

Formação Continuada em Matemática
Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ

Matemática 2º Ano – 4º Bimestre/2012

Plano de Trabalho 2

Esferas

Cursista: Ângela Pereira Cerqueira Halfeld
Tutora: Daiana da Silva Leite – Grupo 7

Sumário

INTRODUÇÃO	03
DESENVOLVIMENTO	04
AVALIAÇÃO	14
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	15

INTRODUÇÃO

O presente plano de trabalho se propõe a discutir o ensino prático da geometria espacial para alunos do 2.º ano do Ensino Médio voltado para o conteúdo de esferas.

É fundamental que o aluno perceba a importância da Matemática nas diversas atividades da vida contemporânea, no caso desse Plano de trabalho no que diz respeito a esferas, formatos tão presentes em nosso cotidiano.

Vivenciamos hoje um momento de planejamento e execução de projetos nos mais variados campos de conhecimento, por isso é importante para as escolhas que o aluno venha a tomar no futuro que ele conheça um pouco da Geometria espacial que lhe pode ser muito útil na futura profissão que escolher, ou até mesmo para resolver problemas corriqueiros do seu dia-a-dia.

Além disso, devemos relacionar a outras matérias, buscando a interdisciplinaridade, necessária para que o aluno tenha uma visão mais integral dos seus estudos.

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1

- HABILIDADE RELACIONADA: H04 – Reconhecer prismas, pirâmides, cones, cilindros ou esferas por meio de suas principais características.
- PRÉ-REQUISITOS: Identificação de figuras planas.
- TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos
RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: DATA SHOW, Programa Geogebra, papel A4, bola de isopor de diâmetro 250mm, régua, lápis, o livro didático e ficha 1.
- ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Turma disposta em grupos de até 4 alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.
- OBJETIVOS: Apresentar todos os assuntos que serão tratados dentro do tema principal : Esferas. Mostrar aos alunos a importância do tema que será estudado e sua aplicabilidade em assuntos do cotidiano.
- METODOLOGIA ADOTADA:
Informar algumas aplicações práticas do uso das esferas, comparando-as a outras figuras espaciais. Discutir com os alunos as diferenças entre as figuras espaciais vistas nos outros bimestres e as esferas. Logo após, mostrar suas principais características e as fórmulas para cálculo de áreas.

