÍCIOS.

1) Calcule

a) 88 x 82 =

b) 99 x 91 =

2) É possível aplicar este artifício para o produto 77 x 53? Explique.

ii) DEFINIÇÃO DE POLINÔMIO

A função p : C em C, definida por : **$p(x)=a_n x^n+a_{(n-1)} x^{(n-1)}+...+a_2 x^2+a_1 x+a_0$,**

onde a_0 , a_1, . . ., a_{n-2}, a_{n-1}, na pertence a C e n pertence a N, é denominada

função polinomial na variável x ou simplesmente **polinômio**. A expressão :

$$P(x)=a_n x^n+a_{(n-1)} x^{(n-1)}+...+a_2 x^2+a_1 x+a_0$$

é chamada de polinômio complexo de variável complexa. Nela:

- Os números complexos **a_0 , a_1, . . ., a_{n-2}**, a_{n-1}, na são **coeficientes**;
- As parcelas *$a_n x^n$, $a_{(n-1)} x^{(n-1)}$,$a_2 x2$, $a_1 x$ e a_0* **são termos;**
- O coeficiente a_0 é chamado **termo independente** da variável x.

iii) POLINÔMIO IDENTECAMENTE NULO

Seja um polinômio na variável x, cuja expressão p(x) é da forma :

$p(x)=a_n x^n+a_{(n-1)} x^{(n-1)}+...+a_2 x^2+a_1 x+a_0$, dizemos que esse polinômio é identicamente nulo, ou simplesmente nulo se, e somente se, $a_0 = a_1 = . . . = a_{n-2}$ = a_{n-1}, $a_n = 0$.

O polinômio identicamente nulo é indicado por : $p(x) \equiv 0$

Lê-se: p(x) idêntico a zero.

iv) GRAU DE UM POLINÔMIO

O grau de um polinômio p(x) é representado pelo maior expoente da variável **x**, que possui coeficiente não-nulo e é indicado por Gr(P).

Exemplos

a) $P(x) = - x^6 + 2x^4 + 10x - 7$ é um polinômio de **grau 6**, gr(P) = 6 e coeficiente dominante **-1.**

b) $Q(x) = 5x^{10} - 2x^4 + 10x^3 = 3x^2 + 1$ é um polinômio de **grau 10**, Gr(Q) = 10 e coeficiente dominante 5.

c) R(x) = 5, é um polinômio constante de **grau zero**,Gr(R) = 0. Não possui coeficientes, apenas o **termo independente de x**.

v) VALOR NUMÉRICO DE UM POLINÔMIO

Sejam um polinômio p(x) e um número complexo α. Atribuindo o número α a variável x e efetuando as operações indicadas, obtemos o número p(α), que é chamado valor numérico do polinômio para x = α.

Exemplo:

1) Dado o polinômio $p(x) = 4x^3 - 2x^2 - x - 1$. Calcule p(1) e p(-1).

2) Sendo $q(x) = x^4 + 6x^2 - 7x$. Calcule p(0) e p(3).

vi) RAIZ DE UM POLINÔMIO

Se o valor de um polinômio p(x), para **x = a** é p(a) = 0, dizemos que **a** é raiz do polinômio p(x).

Para uma análise mais detalhada, vamos utilizar o software Geogebra e construir o gráfico dos seguintes polinômios :

a) $p(x) = x^2 - 2x - 3$

b) $r(x) = x^3 - 2x^2 + x$

c) $q(x) = 3x^{10} - \frac{2}{3}x^7 + 3$

Roteiro de construção:

1) abra o software Geogebra;

2) digite na caixa de entrada p(x) = x^2 – 2x – 3;

3) clique com o botão direito do mouse sobre o gráfico, em seguida clique em propriedades. Na caixa de diálogo clique em cor: vermelho. Estilo : espessura da linha : 6, finalizando clique em fechar.

Obs.: note que o gráfico e a função ficaram na cor vermelha e com a linha espessa.

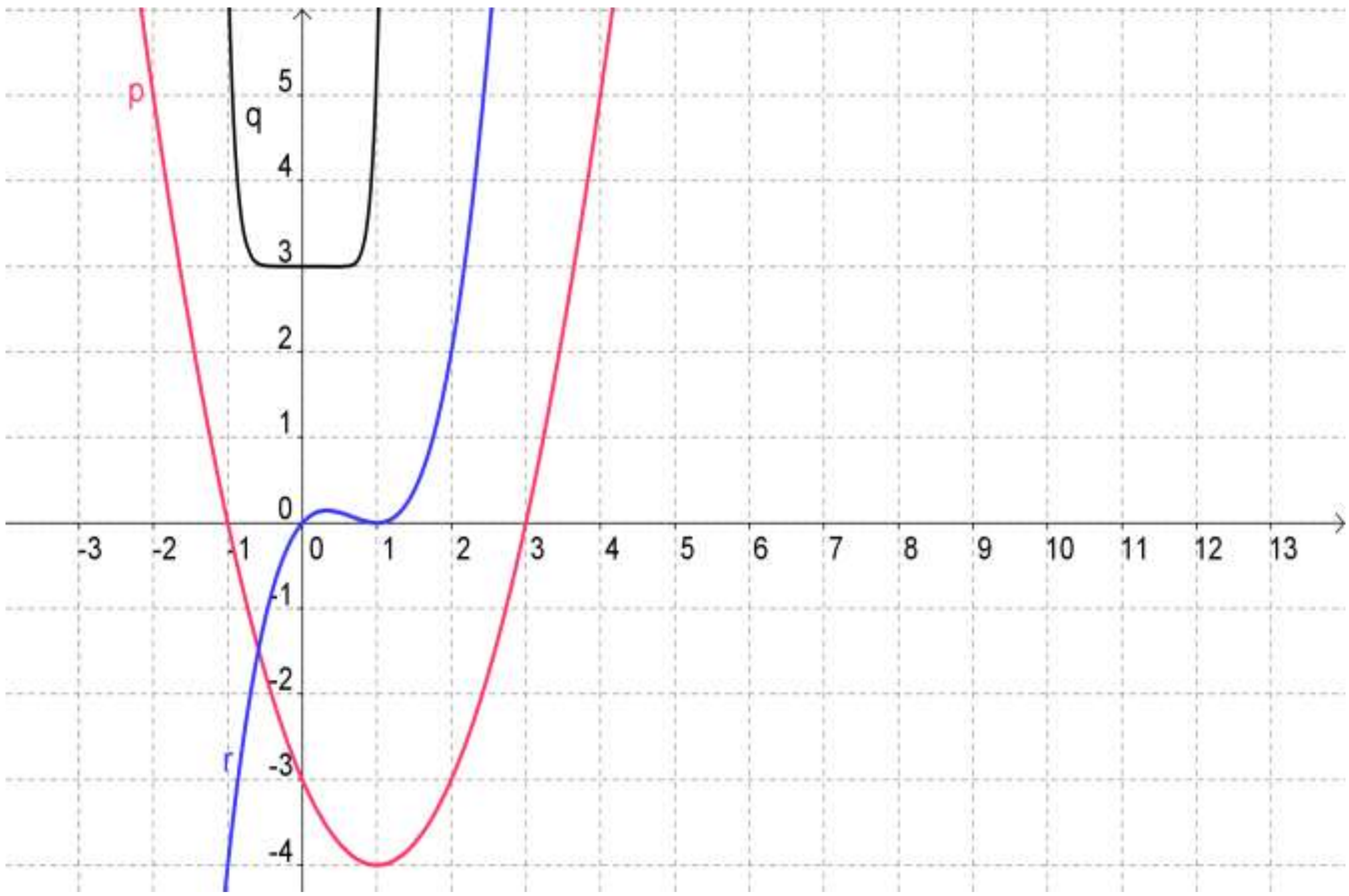
Seguindo os passos acima, construímos os gráficos restantes, digitando:

r(x) = x^3 – 2x^2 + x , cor : azul, espessura da linha : 6

e

q(x) = 3x^10 – 2/3x, cor preta, espessura da linha : 6

Veja a construção abaixo:



Agora, analisando os polinômios e seus respectivos gráficos:

a) Dê o grau de p(x), r(x) e q(x)

b) Calcule:

c.1) p(-1) c.2) p(3)

c.3) r(0)

c.4) r(1)

c) Dê as raízes de p(x), r(x) e q(x)

d) quantas raízes reais tem o polinômio :

d.1) p(x)

d.2) r(x)

e) r(x)

e) Qual dos polinômios possui o **zero** como raiz? Como se justifica esse fato?

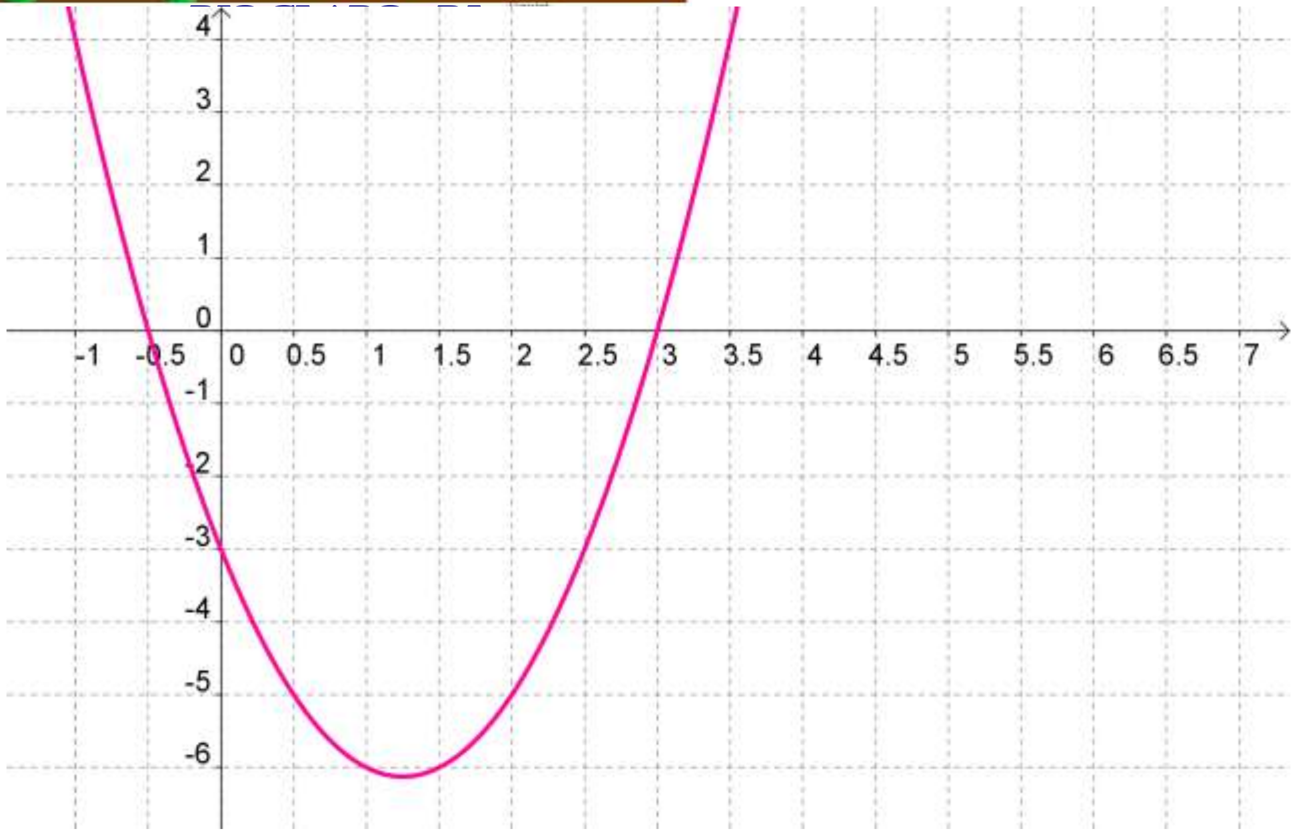
EXEMPLOS COMPLEMENTARES

Exemplo 1) Determine o valor de n, tal que o polinômio $p(x) = (n^2 - 4)x^3 + x^2 + 2x - 3$, tenha grau 2.

Exemplo 2) Dado o polinômio $p(x) = 3x^3 + bx^2 + x - 2$, determine o valor de **b**, sabendo que -2 é uma raiz de **p**.

Exemplo 3) Determine o polinômio $P(x) = ax + b$, com $a \neq 0$, $p(-1)=0$ e $p(3) = 9$.

Exemplo 4) Dado o gráfico abaixo, que representa uma função do 2^0 grau e escreva o seu polinômio.



EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1) Dê o grau e o coeficiente determinante dos seguintes polinômios:

a) $p(x) = 5x^2 + x - 4$

b) $q(x) = -6x^4 + x^3 + 2x - 1$

c) $r(x) = x$

d) $s(x) = 7$

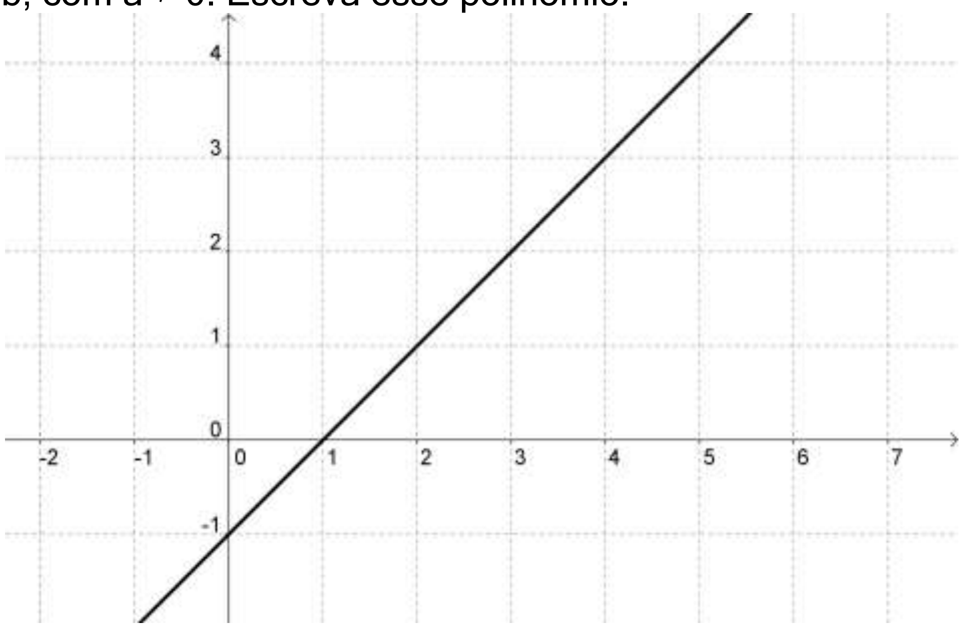
2) Entre os números 1, 0 e 3, qual não é uma raiz do polinômio

$p(x) = x^5 + x^4 - 7x^3 - x^2 + 6x$.

3) Determine o valor de **k,** de modo que o polinômio
$p(x) = (k^2 - 9)x^4 + 3x^3 = 2x^2 + x$, tenha grau 3.

4) Dado o polinômio $p(x) = mx^3 - n$, determine o valor de **m** e **n,** sabendo que $p(-1) = -7$ e $p(1) = -1$.

5) O gráfico abaixo representa uma função do 1^0 grau, na forma $f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$. Escreva esse polinômio.



6) Um móvel descreve um movimento de acordo com a função horária $S = 50t - 5t^2$. No SI. Determine:

a) a posição inicial do móvel;
b) a posição do móvel no instante 5s;
c) a posição do móvel no instante 10s.
d) faça um esboço gráfico desse movimento.

V – AVALIAÇÃO

AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA – Prof. Robson Bastos

ALUNO(A) ________________________________N°___ ____/___/2012

3,0 pontos **cada questão vale : 0,75**

1) Identifique quais da expressões abaixo são polinômios. Justifique sua resposta.

a) $x^4 + 2x^3 + 1$

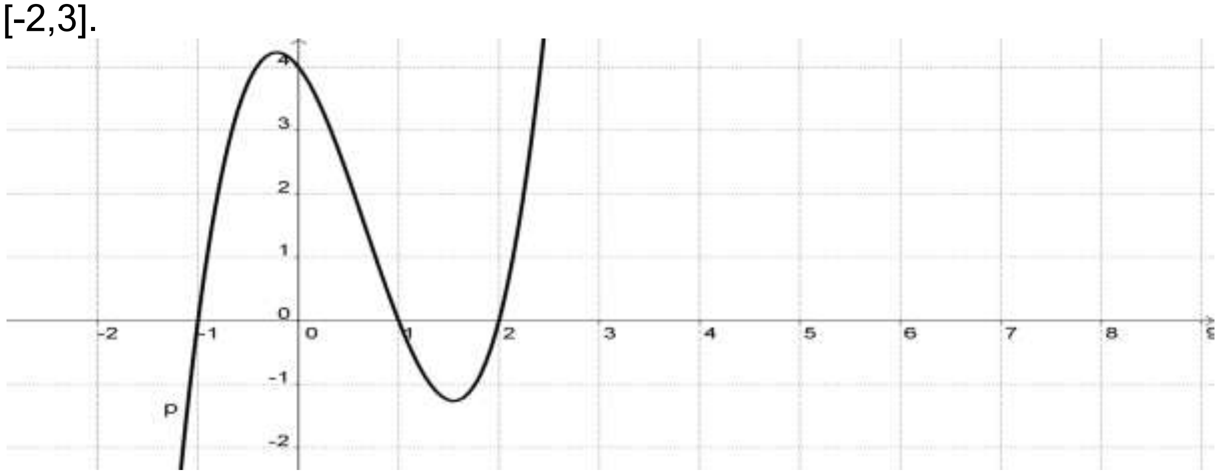
b) 8

c) $\sqrt{x^2} - 3\sqrt{x} + 1$

d) $\frac{x}{8}$

2) Calcule o valor de , de forma que o polinômio $(-k + 4)x^6 + kx^4 - 2x^3 + 1$ seja do 4^0 grau.

3) O gráfico abaixo representa um polinômio p(x).Considerando o intevalo [-2,3].



Pede-se:
a) as raízes;
b) o grau
c) o valor do termo independente de x.

4) Calcule o valor de m e n, sabendo que x = 2 e x = -1 são raízes do polinômio $p(x) = x^4 + (2m - n)x^2 - mx + 1$.

VI - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Mulligan, Catherine Herr.(adaptação).**Uso de polinômios para surpreender**.http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes_modelagem/modulo_III/pdf/polinomios.pdf, acessado em 08/11/2012.

- Benigno, Barreto Filho; Silva, Cláudio Xavier da. **Matemática Aula por Aula**. Volume 1. 1ª Edição. São Paulo. FTD, 2003.

- Ribeiro, Jackson. **Matemática**. Volume 1. 1ª edição. São Paulo. Scipione. 2012.

- Roteiro de ação 5. **O zero como raiz de um polinômio**. Curso de formação continuada para professores de matemática. Consórcio Cederj. 2012.

- Roteiro de ação 6. **Investigando raízes de um polinômio**. Curso de formação continuada para professores de matemática. Consórcio Cederj. 2012.