

**FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ/CONSÓRCIO CEDERJ**

Matemática 2º Ano – 4º Bimestre /2012

Plano de Trabalho 04

**GEOMETRIA ESPACIAL
ESFERA**



Fonte : [http://www.google.com.br/#hl=en&output=search&sclient=psy-ab&q=FOTO+DO+PLANETA+TERRA+VIA+SAT%](http://www.google.com.br/#hl=en&output=search&sclient=psy-ab&q=FOTO+DO+PLANETA+TERRA+VIA+SAT%20)

Tarefa 02 – grupo 8

Cursista: Flávio de Aguiar.

Tutora: Silvana Ribeiro Lima Cavalcante de Araujo

Sumário

INTRODUÇÃO.....03

DESENVOLVIMENTO.....04

AVALIAÇÃO.....20

FONTE DE PESQUISA.....21

INTRODUÇÃO

Queremos com esse plano de aula sobre Esferas compreender o conceito, suas aplicabilidades e deixar claro a importância da contextualização e das aulas interdisciplinares, favorecendo assim um melhor processo de ensino aprendido, não deixando de repassar para o aluno a importância de alguns objetos esféricos em nossa história e em nossa educação atual, além apresentarmos aos alunos vídeos para complementação da aprendizagem dos alunos.

Definiremos o que é uma esfera e mostraremos resoluções da área da superfície esférica, volume da esfera e de acordo com o nível da aprendizagem significativa demonstrada pela turma, realização de uma revisão de geometria plana e outros pontos fundamentais como regras de potenciação e cálculos com números decimais. Em geometria plana uma revisão do cálculo do comprimento de um círculo e da área. Devemos deixar bem claro que o aluno necessita de exercícios para praticar e as aulas contextualizadas são extremamente importantes.

Para um bom desenvolvimento da matéria o professor deverá em todo momento tentar motivar os alunos, a motivação é um fator primordial para a educação. A motivação do professor é refletida no aluno.

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 01

- **HABILIDADE: - H24** - Resolver problemas envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, **esfera**). C9 - Calcular a medida da área total de uma esfera, com ou sem a informação de fórmulas.

- Calcular o volume de uma esfera.

- **PRÉ-REQUISITOS:** Realizar operações com potências, números decimais e frações.
- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 320 minutos (8 tempos de aula).

Terça 2 tempos de 40 minutos; (80 min.)

Quinta 2 tempos de 40 minutos; (80 min.)

Terça 2 tempos de 40 minutos; (80 min.)

Quinta 2 tempos de 40 minutos; (80 min.)

Terça 2 tempos de 40 minutos; (80 min.)

Quinta 2 tempos de 40 minutos; (80 min.)

OBS.: 3 semanas de aula.

- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Leitura de um texto histórico esfera (a bola), lista de exercícios, explicação e demonstrações no quadro branco, apresentação de vídeos com auxílio do notebook e Datashow.
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Individual / em grupo;
- **OBJETIVOS:** Conceituar uma esfera, procurar soluções de problemas contextualizados, calcular a área superficial de uma esfera e o volume e realização de trabalhos com interdisciplinaridade.

- **METODOLOGIA ADOTADA:**

1. Leitura prévia da matéria no livro didático pelo aluno e realização de um fichamento;
2. Revisão de geometria plana (círculo);
3. O aluno irá resolver os exercícios propostos pelo livro didático adotado no ano regente;
4. Aplicação de lista de exercícios de fixação e complementares;
5. Texto histórico seguido de um vídeo para melhor compreensão do conteúdo.

ATIVIDADES EM PRÁTICA

LEITURA DE UM TEXTO HISTÓRICO SOBRE ESFERA

A BOLA

No basquete ela é a personagem principal. No futebol, é o centro das atenções. Já sabe do que estamos falando? Sim, a bola.

Você seria capaz de imaginar como seriam as modalidades esportivas sem sua existência? Difícil, não?

De fato, a bola é um objeto muito antigo. Talvez isso possa ser explicado pela simplicidade da ideia por trás do mesmo: algo esférico que podemos lançar e chutar. Uma pedra, por exemplo, já poderia servir como fonte de inspiração para a criação do objeto. E foi justamente desta forma que muitos acreditam que a bola tenha surgido: o homem pré-histórico teria chutado uma pedra - não muito pesada, claro - e percebido que aquilo era algo útil, de alguma forma.

Esta é a hipótese mais aceita, já que ninguém sabe ao certo como surgiram as primeiras bolas. De fato, desenhos realizados em cavernas há mais de 30000 anos retratam homens segurando objetos esféricos feitos com pedras. Desta forma, acredita-se que as primeiras bolas tenham sido ferramentas de caça do homem pré-histórico.

É bem provável que o “esporte” mais antigo que se baseou no uso da bola tenha sido o kemari. Na verdade, esta prática, criada pelos chineses no século X a.C, era um treinamento militar. Os participantes se organizavam em um grande círculo e deveriam chutar uma pequena bola, com o fim de acertar o alvo no centro da roda. Além disso, podemos citar diversos outros registros da utilização do objeto em civilizações da Antiguidade, como a grega, a romana e a japonesa. Em muitos casos, as bolas eram elementos centrais de rituais religiosos e celebrações mitológicas.

FONTE.: <http://www.historiadetudo.com/bola.html>.

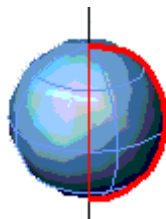
- Leitura das páginas do livro / (15 minutos);
- Fichamento apresentado pelos alunos e início da aula sobre esfera;

VÍDEO SOBRE ESFERA

- <http://www.youtube.com/watch?v=dmEzW1n4n3Y&feature=relmfu>

DEFINIÇÃO DE UMA ESFERA

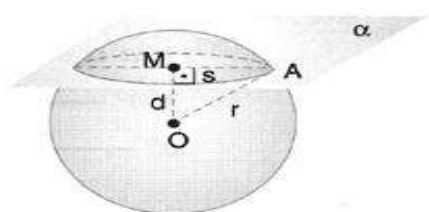
A esfera é um sólido limitado por uma superfície curva de revolução que tem todos os pontos igualmente distantes de um ponto interior chamado centro. A superfície esférica é resultado da revolução de uma semicircunferência em torno do diâmetro.



SEÇÃO DA ESFERA

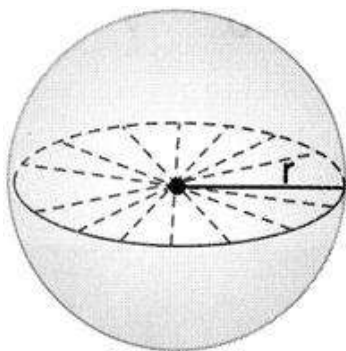
Toda seção plana de uma esfera é um círculo.

Sendo r o raio da esfera, d a distância do plano secante ao centro e s o raio da seção, vale a relação:



$$s^2 = r^2 - d^2$$

Se o plano secante passa pelo centro da esfera, temos como seção um círculo máximo da esfera.



ÁREA DA ESFERA

A área de uma superfície esférica de raio r é igual a $4\pi r^2$.

$$A = 4\pi r^2 \text{ u.m}^2$$

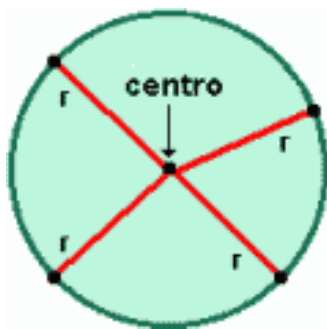
Volume da esfera é $\frac{4\pi r^3}{3} \text{ u.m}^3$

REVISÃO DE GEOMETRIA PLANA (CÍRCULO)

A circunferência possui características não comumente encontradas em outras figuras planas, como o fato de ser a única figura plana que pode ser rodada em torno de um ponto sem modificar sua posição aparente. É também a única figura que é simétrica em relação a um número infinito de eixos de simetria. A circunferência é importante em praticamente todas as áreas do conhecimento como nas Engenharias, Matemática, Física, Química, Biologia, Arquitetura, Astronomia, Artes e também é muito utilizado na indústria e bastante utilizada nas residências das pessoas.

Circunferência

A circunferência é o lugar geométrico de todos os pontos de um plano que estão localizados a uma mesma distância r de um ponto fixo denominado o centro da circunferência. Esta talvez seja a curva mais importante no contexto das aplicações.

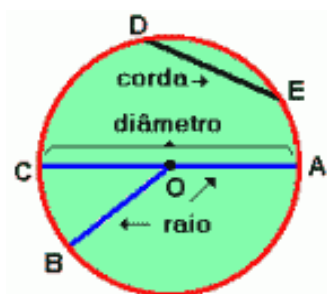


Círculo

Círculo (ou disco) é o conjunto de todos os pontos de um plano cuja distância a um ponto fixo O é menor ou igual que uma distância r dada. Quando a distância é nula, o círculo se reduz a um ponto. O círculo é a reunião da circunferência com o conjunto de pontos localizados dentro da mesma. No gráfico acima, a circunferência é a linha de cor verde-escura que envolve a região verde, enquanto o círculo é toda a região pintada de verde reunida com a circunferência.

Raio

Raio de uma circunferência (ou de um círculo) é um segmento de reta com uma extremidade no centro da circunferência e a outra extremidade num ponto qualquer da circunferência. Na figura, os segmentos de reta OA , OB e OC são raios.



Corda

Corda de uma circunferência é um segmento de reta cujas extremidades pertencem à circunferência. Na figura, os segmentos de reta AC e DE são cordas.

Diâmetro

Diâmetro de uma circunferência (ou de um círculo) é uma corda que passa pelo centro da circunferência. Observamos que o diâmetro é a maior corda da circunferência. Na figura, o segmento de reta AC é um diâmetro.

Fórmulas:

Comprimento de uma circunferência

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r \text{ (u.m);}$$

Área do círculo

$$A = \pi \cdot r^2 \text{ (u.m}^2\text{)}$$

EXERCÍCIO DE FIXAÇÃO
DE ACORDO COM A FOTO ABAIXO, CALCULE:



Dados: diâmetro aproximadamente 12 cm e $\pi = 3,14$

1- Calcular o comprimento e a área do CD.

D = 12 cm, logo raio = 6 cm

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r \text{ (u.m);}$$

$$C = 2 \cdot 3,14 \cdot 6$$

$$C = 37,68 \text{ cm}$$

2 – calcular a área do CD.

$$A = \pi \cdot r^2 \text{ (u.m}^2\text{)}$$

$$A = 3,14 \cdot 6^2 =$$

$$A = 3,14 \cdot 36 =$$

$$A = 113,04 \text{ cm}^2$$

Lista de exercícios de revisão

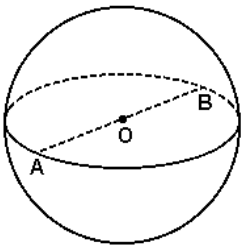
01. Qual é o comprimento de uma circunferência que tem raio igual a 2,4 cm?

Use $\pi = 3,14$.

02. Calcule a área do círculo que tem diâmetro igual a 20 cm. Use $\pi = 3,14$.

03. Um inseto vai se deslocar sobre uma superfície esférica de raio 50 cm, desde um ponto A até um ponto B, diametralmente opostos, conforme a figura. O menor trajeto possível que o inseto pode percorrer tem comprimento igual a:

- a) $\pi/2$ m. b) π m. c) $3\pi/2$ m. d) 2π m. e) 3π m.

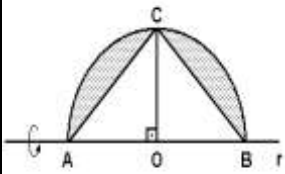


04. Calcule a área de uma coroa circular onde o raio menor mede 2 cm e o raio maior é o triplo do raio menor.

05. Calcule o perímetro e a área de um setor circular de 30° e raio 2 cm.

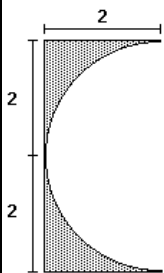
06. Determine a área de um círculo sabendo que a circunferência desse círculo tem comprimento igual a 15π cm.

07. Calcule a área hachurada na figura abaixo sabendo que o raio do círculo mede 2 cm.



08. A área da região hachurada vale:

- a) $12\pi - 2$ b) $16 - 2\pi$ c) $9 - \pi$ d) $8 - 2\pi$ e) $4 - \pi$

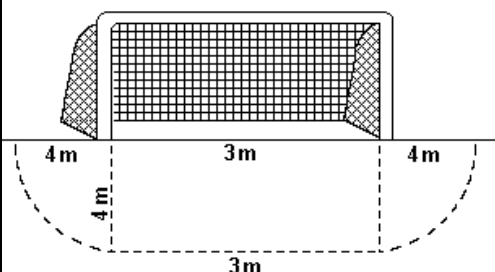


09. Na campanha eleitoral para as recentes eleições realizadas no país, o candidato de um determinado partido realizou um comício que lotou uma praça circular com 100 metros de raio. Supondo que, em média, havia 5 pessoas/m², uma estimativa do número de pessoas presentes a esse comício é de aproximadamente: (use $\pi = 3,14$)

- a) 78.500 b) 100.000 c) 127.000 d) 10.000 e) 157.000

10. No futebol de salão, a área de meta é delimitada por dois segmentos de reta (de comprimento de 11 m e 3 m) e dois quadrantes de círculos (de raio 4 m), conforme a figura. A superfície da área de meta mede, aproximadamente: (use $\pi = 3,14$)

- a) 25 m² b) 34 m² c) 37 m² d) 41 m² e) 61 m²



REVISÃO DE UNIDADES DE MEDIDAS

Sistema de unidades

Conheça as grandezas e unidades de medida adotadas no Brasil e no mundo.

Por muito tempo, o mundo usou medidas imprecisas, como aquelas baseadas no corpo humano: **palmo, pé, polegada, braça, côvado**. Isso acabou gerando muitos problemas, principalmente no comércio, devido à falta de um padrão para determinar quantidades de produtos.

Para resolver o problema, o Governo Republicano Francês, em 1789, pediu à Academia de Ciências da França que criasse um sistema de medidas baseado numa "constante natural". Assim foi criado o **Sistema Métrico Decimal**. Este sistema adotou, inicialmente, três unidades básicas de medida: o metro, o litro e o quilograma.

O sistema métrico decimal acabou sendo substituído pelo **Sistema Internacional de Unidades (SI)**, mais complexo e sofisticado. No Brasil, o SI foi adotado em 1962 e ratificado pela Resolução nº 12 de 1998 do Conselho Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (Conmetro), tornando-se de uso obrigatório em todo o Território Nacional.

Logo abaixo, você conhecerá as grandezas e suas unidades de medida. À direita da tabela, verá o símbolo da unidade e suas equivalências. No pé da página, confira os principais prefixos do sistema internacional.

Principais Unidades SI

Grandeza	Nome	Plural	Símbolo
comprimento	metro	metros	m
área	metro quadrado	metros quadrados	m ²
volume	metro cúbico	metros cúbicos	m ³
ângulo plano	radiano	radianos	rad
tempo	segundo	segundos	s
frequência	hertz	hertz	Hz
velocidade	metro por segundo	metros por segundo	m/s
aceleração	metro por segundo por segundo	metros por segundo por segundo	m/s ²
massa	quilograma	quilogramas	kg
massa específica	quilograma por metro cúbico	quilogramas por metro cúbico	kg/m ³
vazão	metro cúbico por segundo	metros cúbicos por segundo	m ³ /s
quantidade de matéria	mol	mols	mol
força	newton	newtons	N
pressão	pascal	pascals	Pa

trabalho, energia quantidade de calor	joule	joules	J
potência, fluxo de energia	watt	watts	W
corrente elétrica	ampère	ampères	A
carga elétrica	coulomb	coulombs	C
tensão elétrica	volt	volts	V
resistência elétrica	ohm	ohms	
condutância	siemens	siemens	S
capacitância	farad	farads	F
temperatura Celsius	grau Celsius	graus Celsius	°C
temp. termodinâmica	kelvin	kelvins	K
intensidade luminosa	candela	candelas	cd
fluxo luminoso	lúmen	lúmens	lm
iluminamento	lux	lux	lx

Algumas Unidades em uso com o SI, sem restrição de prazo

Grandeza	Nome	Plural	Símbolo	Equivalência
volume	litro	litros	l ou L	0,001 m ³
ângulo plano	grau	graus	°	p/180 rad
ângulo plano	minuto	minutos	'	p/10 800 rad
ângulo plano	segundo	segundos	''	p/648 000 rad
massa	tonelada	toneladas	t	1 000 kg
tempo	minuto	minutos	min	60 s
tempo	hora	horas	h	3 600 s
velocidade angular	rotação por minuto	rotações por minuto	rpm	p/30 rad/s

Massa	
1 QUILOGRAMA (kg)	1000 g
1 TONELADA (T)	1000 kg
1 QUILATE	0,205 g
1 ONÇA (oz)	28,352 g
1 LIBRA (lb)	16 oz
1 LIBRA (lb)	453,6 g
1 ARROBA	32,38 lb
1 ARROBA	14,687 kg
Distância	
1 METRO	100 cm
1 QUILÔMETRO (km)	1000 m
1 POLEGADA	2,54 cm
1 PÉ	30,48 cm
1 JARDA	0,914 m
1 MILHA	1,6093 km
1 MILHA MARÍTIMA	1,853 km

1 BRAÇA	2,2 m
Área	
1 M ²	10000 cm ²
1 CM ²	100 mm ²
1 ARE (A)	100 m ²
1 HECTARE (HA)	100 A
1 HECTARE (HA)	10000 m ²
1 ACRE	4064 m ²
1 ALQUEIRE PAULISTA	24200 m ²
1 ALQUEIRE MINEIRO	48400 m ²

Fonte: <http://www.portalchapeco.com.br/~jackson/medidas.htm>

VÍDEO DO YOU TUBE

Sistemas de medidas

<http://www.youtube.com/watch?v=ApesKqnUMks>

EXEMPLOS DE OBJETOS COM FORMA DE ESFERAS



**Trabalho interdisciplinar (matemática x arte x tema transversal)
em grupo.**

**Trabalho interdisciplinar entre matemática, arte e tema transversal
(sustentabilidade – reciclagem)**

Já pensou em montar sua própria festa? Com equipamentos irados e ter aquela festa na maior vibração com música eletrônica e tudo que tem direito? Então trabalho de construção de como fazer equipamentos para uma festa estilo balada, globo de pista de dança. Veja o vídeo de como fazer o famoso globo espelhados com CDs e assim você recicla o que pode ser utilizado mais uma vez e ajudam ao meio ambiente reciclando.

Os materiais que você vai precisar é de:

- Bola de isopor, a maior que você encontrar;
- CDs velhos;
- Pistola de cola quente ;
- Tesoura grande para cortar os CDs em quadradinhos do tamanho que preferir;
- A produção do globo de espelhos deixa por conta do vídeo, veja agora como fazer.

Vídeo: www.youtube.com/watch?v=5CR5S85Ahe8

FOTO:



OBS.: Sugestão fazer outro globo, porém com tampinha de latinha de alumínio.



EXERCÍCIO DE FIXAÇÃO E COMPLEMENTARES

1. Determine o volume de uma esfera cuja superfície tem área de 324π cm².

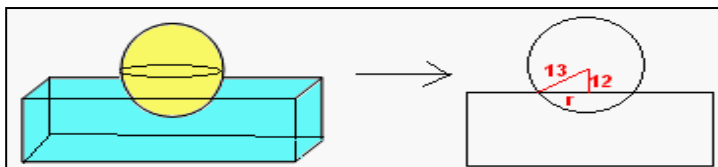
Solução. Utilizando a fórmula da área e do volume, temos:

$$\begin{cases} A_{\text{esfera}} = 4\pi r^2 \\ A_{\text{esfera}} = 324\pi \end{cases} \Rightarrow 4\pi r^2 = 324\pi \Rightarrow r^2 = \frac{324}{4} \Rightarrow r^2 = 81 \Rightarrow r = \sqrt{81} = 9\text{cm}$$
$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(9)^3 = \frac{4\pi(729)}{3} = 4\pi(243) = 972\pi\text{cm}^3$$

2. Uma bola de borracha, com 13 cm de raio, flutua sobre a água de uma piscina, afundando 1cm na mesma. Determine o raio da circunferência definida na superfície da água.

Solução:

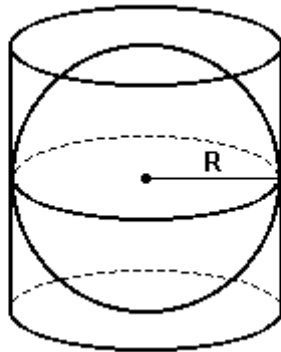
O raio pedido é o da secção determinada pelo plano da água que divide a esfera nas partes submersas e emersas. A vista frontal mostra um triângulo retângulo de hipotenusa 13 e cateto 12. Logo,



$$r = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5\text{cm}$$

- 3) Qual o volume de uma esfera de 30 cm de raio?
- 4) Uma esfera está inscrita num cubo cuja aresta mede 20 cm. Calcule a área da superfície esférica.
- 5) Tomando o raio da Terra 6400 km, calcule a área do “Globo” terrestre, em km^2 .
- 6) Calcule o volume de uma esfera de $100\pi \text{ cm}^2$ de área.
- 7) Determine a área de uma esfera, sendo $2304\pi \text{ cm}^3$ o seu volume.
- 8) Uma esfera tem $25\pi \text{ cm}^2$ de superfície. Em quanto devemos aumentar o raio para que a área passe a ser $64\pi \text{ cm}^2$?
- 9) Qual é a área total e o volume de um recipiente semi-esférico de raio 3 cm?
- 10) Determine o volume de uma esfera cuja superfície tem uma área de $324\pi \text{ cm}^2$.
- 11) Calcule o volume de uma esfera cuja superfície tem uma área de $144\pi \text{ cm}^2$.
- 12) Quantos brigadeiros (bolinhas de chocolate) de raio 0,5 cm podemos fazer a partir de um brigadeiro de raio 1 cm?
- 13) Determinar o diâmetro de um círculo cuja área é igual à superfície de uma esfera de raio r.
- 14) Determine o raio de uma esfera de superfície $36\pi \text{ cm}^2$.
- 15) Determinar a área e o volume de uma esfera de 58 cm de diâmetro.
- 16) Determinar o raio de uma esfera sendo $288\pi \text{ cm}^3$ o seu volume.
- 17) Determinar a medida da superfície e do volume de uma esfera, sabendo que o seu raio mede $\frac{1}{5}$ do raio de outra esfera cujo volume é $4500\pi \text{ cm}^3$.

18) (UfRS - 2001) A figura abaixo representa um cilindro circunscrito a uma esfera.



Se V_{esf} é o volume da esfera e V_{cil} é o volume do cilindro, então a razão $V_{\text{esf}} / V_{\text{cil}}$ é

a) $1/3$. b) $1/2$. c) 1. d) 2. e) 3.

19) (UfSC 2000) O volume, em cm^3 , de um cubo circunscrito a uma esfera de $16\pi \text{cm}^2$ de superfície é:

TRABALHO PARA CASA – VALENDO NOTA

Seria uma interdisciplinaridade com a Geografia, envolvendo o Globo Terrestre, propondo os seguintes questionamentos:

FONTE: Re: Fórum Temático II por JOSÉ CARLOS FERREIRA DA SILVA JUIZ DE FORA - sábado, 17 novembro 2012, 12:33

FOTO ILUSTRATIVA:



- Diâmetro equatorial: 12.756,28 km. Valor adotado em 1976 pela União Astronômica Internacional (UAI) e pela União de Geodésia e Geofísica Internacional (UGGI) após medições com equipamentos modernos.

FONTE: <http://www.cfh.ufsc.br/~pduarte/dadosterra.html>

FOTO DO GLOBO E VALOR DO DIÂMETRO ADAPTAