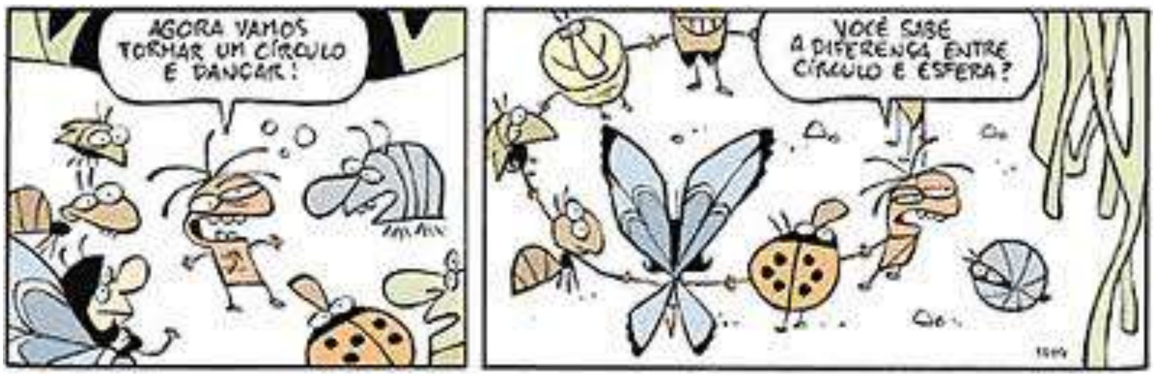
Fundação CECIERJ/
Consórcio CEDERJ

Plano de Trabalho

Esfera



Matemática 2° ano – 4° bimestre/2012

Tarefa 2

Cursista: Barbara B. dos Santos
Tutora: Daiana da Silva Leite

Introdução

Este plano de trabalho terá duas etapas: a primeira contempla as atividades sobre as partes que compõem uma esfera e seu volume e a segunda tudo sobre a área da esfera.

A elaboração se dará com o intuito de fazer com que o aluno consiga construir o conhecimento sobre esferas, seus elementos, área e volume, bem como possa perceber a aplicação destes na solução de situações do seu dia-a-dia.

Diante das dificuldades de compreensão sobre superfícies de revolução e ainda a razão pela qual se chega às fórmulas de volume e área da esfera, será feito uso de software para propor análise e construção de regularidades e generalizações para enfim, chegar à construção das fórmulas estudadas e sanar tais dificuldades.

Desenvolvimento

Etapa 1

- **Duração prevista**: *200 minutos*
- **Assunto**: *Esfera*
- **Objetivos:**
- *Apresentar a esfera como um sólido de revolução a partir da rotação de uma região circular em torno de um eixo.*
- *Diferenciar a Geometria Euclideana da não-Euclideana.*
- *Trabalhar o conceito de volume da esfera a partir da comparação com o volume de outros sólidos geométricos já conhecidos.*
- *Aplicar os conceitos conhecidos nas situações do dia-a-dia.*

- **Pré-requisitos:**

- Conhecimento prévio do que é semicírculo, círculo e volume de cone;
- Operações elementares com números reais.

- **Recursos utilizados:**

- Sala de informática para acessar a animação que constrói sólidos de revolução através de rotações com figuras planas ;
- Vídeo atividade: "As aventuras de Radix" : Coordenadas geográficas e Geometria da esfera Situação proposta resolvida também pelos alunos;
- Vídeo experimento: Cilindro = cone + esfera/2 - Experimento para comprovação do volume da esfera;
- Bolas de isopor, régua, massa de modelar, registro das situações no caderno e solução dos problemas.

- **O rganização da classe:** *Turma disposta em trios de forma a propiciar um trabalho colaborativo e permitir o uso do laboratório de informática da escola e realização de manipulação e medições das esferas de isopor.*

- **Descritores associados:**

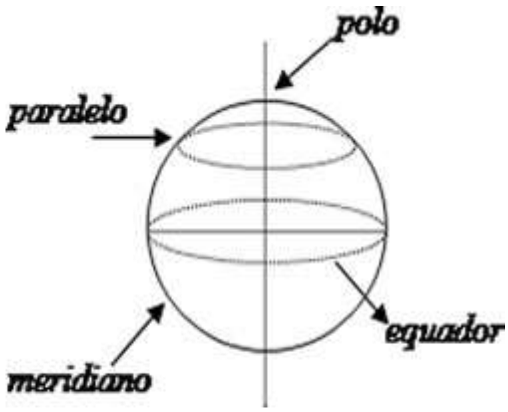
H04 – Reconhecer prismas, pirâmides, cones, cilindros e esferas por meio de suas principais características.
H25 - Resolver problemas envolvendo noções de volume.

Distribuição das atividades da Etapa 1

Duração : 200 minutos

Para iniciar a professora apresentará o vídeo “As aventuras de Radix” que trata de muitos elementos de uma esfera de forma dinâmica e ainda destaca a diferença entre a Geometria Euclideana e a Não-Euclideana.

Após algumas discussões sobre o vídeo, será organizada uma imagem-resumo sobre o que foi compreendido.



Em seguida, a professora usará o data-show para apresentar textos que falem sobre o GPS (como está registrado no material – revisitando esferas) e mostrará um deles para a turma.

Depois de todas essas novidades, a professora distribuirá bolas de isopor de diferentes diâmetros para que, a turma dividida em trios, realize medições e aponte alguns dos elementos estudados nelas. Fará registros dos diâmetros, raios e dos cortes realizados para futuras operações com eles.