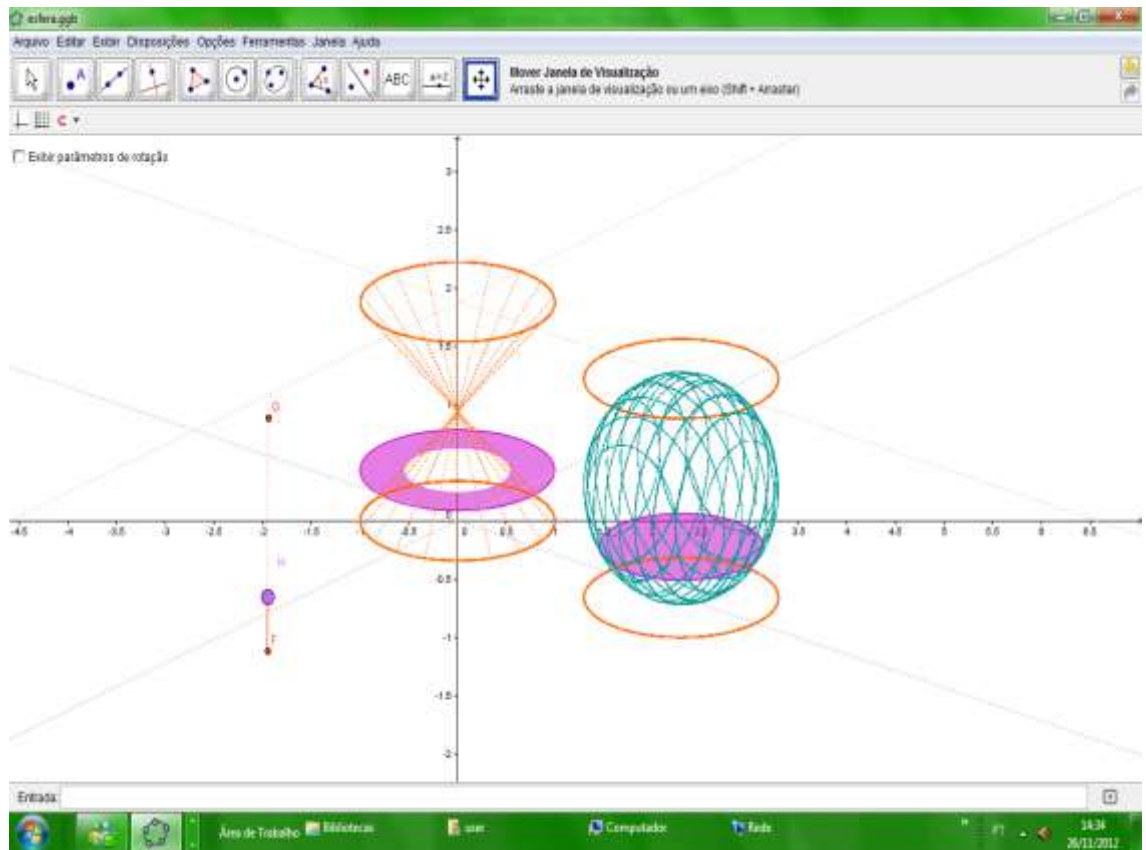
ESFERAS

1) Definição

Define-se como superfície esférica o conjunto de todos os pontos do espaço cuja distância a um ponto fixo (denominado centro) é R (denominado raio). O ponto O é o centro da esfera e R é o seu raio.

Esfera é o sólido gerado por um semicírculo que gira em torno de seu diâmetro, supondo-se rotação completa, pelo menos uma volta completa.

(Mostrar o exemplo : esfera.ggb no Datashow)



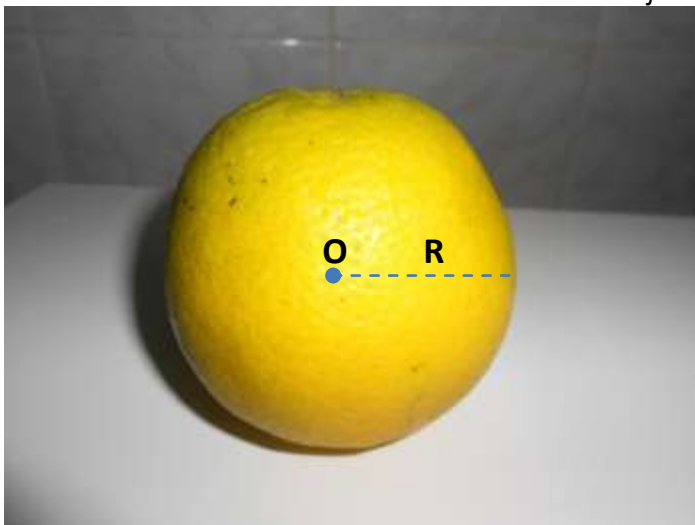
2) Área da superfície esférica

A área de uma superfície esférica de raio R pode ser determinada pela relação:

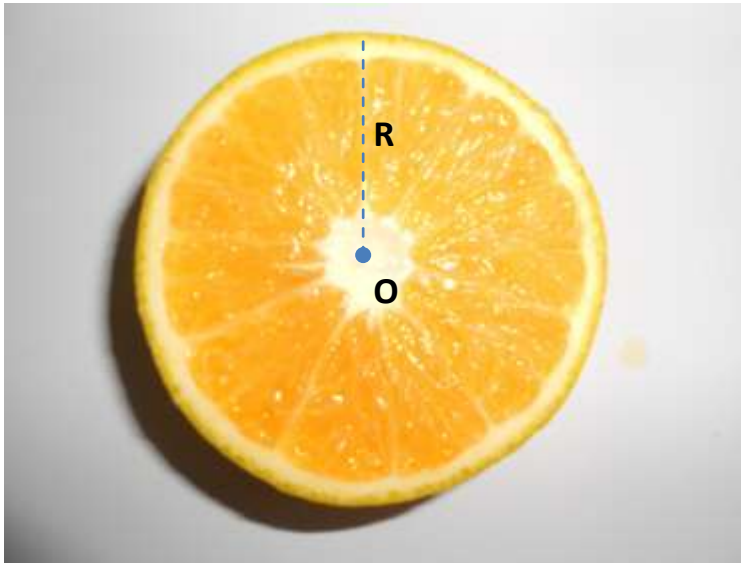
$$A_{\text{sup}} = 4\pi R^2$$

Exemplo : Considere uma laranja como uma esfera de raio R . Calcule a área de sua superfície esférica.

Nesse caso devemos calcular a área da casca da laranja.



Abrindo essa laranja, temos como visualizar melhor a medida de seu raio :



Nesse caso, a medida aproximada do raio R é igual a 4 cm, daí podemos calcular sua área, considerando $\pi = 3,14$, temos :

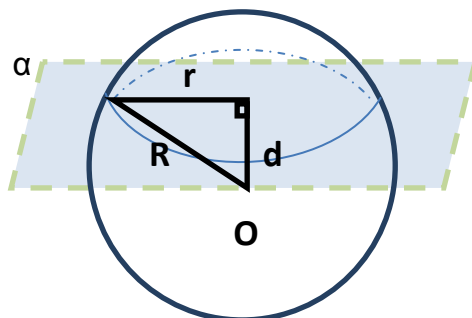
$$A_{\text{sup}} = 4\pi R^2$$

$$A_{\text{sup}} = 4 \cdot 3,14 \cdot 4^2$$

$$A_{\text{sup}} = 200,96 \text{ cm}^2$$

2) Secção plana

Se um plano α encontra uma esfera, a intersecção é um círculo ou é um único ponto. Quando essa intersecção é um círculo, dizemos que o plano é secante à esfera. Quando a intersecção tem somente um ponto, dizemos que o plano é tangente à esfera, ou que plano e esfera se tangenciam.



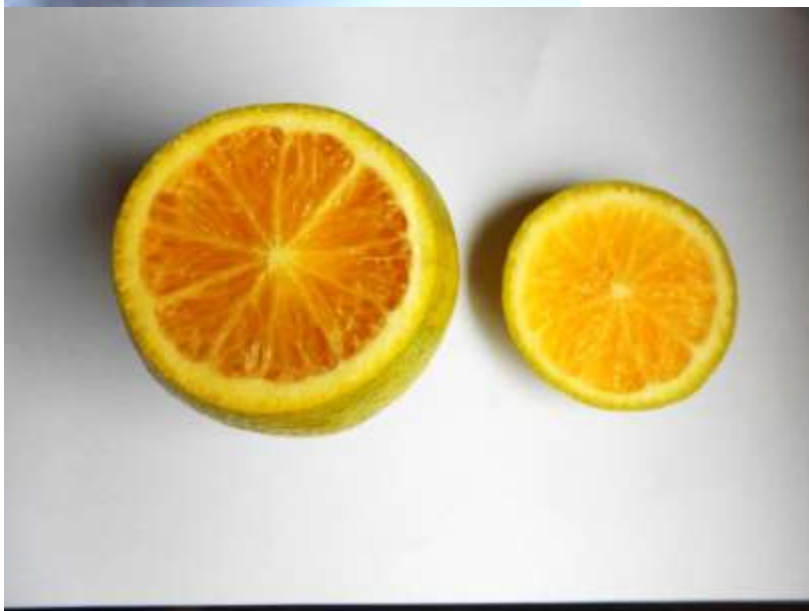
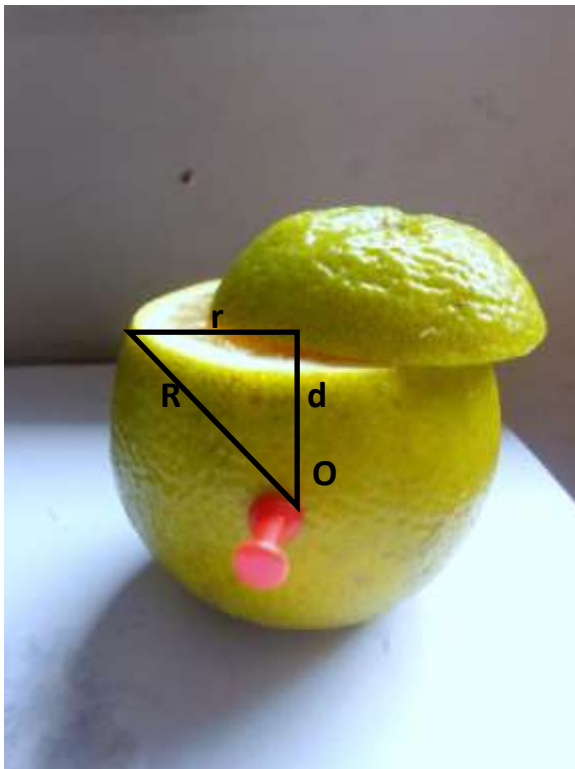
A intersecção do plano α com a esfera é um círculo de raio r . Se d é a distância de O (centro da esfera) ao plano α , temos :

$$R^2 = d^2 + r^2$$

Portanto, a área da secção é dada por :

$$A_{\text{secção}} = \pi.(R^2 - d^2)$$

Exemplo: 2.1) Usando como exemplo uma outra laranja de, aproximadamente 7 cm de diâmetro, marquei o centro e cortei a 1,5 cm de distância desse centro, observe as fotos abaixo:



Imagens feitas pela autora

Agora vamos calcular o valor do raio da secção, usando a fórmula anteriormente descrita :

Sendo $d = 1,5$ cm e $R = 3,5$ cm

$$R^2 = d^2 + r^2$$

$$3,5^2 = 1,5^2 + r^2$$

$$12,25 = 2,25 + r^2$$

$$12,25 - 2,25 = r^2$$

$$r^2 = 10$$

$$r = \sqrt{10}$$

$$r \approx 3,16 \text{ cm}$$

Podemos verificar na laranja, que os valores são correspondentes aos reais.

Do mesmo modo, podemos calcular a área da secção que é dada por :

$$A_{\text{secção}} = \pi \cdot (R^2 - d^2)$$

$$A_{\text{secção}} = 3,14 \cdot (3,5^2 - 1,5^2)$$

$$A_{\text{secção}} = 3,14 \cdot (12,25 - 2,25)$$

$$A_{\text{secção}} = 3,14 \cdot (10)$$

$$A_{\text{secção}} = 31,4$$

(Mostrar outros exemplos do livro didático)

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – Exercícios do livro didático para fixação dos conceitos básicos de esfera.

FICHA 1 – ESFERAS

TRABALHO DE MATEMÁTICA – 4. BIMESTRE – PROF.^a ÂNGELA – DATA : _____

NOME : _____ N.: _____ TURMA : _____

1 – Agora que você já sabe como calcular a área da superfície esférica, e considerando , $\pi = 3,14$, preencha a tabela abaixo :

Raio da esfera	Área
1	
2	
3	
4	
5	

“A bola de futebol é usada para a prática do esporte nas suas diversas variações. Normalmente são fabricadas em couro sintético, pois sua espessura varia muito menos do que a do couro natural, e consiste de várias camadas que são revestidas com uma cobertura à prova d’água. As bolas são finalizadas, tradicionalmente, à mão por costureiros habilidosos, apesar de que, cada vez mais as bolas são produzidas por máquinas.”

2 - Imagine que você irá montar uma pequena fábrica de bolas de futebol e precisa saber quanto de tecido (neste caso, couro) é gasto na fabricação de uma bola. Você tem algum palpite? Troque uma ideia com seu colega.

3 - Vamos fazer uma estimativa da quantidade de couro necessária para fabricar uma bola? Para isso, usaremos uma bola de isopor do tamanho aproximado de uma bola de futebol. Pegue as folhas de papel A4 e cubra toda a bola, de forma que fique o mais perfeito possível e gaste a menor quantidade de papel.

4 - Com uma régua, meça o comprimento e a largura do papel gasto e, em seguida, calcule sua área. Quanto de papel você precisou?

5 – Agora faça o mesmo cálculo de área de esfera, porém usando a fórmula apresentada em nossas aulas. Compare os resultados.

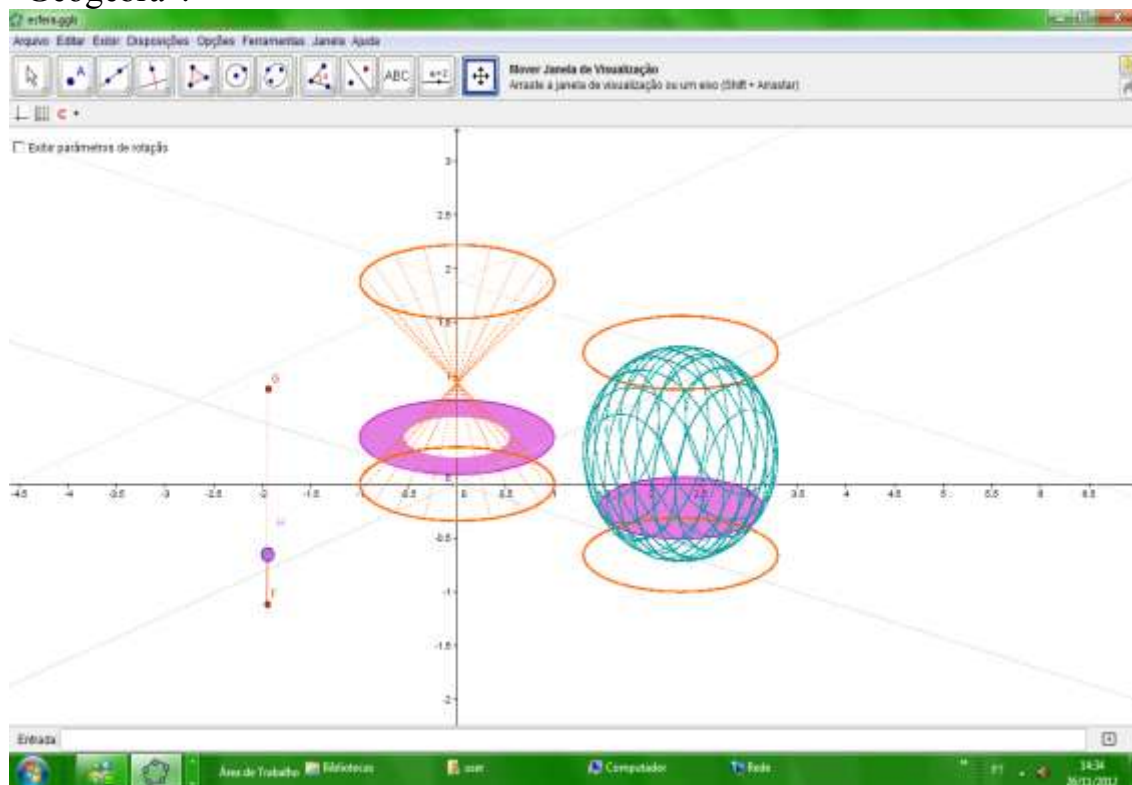
Atividade 2

- HABILIDADE RELACIONADA: Resolver problemas utilizando o cálculo da área da superfície esférica e do volume de uma esfera.
- PRÉ-REQUISITOS: Identificação de área de figuras planas.
- TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos
RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: DATA SHOW, Programa Geogebra, papel A4, bola de isopor de diâmetro 250mm, régua, lápis, o livro didático, ficha 1 e [vídeo “As aventuras de Radix”](#).
- ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Turma disposta em grupos de até 4 alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.
- OBJETIVOS: Apresentar todos os assuntos que serão tratados dentro do tema principal : Esferas. Mostrar aos alunos a importância do tema que será estudado e sua aplicabilidade em assuntos do cotidiano.
- METODOLOGIA ADOTADA:
Informar algumas aplicações práticas do uso das esferas, comparando-as a outras figuras espaciais. Discutir com os alunos as diferenças entre as figuras espaciais vistas nos outros bimestres e as esferas. Logo após, mostrar suas principais características e as fórmulas para cálculo de áreas e volumes.

VOLUME DE UMA ESFERA

Para calcular o volume da esfera, podemos utilizar o princípio de Cavalieri, vejamos o exemplo construído no

“Geogebra”.



Consideremos uma esfera de centro O e raio R. Construindo um cilindro equilátero, apoiado num plano α , tangente à superfície esférica, cujo raio da base é R e a altura é $d = 2R$, e construindo também dois cones cujas bases são as do cilindro e o vértice comum P situa-se no centro de simetria do cilindro. Prova-se então que o volume da esfera é a diferença dos volumes do cilindro e dos volumes dos dois cones, uma vez que as áreas das secções determinadas pelo plano β paralelo ao plano α são ambas iguais a $\pi(R^2 - d^2)$. Portanto,

$$V(\text{esfera}) = V(\text{cilindro}) - 2V(\text{cone}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V = 2\pi R^3 - (2\pi R^3) / 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V = 4\pi R^3 / 3$$

Podemos concluir que, se uma esfera tem raio R, seu volume é :

$$V = 4\pi R^3 / 3$$

Exemplo : 1) Determine o volume e a área da superfície esférica de uma esfera de raio 5 cm. (Use $\pi = 3,14$)

$$\text{Cálculo da Área : } A_{\text{sup}} = 4\pi R^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 5^2 = 314 \text{ cm}^2$$

$$\text{Cálculo do Volume : } V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 5^3}{3} = \frac{1570}{3} = 523,333... \text{ cm}^3$$

2) Considere uma laranja como uma esfera composta de 12 gomos exatamente iguais. Se a laranja tem 8 cm de diâmetro, qual é o volume aproximado de cada gomo?

- a) 19cm³. b) 20cm³. c) 24cm³. d) 22cm³. e) 28cm³

Diâmetro é o dobro do raio, por isso R= 4 cm

$$\text{Volume da laranja : } V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 4^3}{3} = \frac{803,84}{3} = 267,95 \text{ cm}^3$$

$$\text{Volume de cada gomo : } V = \frac{267,95}{12} = 22,3 \text{ cm}^3$$

Resposta : letra d

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – Exercícios do livro didático para fixação dos conceitos de área e volume de uma esfera.

FICHA 2 – ÁREA E VOLUME DOS PLANETAS DO SISTEMA SOLAR

TRABALHO DE MATEMÁTICA – 4. BIMESTRE – PROF.^a ÂNGELA – DATA : _____

NOME : _____ N.: ____ TURMA : _____



Mostrar no Datashow a página do site:

<http://www.almanaquedoadolescente.com.br/2008/10/22/curiosidades-sobre-o-sistema-solar/>

Nele, temos as seguintes informações sobre o diâmetro aproximado de cada Planeta do Sistema Solar, vamos calcular a área e o volume de alguns planetas e compará-los:

1. Diâmetro aproximado de Mercúrio : 4.879 km

Área :	
Volume :	

2. Diâmetro aproximado da Terra : 12.756 km

Área :	
Volume :	

3. Diâmetro aproximado de Marte : 6.794 km

Área :	
Volume :	

4. Diâmetro aproximado de Júpiter : 142.984 km

Área :	
Volume :	

5. Coloque em ordem crescente os planetas de acordo com suas respectivas áreas.
6. Em relação ao Planeta Terra, qual o valor da proporção do volume em relação aos outros Planetas calculados acima.
7. Como $\frac{3}{4}$ da superfície da Terra são cobertos de água, calcule a área coberta de água (em km^2) de sua superfície.

AVALIAÇÃO

Um dos objetivos de toda avaliação é a verificação dos conhecimentos adquiridos pelo aluno, bem como a análise por parte do professor se há a necessidade de se rever alguns itens que não ficaram muito claros, não atingindo o resultado pretendido de acordo com os descritores que foram trabalhados. O professor tem que estar sempre atento e pronto a rever sua metodologia a partir da resposta dos alunos de sua turma.

Avaliei os conhecimentos adquiridos através dos TRABALHOS EM GRUPO com consulta (com duração de 50 minutos – 1 tempo de aula além dos 50 minutos utilizados para explicações com exercícios).

Depois de uma revisão, apliquei uma avaliação escrita individual (com duração de 50 minutos – 1 tempo de aula) com a matéria abordada até o momento para investigação da capacidade de utilização dos conceitos e exercícios práticos envolvendo esferas.

Alguns alunos se envolveram mais com as atividades que foram propostas na FICHA 1, que envolviam a bola de futebol e a bola de isopor, porém, tive que ajudar alguns grupos que demoraram um pouco mais para entender essas atividades. Outros alunos gostaram mais das atividades desenvolvidas na FICHA 2, devido à curiosidades contidas no material sobre os Planetas do Sistema Solar, o que gerou algumas discussões sobre o tema.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DANTE, Luiz Roberto. MATEMÁTICA CONTEXTO & APLICAÇÕES, 1.^a Edição – Volume 2 – São Paulo: Editora Ática, 2011.

ROTEIROS DE AÇÃO 4 – Muito ou pouco couro para as bolas de futebol – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 4.º bimestre/2012 – <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/>.

SILVA, Claudio Xavier da. MATEMÁTICA AULA POR AULA, 2.^a Edição renovada – Volume 2 - São Paulo: FTD, 2005.

Endereços eletrônicos acessados de 25/11/2012 a 27/11/2012, citados ao longo do trabalho:

<http://www.almanaquedoadolescente.com.br/2008/10/22/curiosidades-sobre-o-sistema-solar/>

<http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1054>