

CECIERJ
CEDERJ

PLANO DE TRABALHO 2



Esfera | Danielle Gomes Gioseffi

Formação Continuada em Matemática
Fundação CECIERJ / Consórcio CEDERJ

MATEMÁTICA 2º ANO/ENS. MÉDIO - 4º BIMESTRE/2012.

PLANO DE TRABALHO

Esfera

- Elementos, áreas e volumes -

TAREFA 2

Unidade Escolar: C. E. ARRUDA NEGREIROS

Cursista: DANIELLE GOMES GIOSEFFI

Tutora: ANA PAULA S. MUNIZ

Sumário

Introdução	03
Desenvolvimento	04
Avaliação	14
Observações relevantes	14
Fontes de pesquisa	15

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho visa à construção dos conceitos de *Esfera (elementos, área e volume)* através da aplicabilidade de situações cotidianas.

Em sua maioria, os alunos apresentam dificuldades no campo da Geometria, seja com a interpretação de enunciados e conceitos, seja no desenvolvimento do raciocínio lógico ou na falta de interesse. Daí a importância de mostrar que determinados conteúdos são, por eles mesmos, utilizados sem que percebam e, ainda, enfatizar a aplicação em algumas profissões.

Para uma melhor dinâmica da turma, as atividades serão realizadas sempre em duplas ou trios, com o critério de formação, determinado pelos alunos.

O assunto exige conhecimentos prévios de geometria plana. Serão necessários 10 tempos de 50 minutos para explicação e fixação e mais 2 tempos para avaliação formal dos conteúdos apresentados nas aulas.

“Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para sua própria produção ou a sua construção.”

Paulo Freire

DESENVOLVIMENTO

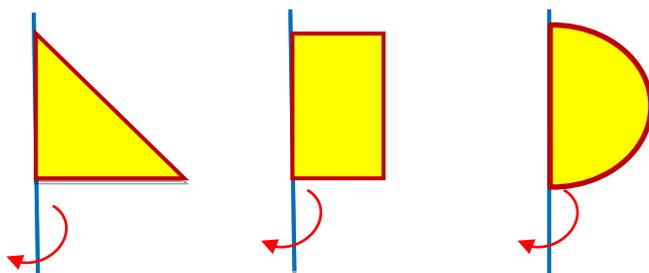


Atividade 1: Sólidos de revolução

- ✚ **Habilidade relacionada:** H04 – Reconhecer prismas, pirâmides, cones, cilindros ou esferas por meio de suas principais características. H07 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações.
- ✚ **Pré-requisitos:** Figuras planas.
- ✚ **Tempo de duração:** 100 minutos
- ✚ **Recursos educacionais:** Computador, datashow, papel, caneta hidrocor, lápis de cor, tesoura, cola, fita adesiva, caneta ou palito de churrasco, emborrachado ou cartolina.
- ✚ **Organização da turma:** Duplas
- ✚ **Objetivo:** Através de figuras planas, reconhecer sólidos geométricos.
- ✚ **Metodologia adotada:** Construção de figuras planas, tais como retângulos, semicírculos e triângulos e, com sua movimentação, analisar as características dos sólidos que surgem.

Problematização

- ✚ Distribuir pedaços de emborrachado ou cartolina.
- ✚ Desenhar retângulos, semicírculos e triângulos retângulos.
- ✚ Pintá-los como preferirem.
- ✚ Recortar cada figura e, com a fita adesiva, fixar na caneta ou no palito de churrasco.
- ✚ Colocar a caneta entre as mãos espalmadas e friccionar, fazendo com que a caneta gire para a esquerda e para a direita.

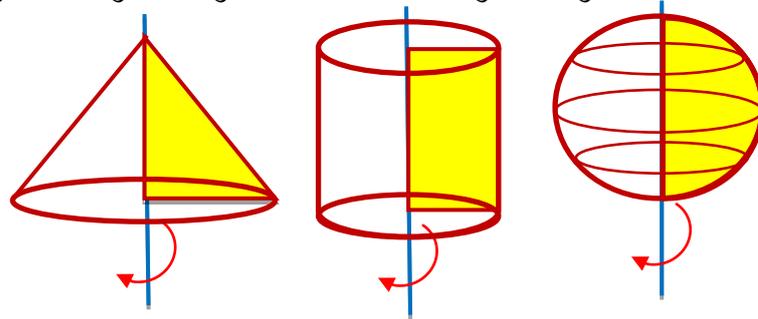


O professor poderá fazer a atividade junto com os alunos.

Após esta montagem e observação das imagens, fazer alguns questionamentos:

1. Que figuras surgiram?

R.: Do triângulo retângulo, surge um cone. Do retângulo, surge um cilindro e do semicírculo, uma esfera.



2. O que todas têm em comum?

R.: Todas possuem raio e altura. São sólidos geométricos.

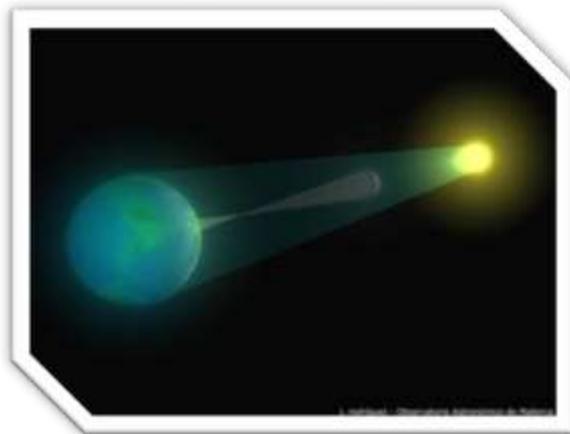
3. Que elementos podemos observar em cada um desses sólidos?

R.: Todos têm base, altura, área lateral, da base e total, volume.

4. Cite exemplos de objetos que encontramos no nosso dia-a-dia que lembrem esses sólidos:

R.: Casquinha de sorvete, lata de achocolatado, boa de gude.

Obs.: Neste momento o professor pode apresentar imagens do eclipse solar, mostrando a formação de um cone na projeção da sombra.

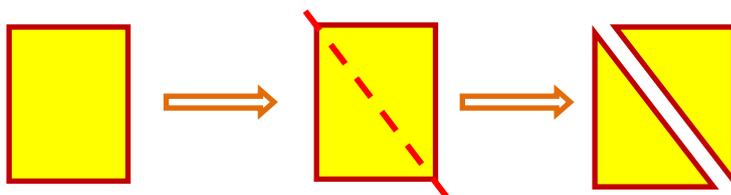


Pode também levantar a questão da Terra ser ou não uma esfera.



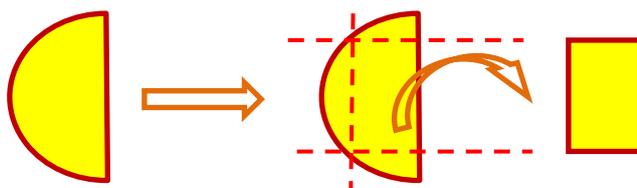
5. De um cilindro podemos retirar um cone?

R.: Sim. É só transformar o retângulo num triângulo retângulo.



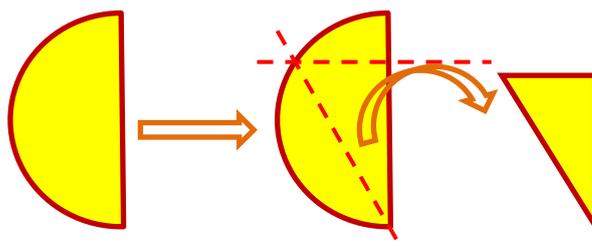
6. De uma esfera, podemos retirar um cilindro?

R.: Sim. Precisamos fazer três "cortes" no semicírculo para transformá-lo num retângulo.



7. De uma esfera, podemos retirar um cone?

R.: Sim. Agora só precisamos fazer dois "cortes" no semicírculo para transformá-lo num triângulo retângulo.



Atividade 2: Conhecendo a Esfera

✚ **Habilidade relacionada:** H04 – Reconhecer prismas, pirâmides, cones, cilindros ou esferas por meio de suas principais características. H07 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações.

✚ **Pré-requisitos:** Figuras planas. Paralelos e Meridianos(Geografia).

- ✚ **Tempo de duração:** 100 minutos
 - ✚ **Recursos educacionais:** Livro didático, quadro, caneta, Datashow, computador ou aparelho de DVD, esferas de isopor de diferentes tamanhos, laranja ou limão e tangerina.
 - ✚ **Organização da turma:** Duplas
 - ✚ **Objetivo:** Estudar os elementos que compõem uma esfera.
 - ✚ **Metodologia adotada:** Apresentar os elementos que compõem uma esfera (raio, diâmetro, superfície, secção plana) através da manipulação de material concreto.
-

Problematização

- ✎ Distribuir as esferas de isopor.
- ✎ Cada dupla fará medições de raio e diâmetro.
- ✎ Observar as regiões interior e exterior.

Obs.: O aluno precisa perceber que um sólido geométrico não é oco. O material que está manuseando é apenas uma representação do sólido.

Com o auxílio da laranja, do limão ou da tangerina, apresentar o conceito de *Superfície Esférica* (casca) e *Secção Plana* (corte feito na fruta).



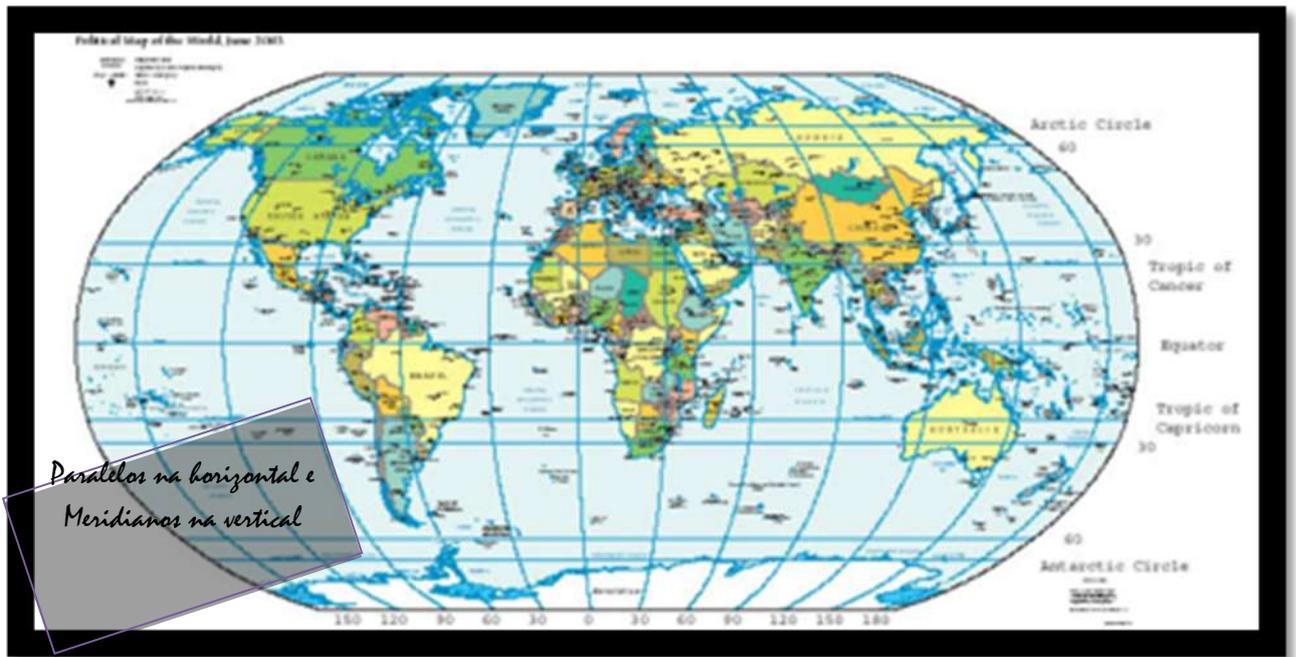
.....

Questão 1: Qual a maior secção plana de uma esfera?

R: É o corte feito no meio. O que tem a medida do diâmetro da esfera.

.....

Apresentar um mapa planisférico, onde se observa a divisão da Terra em linhas imaginárias (Paralelos e Meridianos).



Obs.: Cada gomo da laranja ou tangerina representa um Meridiano.



.....
Questão 2: Qual a maior secção plana da Terra?

R.: O Equador.

.....

Apresentação da animação sobre Paralelos e Meridianos disponibilizada na internet para propiciar um melhor entendimento do assunto.

http://www.vivainovacoes.com.br/skin_ensinocerto/seguranca.php?id=1185

Formalização:

Leitura das definições no livro didático.

Exercícios de Fixação

Utilizar os exercícios do livro didático para fixação dos conteúdos.



Atividade 3: A área da esfera

- ✚ **Habilidade relacionada:** H24 – Resolver problemas envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (esfera)
- ✚ **Pré-requisitos:** Elementos que compõem uma esfera. Áreas de figuras planas.
- ✚ **Tempo de duração:** 100 minutos
- ✚ **Recursos educacionais:** Livro didático, quadro, caneta, laranja, tangerina ou limão ou uma pequena bola, copo cilíndrico.
- ✚ **Organização da turma:** Duplas
- ✚ **Objetivo:** Estudar a área da esfera.
- ✚ **Metodologia adotada:** Apresentar o conceito de área através da observação de materiais concretos.

Problematização

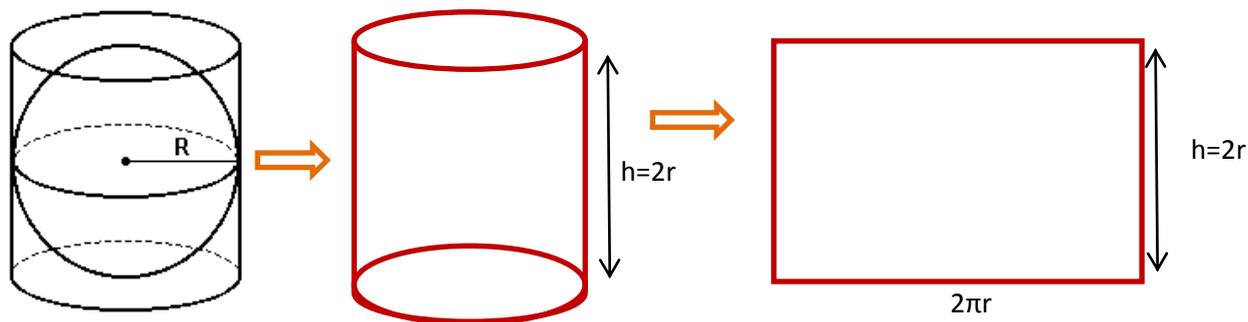
A expressão da área da superfície esférica não é facilmente dedutível através de outras expressões.

Vamos colocar um a bolinha (esfera) dentro de um copo (cilindro).

Obs.: Copo e bolinha devem ter a mesma altura, preferencialmente.



Foi Arquimedes quem determinou que a área da esfera é igual à superfície lateral do cilindro que a circunscreve.



$$A_{\text{Esfera}} = A_{\text{retângulo}} = 2\pi r \cdot 2r \Rightarrow A_{\text{Esfera}} = 4\pi r^2$$

Formalização:

Leitura das definições no livro didático.

Exercícios de Fixação

Utilizar os exercícios do livro didático para fixação dos conteúdos.

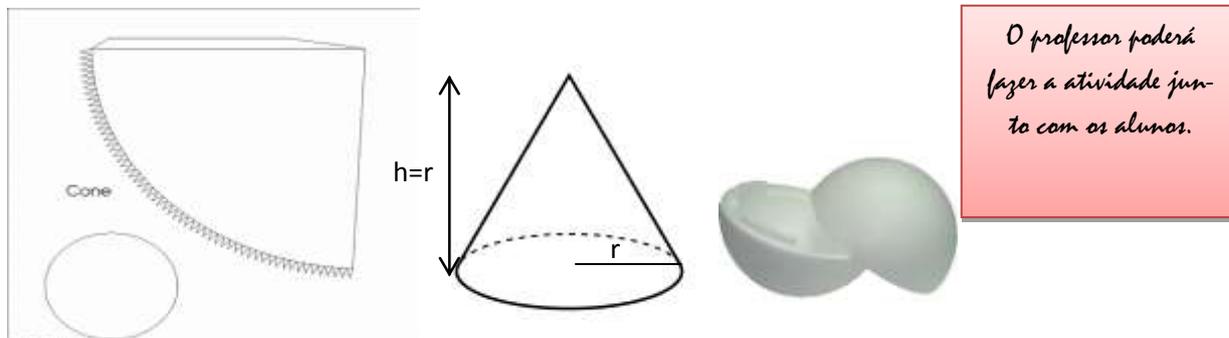


Atividade 4: O volume da esfera

- ✚ **Habilidade relacionada:** H07 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações. H24 – Resolver problemas envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (esfera) H25 – Resolver problemas envolvendo noções de volume.
- ✚ **Pré-requisitos:** Áreas de figuras planas. Volume do cone.
- ✚ **Tempo de duração:** 100 minutos.
- ✚ **Recursos educacionais:** Livro didático, quadro, caneta, esferas de isopor, arroz, planificações do cone, caneta hidrocor, lápis de cor.
- ✚ **Organização da turma:** Duplas.
- ✚ **Objetivo:** Estudar o volume da esfera.
- ✚ **Metodologia adotada:** Apresentar o conceito de volume através da observação de materiais concretos.

Problematização

- ✎ Redistribuir as esferas de isopor e as planificações de cones (a altura do cone deve ser igual ao raio da esfera).
- ✎ Montar os cones.
- ✎ Encher as esferas com arroz, utilizando o cone como medida.



Após esta montagem e observação das imagens, fazer alguns questionamentos:

1. Qual a área da base do cone?

R.: $A_b = 2\pi r^2$ (área do círculo)

2. Qual a medida da altura do cone?

R.: É igual ao raio da esfera de isopor.

3. Qual a relação entre os raios da base do cone e da esfera com a altura do cone?

R.: Estas medidas são iguais.

4. Quantos cones são necessários para encher uma esfera?

R.: 4 cones.

5. Estabeleça uma relação entre os volumes da esfera e do cone.

R.: O volume da esfera é quatro vezes o volume do cone ou o volume do cone é um quarto do volume da esfera.

6. Qual a fórmula do volume do cone?

R.: $V_{\text{cone}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

7. Como podemos escrever a fórmula do volume da esfera a partir do volume do cone?

R.: $V_{\text{esfera}} = 4 \cdot V_{\text{cone}}$

$V_{\text{esfera}} = 4 \cdot \frac{1}{3}\pi r^2 h$, sendo $h = r \Rightarrow V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3}\pi r^3$

Observar que esta relação só é possível se as medidas dos raios e da altura forem as mesmas no cone e na esfera.

Formalização:

Leitura das definições no livro didático.

Exercícios de Fixação

Utilizar os exercícios do livro didático para fixação dos conteúdos.



Atividade 5: Aplicação dos conceitos estudados

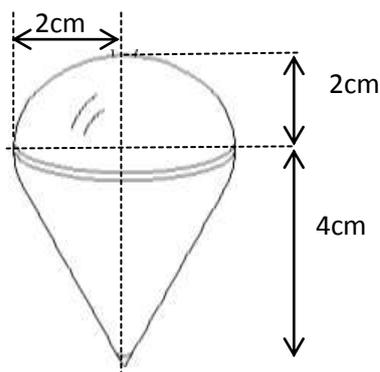
- ✚ **Habilidade relacionada:** H04 – Reconhecer prismas, pirâmides, cones, cilindros ou esferas por meio de suas principais características. H07 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações. H25 – Resolver problemas envolvendo noções de volume.
- ✚ **Pré-requisitos:** Estudo da esfera.
- ✚ **Tempo de duração:** 200 minutos (100 min. para resolução e 100 min. para correção e comentários)
- ✚ **Recursos educacionais:** Lista de exercícios, quadro e caneta.
- ✚ **Organização da turma:** Duplas
- ✚ **Objetivo:** Revisar todo conteúdo estudado através de exercícios propostos.
- ✚ **Metodologia adotada:** Resolução de exercícios em sala de aula.



Lista de Exercícios Propostos

1. Uma doceria tem uma panela cilíndrica, cheia até a borda, de massa para fazer brigadeiros. Sabendo que a panela tem formato cilíndrico com 16cm de altura e 20cm de diâmetro, quantos brigadeiros esféricos de 2cm de raio ela poderá fazer?

2. Um marceneiro aproveita algumas sobras de madeira para fazer piões, conforme a figura abaixo:



Determine o volume do pião.

3. Se o raio de uma esfera é 1, então a área da superfície dessa esfera é ____ unidades de área.

- a) $4\pi^2/3$ b) 4π c) $4\pi/3$ d) $4\pi^2$

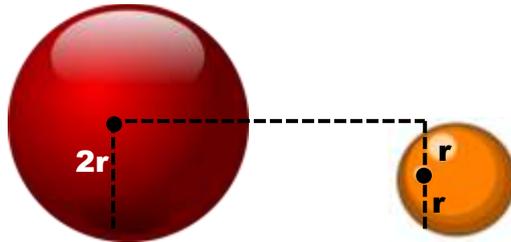
4. O volume de uma esfera de raio π é ____ unidades de volume.

- a) $4\pi^4/3$ b) $4\pi^2$ c) $4\pi/3$ d) 4

5. Um queijo moldado numa forma esférica tem 10cm de raio. Derretido, ele cabe exatamente em uma panela cilíndrica de raio 10cm. A altura dessa panela é igual a:

- a) 10 b) 20 c) $40/3$ d) $40\pi/3$

6. As bolas de borracha representadas abaixo são esféricas e têm mesma espessura.



Com a quantidade de borracha usada para fazer 12 bolas maiores, podem-se fazer ____ bolas menores.

7. (UFOP-MG) Encontre o volume de uma esfera inscrita em um cilindro de volume $30\pi \text{ m}^3$.

8. Um ourives banhou em ouro 40 peças esféricas de 5 mm de raio. O custo de cada mm^2 desse banho foi R\$ 0,05. Qual foi o custo total?

9. Uma laranja tem a forma de uma esfera, cujo diâmetro mede 12 cm. Determine a área aproximada da casca dessa laranja.

10. (Ufrj 2002) Considere uma esfera E_{\square} , inscrita, e outra esfera E_{\bullet} , circunscrita a um cubo de aresta igual a 1cm. Calcule a razão entre o volume de E_{\bullet} , e o volume de E_{\square} .

AVALIAÇÃO

A avaliação deve ser diária, analisando as dificuldades e aprendizagens dos alunos. O professor deve verificar o quanto os alunos integraram e aprenderam do conteúdo estudado através das atividades propostas no decorrer das aulas, dos exercícios de fixação.

Também é relevante, a aplicação de uma avaliação escrita individual com duração de 100 minutos para investigar a assimilação dos conhecimentos adquiridos nas aulas.

OBSERVAÇÕES RELEVANTES

Este plano de trabalho foi elaborado levando em consideração o tempo disponível de aulas das turmas do Curso Normal, CN2001, CN2002 e CN2003, do C. E. Arruda Negreiros (Nova Iguaçu), no ano letivo de 2012 e o grau de conhecimento dos alunos.

FONTES DE PESQUISAS

DANTE, Luiz Roberto: MATEMÁTICA: CONTEXTOS E APLICAÇÕES, 2º Ano – 3ª edição – São Paulo: Ed. Ática, 2011.

DINIZ, Maria Ignez e SMOLE, Kátia Stocco: MATEMÁTICA: ENSINO MÉDIO, 2º Ano – 6ª edição – São Paulo: Ed. Saraiva, 2010.

BONJORNO, José Roberto e GIOVANNI, José Ruy: MATEMÁTICA COMPLETA, 2º Ano – 2ª edição renovada – São Paulo: FTD, 2005.

ROTEIROS DE AÇÃO – Esferas – Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECI-ERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 4º Bimestre.

Endereços eletrônicos acessados de 10/11/2012 a 24/11/2012:

<http://www.cepa.if.usp.br/e-fisica/imagens/optica/basico/cap03/eclipse1.gif>

<http://looktosky.files.wordpress.com/2007/09/eclipsesolar05.jpg>

<http://educacao.uol.com.br/disciplinas/geografia/meridianos-e-paralelos-linha-do-equador-e-os-tropicos.htm>

<http://www.portalsaofrancisco.com.br/alfa/meridianos-e-paralelos/imagens/meridianos-e-paralelos-1.gif>

http://www.aesap.edu.pt/Geografia/images/circ_max1.jpg

<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/a/ab/WorldMapLongLat-eq-circles-tropics-non.png/440px-WorldMapLongLat-eq-circles-tropics-non.png>

http://www.vivainovacoes.com.br/skin_ensinocerto/seguranca.php?id=1185

http://www.professores.uff.br/hjbortol/arquivo/2006.1/applets/earth_br.html