GPS: essa constelação particular do planeta Terra

Esse eficiente sistema de localização funciona com uma rede de satélites com órbitas previamente calculadas. Como cada aparelhinho receptor (alguns celulares, e até aparelhos instalados em carros, por exemplo) sabe exatamente onde estão os tais satélites? Ele calcula a distância entre você e esta pequena constelação de veículos espaciais. O Sistema de Posicionamento Global - GPS, na sigla em inglês - virou moda: só em 2003, a venda de receptores movimentou 15 bilhões de dólares. O Departamento de Defesa dos Estados Unidos criou e mantém o sistema desde 1978. A parte ruim é que a maioria dos satélites pertence e é controlada pelos norte-americanos que, se quiserem, podem deixar o resto do mundo sem o sinal que os satélites mandam para os receptores. Os militares estadunidenses também têm um GPS particular, que funciona com um sinal secreto, só recebido por aparelhos especiais. Existia, a partir de 1983 até 2000, uma distinção entre uma parte do sistema, que é controlado pelos militares (que detêm o sinal mais preciso dos satélites), e outra parte, controlada pelos civis (cujo sinal tem aproximadamente 100 metros de erro previsto). Em 2000, o governo dos EUA liberou o sinal preciso para todos, pois os militares já tinham desenvolvido outro GPS exclusivo, o Y-Code. Hoje, receptores convencionais têm uma margem de erro de cerca de 10 metros, contra 3 dos Y-Code.

Para que o sistema GPS funcione, são necessários três componentes: espacial, de controle e o utilizador. O espacial é composto de vinte e sete satélites que se encontram em órbita em torno do planeta. Vinte e quatro deles estão ativos e três são "reservas", que entram em operação caso ocorra alguma falha em um dos outros vinte e quatro satélites. A disposição destes satélites em órbita é feita de modo que sempre haja pelo menos quatro deles disponíveis em qualquer lugar do planeta. O componente de controle nada mais é do que uma das cinco estações de controle dos satélites, espalhadas pelo globo terrestre. A função principal delas é atualizar a posição atual dos satélites e sincronizar o relógio atômico presente em cada um dos satélites. O último é o receptor GPS, o aparelhinho que nós, usuários, usamos para desfrutar desta tecnologia.

Fonte: http://www.sxc.hu/photo/236993

Interessante, não? E a Geometria envolvida neste sistema? É necessário conhecer Geometria Espacial básica e os elementos da esfera, sólido que aproxima o formato de nosso planeta para compreender melhor sua estrutura e possibilitar a navegação em sua superfície, entre outras motivações científicas fundamentais. Gostaria de saber mais detalhes sobre o funcionamento do GPS? Veja, por exemplo, http://www.overcar.com.br/como-funciona-o-gps/ e outros links constantes na Bibliografia e Sugestões de Leitura de nosso texto! O professor pode, com estas informações mais detalhadas, montar uma ação, em sala de aula, após a apresentação da esfera, que envolva cálculos de distância entre um receptor GPS, três satélites e pontos de referência próximos do receptor (por exemplo, na mesma cidade) na superfície terrestre!

1.1 Navegação sobre o globo terrestre e a Projeção de Mercator

Gerardus Mercator Rupelmundanus, ou Gerhard Kremer como era seu nome original, foi um cartógrafo belga nascido em 1512 e que em 1569 revolucionou a cartografia ao conseguir representar o globo terrestre em um retângulo plano, a "**Projeção de Mercator**".

Sua projeção foi, por séculos, utilizada na navegação, fazendo com que todas as cartas náuticas usadas até então se tornassem obsoletas e, sendo até hoje usada em muitos atlas e, praticamente, em todos os mapas de fusos horários. Mercator conseguira, utilizando 24 linhas verticais (meridianos) e 12 horizontais (paralelos), representar todos os continentes da Terra em um mapa que podia ser utilizado para traçar rotas através de "curvas-traçado" (que ele chamava de "loxódromo") de maneira bastante eficiente para a época.

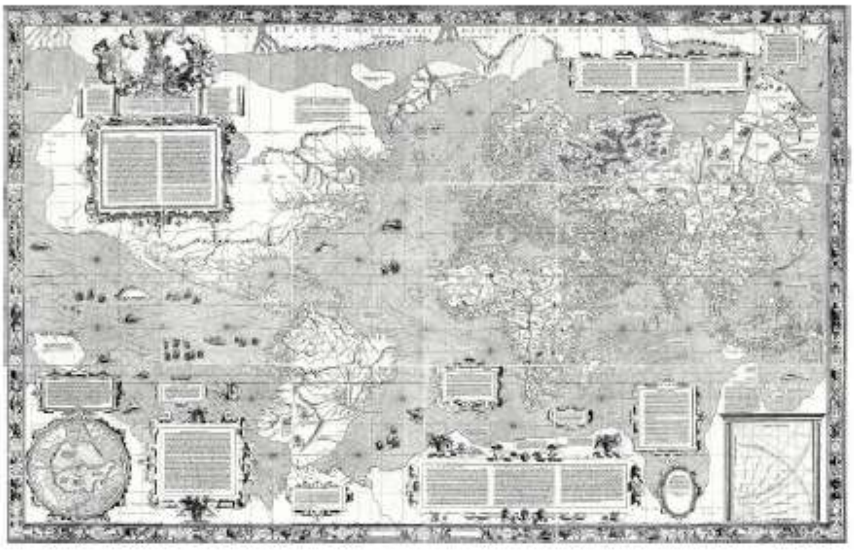


Figura 1.1: a Carta de Mercator, 1569.

Mas, como toda projeção cartográfica, a de Mercator possui uma distorção. Neste caso, nos polos. Devido à forma como são representados, os continentes afastados da linha do Equador (especialmente Europa, Canadá e Groenlândia) ficam maiores do que são na realidade. Um exemplo comumente citado é a Groenlândia que, na Projeção de Mercator aparece maior que a América do Sul, quando, de fato, ocorre o contrário.

Essa distorção cartográfica faz com que a precisão na medição das distâncias seja tanto prejudicada quanto maior for a latitude da rota medida. Entretanto, a inovação de Mercator deu a ele o título de *pai da cartografia*.

A razão pela qual toda projeção da superfície terrestre no plano apresenta deformações é matematicamente mais complicada do que os alunos podem entender, pois envolve conceitos de nível superior. A esfera não é ***isometricamente homeomorfa*** ao plano (Lembre-se que *homeomorfismo isométrico* entre duas superfícies é uma correspondência que preserva distâncias e medidas: tal correspondência não pode existir entre esfera e plano).

Para mais informações e detalhes, você, professor, pode ver textos sobre Topologia, a área da Matemática que estuda estes assuntos, tais como "Espaços Métricos", de E.L. Lima, ou "Introdução à Topologia", de G.F. Loibel. Se quiser explicar aos alunos de forma breve, tente a abordagem a seguir: planificação da superfície esférica.

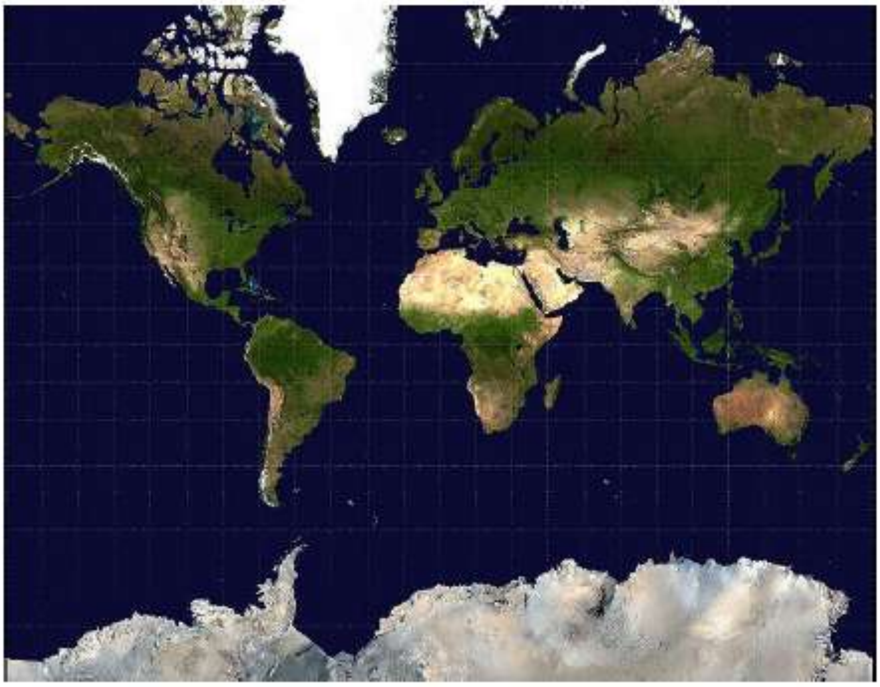


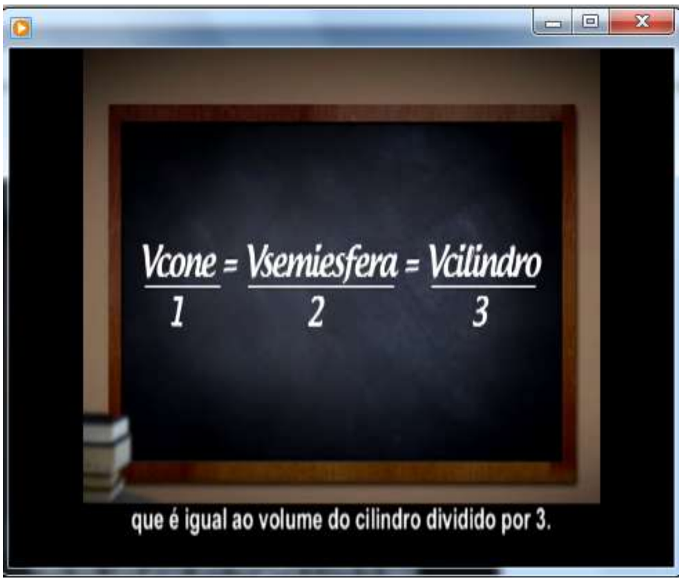
Figura 1.2: Projeção de Mercator pela NASA. Fonte: http://en.wikipedia.org/wiki/File:Mercator-projection.jpg

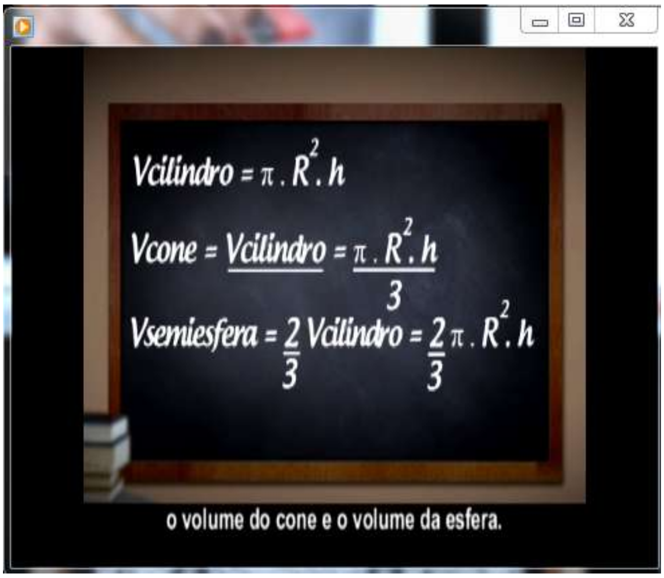
Hoje em dia, entretanto, a navegação (tanto de navios nos oceanos, quanto de aviões no ar) sobre a superfície terrestre está muito mais desenvolvida, com uma precisão inimaginável para a época em que Mercator construiu sua projeção. Algumas técnicas e ferramentas de orientação atuais são: satélite a laser, alta interferometria, sistema de posicionamento global (o GPS), e outros tipos de projeção, como a *projeção estereográfica*.

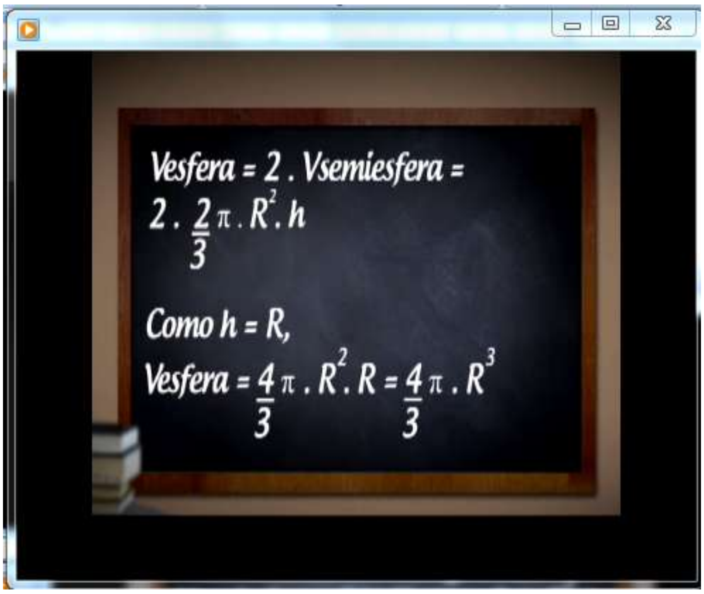
Gostaria de se aprofundar e saber o que são e como funcionam estas ferramentas? Procure na internet! Esta é bastante rica em fontes e explicações detalhadas do funcionamento de cada uma dessas técnicas de navegação. Veja, por exemplo, sobre *alta interferometria* em

http://www.renishaw.com.br/pt/a-interferometria-explicada--7854

Daí, partirá para o vídeo: “ Cilindro = cone + esfera/2” que trás um experimento que levará os alunos a concluírem a fórmula para o volume de uma esfera.







Fazendo uso então das anotações sobre as medições das esferas, serão cálculos o volume de cada uma das diferentes esferas e semiesferas. Algumas comparações proporcionais poderão ser realizadas entre o tamanho do raio e o volume da esfera.

Para facilitar futuras aplicações do tema esferas em situações do cotidiano, a professora levará os alunos ao laboratório de informática para que visualizem as animações das superfícies de revolução formadas por figuras planas em alta rotação. Os alunos realizarão várias das atividades propostas no site e verificarão o quanto assimilaram desta experiência, em especial a diferenciação entre superfície esférica e uma esfera.


Sólidos e superfícies de revolução

Matemática: geometria

Role a página

ESTUDANDO SÓLIDOS E SUPERFÍCIES DE REVOLUÇÃO

Você já está bem acostumado a ver objetos arredondados de material maciço, feitos de madeira ou metal, que servem como pilastras ou como pernas para mesas e cadeiras, ou ainda como maçanetas de portas e outras mil utilidades.

Também no seu cotidiano, você convive com objetos arredondados e mais frágeis, construídos com barro, vidro, porcelana e outros materiais, utilizados como vasilhames, utensílios para usos diversos ou até objetos de decoração e de culinária.

Fotos do Acervo do LEG

Você saberia descobrir características geométricas comuns a esses objetos de uso tão diversificado?

Como descobrir e classificar algumas dessas características é o que se pretende com as atividades neste estudo.

Para realizar as tarefas que o ajudarão a saber tudo isso, você pode usar o material de um ***Laboratório de Ensino de Matemática***, ou vai precisar ter em mãos os materiais descritos a seguir: um ***Conjunto de Sólidos Geométricos***, um ***Livro dos Sólidos***, um ***Conjunto de Bandeirinhas***, um ***Conjunto de Bandeirinhas Vazadas*** e ***Material para o Estudo de Seções Planas***.

MATERIAL PARA LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA

O material apresentado a seguir é adequado para um laboratório de ensino.

As fotos são do material do acervo do Laboratório de Ensino de Geometria (LEG) da Universidade Federal Fluminense.

ATIVIDADE 4

Conhecendo os Sólidos Gerados por Semicírculos

Para realizar as atividades que se seguem você vai precisar:

 **Conjunto de Sólidos Geométricos;**

 **Conjunto de Bandeirinhas;**

 **Livro dos Sólidos.**

a) Pegue a bandeirinha Nº 7 do Conjunto de Bandeirinhas, coloque-a em pé entre as palmas das suas mãos e tente girá-la da maneira mais rápida que puder. Se você tiver uma Caixa ou uma Máquina Geradora de Sólidos de Revolução, encaixe nela essa bandeirinha e gire a manivela. Como é o objeto relacionado à forma gerada?

b) Existe no Conjunto de Sólidos Geométricos algum parecido com essa forma? Qual desenho do Livro dos Sólidos o representa?

c) Em que são parecidos ou diferentes os sólidos relacionados às bandeirinhas Nº 3 e Nº 7?

d) Observe atentamente e compare as bandeirinhas Nº 3 e Nº 7. O que você percebe?

Foto do Acervo do LEG.

Quer ver as animações eletrônicas? Clique no botão *Animar*.

Sólido gerado pela bandeirinha nº 3.	Sólido gerado pela bandeirinha nº 7.
 Animar	 Animar

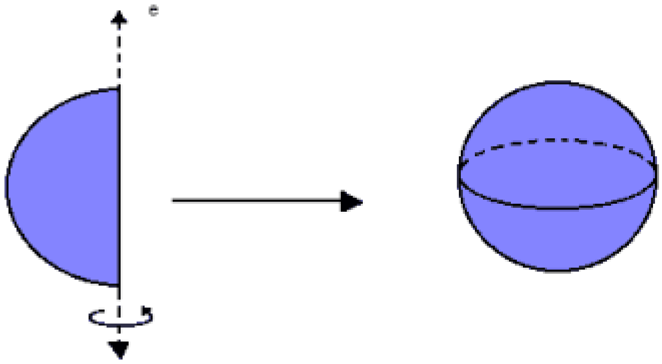
Quer conferir as suas respostas?

Depois de todas estas etapas, a professora formalizará o assunto e realizará atividades que envolvam o tema "esferas" em situações do cotidiano.

Esfera

Chamamos de *esfera* de centro **O** e raio **R** o conjunto de pontos do espaço cuja distância ao centro é menor ou igual ao raio **R**.

Considerando a rotação completa de um semicírculo em torno de um eixo **e**, a esfera é o sólido gerado por essa rotação. Assim, ela é limitada por uma superfície esférica e formada por todos os pontos pertencentes a essa superfície e ao seu interior.



Volume

O volume da esfera de raio **R** é dado por:

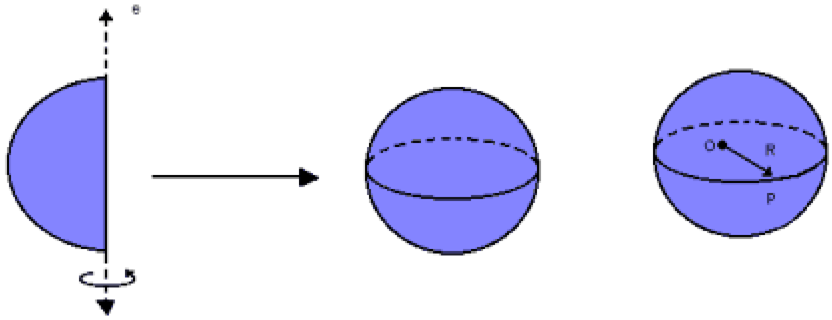
$$V_e = \frac{4}{3}.\pi R^3$$

Partes da esfera

Superfície esférica

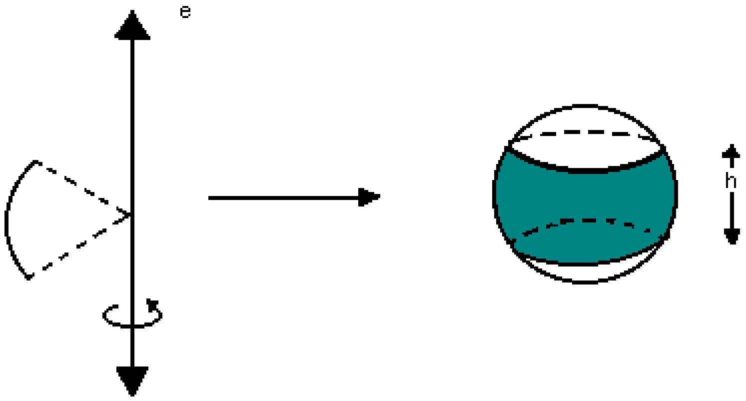
A superfície esférica de centro **O** e raio **R** é o conjunto de pontos do es[aço cuja distância ao ponto O é igual ao raio **R**.

Se considerarmos a rotação completa de uma semicircunferência em torno de seu diâmetro, a superfície esférica é o resultado dessa rotação.



Zona esférica

É a parte da esfera gerada do seguinte modo:

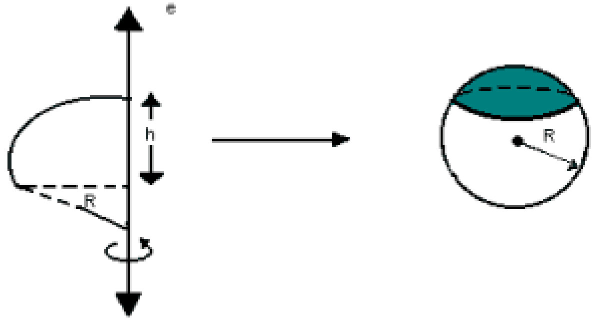


A área da zona esférica é dada por:

$$S = 2\pi Rh$$

Calota esférica

É a parte da esfera gerada do seguinte modo:

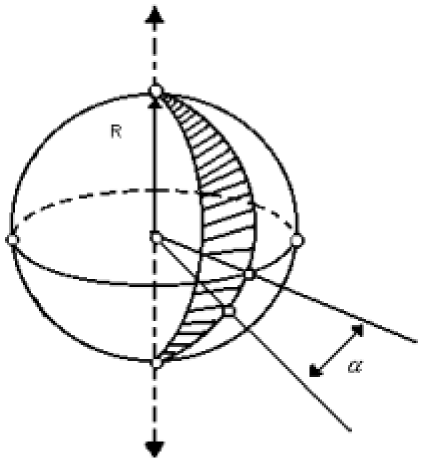


Ä área da calota esférica é dada por:

$$S = 2\pi Rh$$

Fuso esférico

O fuso esférico é uma parte da superfície esférica que se obtém ao girar uma semi-circunferência de um ângulo $\alpha (0 < \alpha < 2\pi)$ em torno de seu eixo:



A área do fuso esférico pode ser obtida por uma regra de três simples:

$$A_S - 2\pi \qquad A_F = \frac{4\pi R^2 \alpha}{2\pi} \Rightarrow A_F = 2R^2\alpha \ (\alpha \text{ em radianos})$$

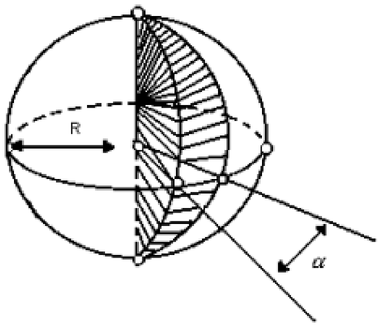
$$A_F - \alpha$$

$$A_S = 360° \qquad A_F = \frac{4\pi R^2 \alpha}{360°} \Rightarrow A_F = \frac{\pi R^2 \alpha}{90°} \ (\alpha \text{ em graus})$$

$$A_F = \alpha$$

Cunha esférica

Parte da esfera que se obtém ao girar um semicírculo em torno de seu eixo de um ângulo $\alpha(0 < \alpha < 2\pi)$:



O volume da cunha pode ser obtido por uma regra de três simples:

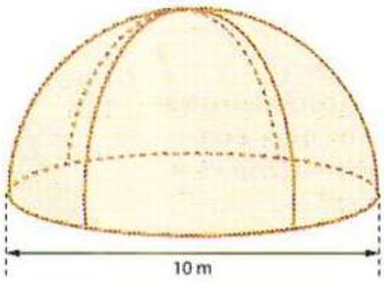
$$\left.\begin{matrix} V_e & - 2\pi \\ V_c & - \alpha \end{matrix}\right\} \Rightarrow V_c = \frac{\frac{4}{3}.\pi R^3 \alpha}{2\pi} \Rightarrow V_c = \frac{2}{3}.R^3 \alpha \quad (\alpha \text{ em radianos})$$

$$\left.\begin{matrix} V_e & - 360^\circ \\ V_c & - \alpha \end{matrix}\right\} \Rightarrow V_c = \frac{\frac{4}{3}.\pi R^3 \alpha}{360^\circ} \Rightarrow Vc = \frac{\pi R^3 \alpha}{270^\circ} \quad (\alpha \text{ em graus})$$

Exercícios de contextualização para fixação

1) Qual é o volume de uma bola de basquete cujo diâmetro mede 26 cm?

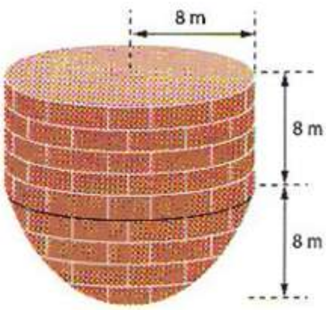
2) Um reservatório tem a forma de um hemisfério (figura abaixo). Qual é o volume máximo de líquido que cabe nesse reservatório, em litros?



3) Considere uma laranja como uma esfera composta de 12 gomos exatamente iguais. Se a laranja tem 8 cm de diâmetro, qual é o volume de cada gomo?

4) Sabemos que uma bóia (figura abaixo) serve para orientar os navios na entrada de um porto. Essa bóia é formada por um hemisfério de 2 m de diâmetro e por um cone que tem 80 cm de altura. Qual é o volume da bóia?

5) Um reservatório tem a forma de um hemisfério acoplado a um cilindro (figura abaixo). Qual será o volume, em litros, de um líquido que ocupe totalmente o reservatório?



6) O diâmetro de uma esfera de ferro fundido é 6 cm. Qual é o volume dessa esfera?

Alguns exercícios serão realizados no caderno e posteriormente, outros exercícios do livro didático serão adotados.

Outras atividades serão realizadas no Winplot para que o aluno realize cálculos com mais rapidez e possa perceber regularidades.

AVALIAÇÃO

A avaliação da aprendizagem será realizada através da observação do desenvolvimento e compreensão de cada aluno durante as atividades propostas sendo estas registradas para futura análise e verificação dos progressos do aluno;

Para os alunos que ainda apresentarem dificuldade a respeito do tema, novas atividades serão desenvolvidas posteriormente.

Desenvolvimento

Etapa 2

- **Duração prevista**: *200 minutos*
- **Assunto**: *Esfera*
- **Objetivos:**
- *Trabalhar o conceito de área da superfície esférica a partir da comparação com o volume dela.*
- *Aplicar os conceitos conhecidos nas situações do dia-a-dia.*

- **Pré-requisitos:**

- Conhecimento prévio do que é semicírculo, círculo e volume de esfera;
- Operações elementares com números reais.

- **Recursos utilizados:**

- Sala de informática para acessar o Winplot e realizar atividades sobre área de esfera;
- Bolas de isopor, régua, registro das situações no caderno e solução dos problemas.

- **O rganização da classe:** *Turma disposta em trios de forma a propiciar um trabalho colaborativo e permitir o uso do laboratório de informática da escola e realização de manipulação e medições das esferas de isopor.*

- **Descritores associados:**

H24 - Resolver problemas envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).
H25 - Resolver problemas envolvendo noções de volume.

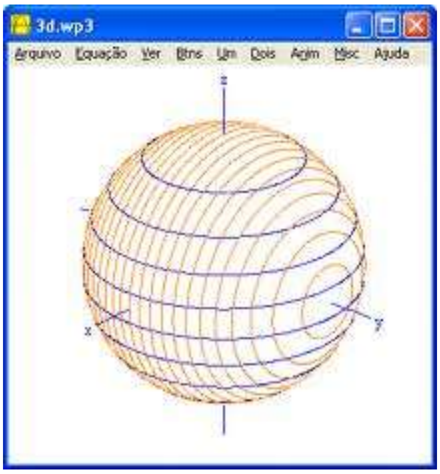
Distribuição das atividades da Etapa 2

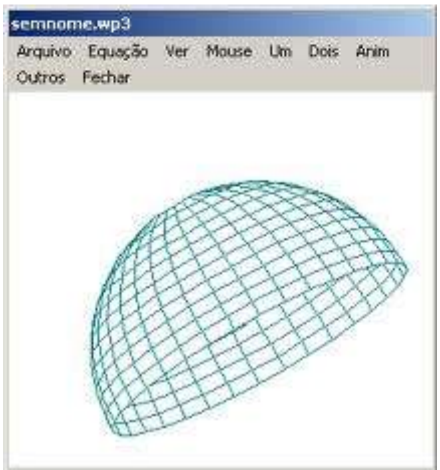
Duração : 200 minutos

Para iniciar a professora retomará o uso das esferas de isopor e partindo da idéia de volume de uma esfera promoverá atividades direcionadas (como no roteiro de ação 4), para que os alunos concluam a fórmula da área de uma esfera.

De posse novamente das informações sobre as esferas de isopor manuseadas, os alunos aplicarão a fórmula para calcular a área de tais superfícies. Aproveitará para dar aos alunos papel de presente para que eles tentem cobrir a bola com uma superfície plana e constatarem que isso não é possível, o que nos remete mais uma vez a tratar da Geometria Não-Euclideana.

Em seguida os alunos irão ao laboratório de informática para usar o winplot e fazer cálculos de área de esfera.



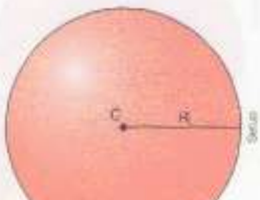


Algumas apresentações de obras de arte que envolvam o tema esferas serão apresentadas aos alunos e sugerido que eles construam suas obras fazendo uso de esferas.

Alguns exemplos:

A bola de cristal de Mauritus Cornelis Escher (1898-1972) mostra a beleza e a perfeição de um artista primoroso que encontrou na geometria uma maneira de manifestar a sua genialidade.

Vamos considerar um ponto O e uma distância R, positiva. A esfera de centro C e raio R é o conjunto de todos os pontos do espaço cujas distâncias até o ponto O são menores do que R ou iguais a R.



Autorretrato em espelho esférico (1935), litografia de Mauritus Cornelis Escher. Esse artista gráfico holandês tornou-se conhecido pelas suas xilogravuras e litografias que representam construções impossíveis, explorando o infinito e as metamorfoses.

PARA SABER MAIS

A artista plástica brasileira Regina Silveira doou, em 2004, sua obra *A lição* para a Pinacoteca do Estado de São Paulo.

Nas palavras da artista: "*A lição* foi dimensionada para ser um *over* mesmo! Um objeto gigante e um corpo de sombras projetadas que quase não cabe na galeria".

Regina Silveira. Pinacoteca do Estado de São Paulo.

Ainda segundo a autora: "... há dois tipos de sombra nos sólidos: sombras próprias e sombras projetadas. E tanto as sombras próprias, causadas por sua posição diante de uma fonte luminosa hipotética, quanto as sombras projetadas dos sólidos uns sobre os outros, ocasionadas por suas posições relativas no espaço da instalação, são pintadas com tinta automotiva preta. As sombras da obra *A lição* nos próprios objetos não são aplicações de vinil adesivo – isso seria impraticável, pelas curvaturas e escala dos sólidos. Sobre os sólidos todas as sombras são pintadas. Já as sombras projetadas no chão e nas paredes, essas sim são feitas com vinil adesivo".

Observe que a obra, uma instalação, é composta de um cone, um cubo, um cilindro e uma esfera. Veja a designação técnica da instalação:

A lição, 2002, instalação.

MDF, tinta automotiva e vinil adesivo. Cone: 250 cm × ϕ160 cm; cubo: 170 × 170 × 170 cm; cilindro: 250 cm × ϕ160 cm; esfera: 180 cm.

Agora, responda à questão.

- Sabendo que na designação da obra o símbolo ϕ significa "diâmetro", calcule o volume de cada sólido que compõe *A lição*.

Para saber ainda mais sobre Regina Silveira, acesse <http://reginasilveira.uol.com.br>.

Depois das observações realizadas e das construções e manipulações a professora organizará um resumo sobre a área das esferas, bem como aplicará atividades contextualizadas para que os alunos percebam que podem resolver situações do dia-a-dia fazendo uso do que aprenderam.

Área da superfície de uma esfera

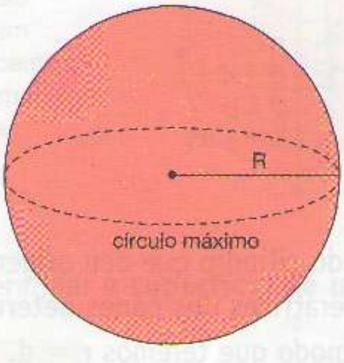
A superfície de uma esfera é a fronteira entre o sólido e o espaço e pode ser comparada à casca de uma laranja, se esta for considerada perfeitamente esférica.

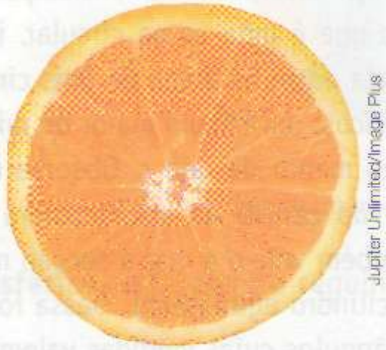
A área de uma superfície esférica (S_e) de raio R é dada por:

$$S_e = 4 \cdot \pi \cdot R^2$$

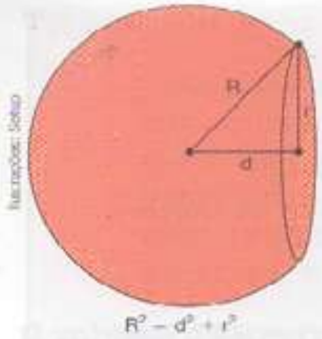
Stockxpert/Image Plus

Uma secção que divida uma laranja esférica em duas metades passará pelo centro da laranja (esfera) e a figura determinada por essa secção será chamada de círculo máximo da esfera ($C_{máx}$).





A área de um círculo máximo será: $C_{máx} = \pi \cdot R^2$



Observe que toda secção plana determinada em uma esfera de centro C e raio R é um círculo de raio menor do que ou igual a R.

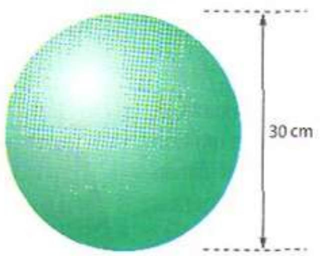
A área de uma secção depende da distância d do plano que a determina até o centro C da esfera.

$S_{secção} = \pi \cdot r^2$

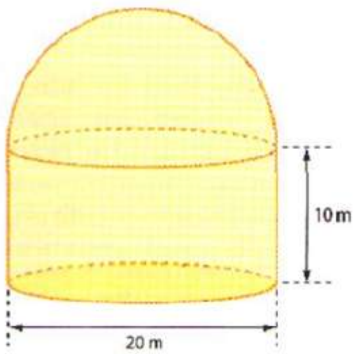
$$S_{secção} = \pi \cdot (R^2 - d^2)$$

Exercícios de contextualização e fixação

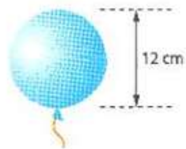
1) Quanto de borracha (em centímetros quadrados) se gasta para fazer a bola cuja medida está na figura?



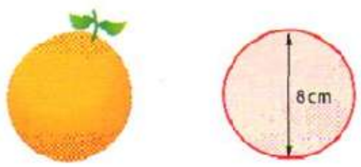
2) Um reservatório tem a forma de um hemisfério acoplado a um cilindro, conforme a figura abaixo. Quantos metros quadrados tem a superfície externa desse reservatório?



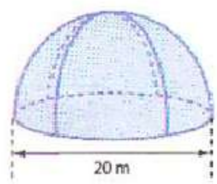
3) Quantos metros quadrados de plástico são gastos aproximadamente para fazer o balão da figura ao lado?



4) Uma laranja tem a forma esférica com a medida indicada abaixo. Qual é a área aproximada da casca dessa laranja?



5) A figura ao lado representa um hemisfério. Qual é a área da superfície desse hemisfério?



Alguns exercícios serão realizados no caderno e posteriormente, outros exercícios do livro didático serão adotados.

Jogo para descontrair

No Laboratório de informática os alunos realizarão um jogo de estratégias e raciocínio lógico posicionando esferas em pirâmides e passando por vários desafios. O jogo está disponível no endereço http://ultradownloads.com.br/jogo-online/Habilidade/Luxor-Esferas-Coloridas/

AVALIAÇÃO

A avaliação da aprendizagem será realizada através da observação do desenvolvimento e compreensão de cada aluno durante as atividades propostas sendo estas registradas para futura análise e verificação dos progressos do aluno;

Para os alunos que ainda apresentarem dificuldade a respeito do tema, novas atividades serão desenvolvidas posteriormente.

Bibliografia:

Jogo das esferas coloridas disponível em : http://ultradownloads.com.br/jogo-online/Habilidade/Luxor-Esferas-Coloridas/ - último acesso em 22 de outubro de 2012.

Software com animações eletrônicas dos sólidos de revolução: disponível em http://www.uff.br/cdme/solidos_revolucao/index.html - último acesso em 25 de outubro de 2012.

Vídeo: cilindro=cone+esfera:2- Recursos educacionais multimídia para a matemática do ensino médio – Disponível em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1000 - acesso em 8 de outubro de 2012.

Vídeo – As aventuras de Radix- disponível em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1054 - último acesso em 4 de outubro de 2012

Só Matemática http://www.somatematica.com.br/emedio/espacial/espacial23.php

NUNES Walace – Fundação Cecierj – Formação Continuada – Matemática 2ª série - Roteiros de ação . Disponível em http://projetoseeduc.cecierj.edu.br - último acesso em 21 de novembro de 2012.

RIBEIRO, Bedaques Arnaud Rangel – Mathemátikós – Editora Saraiva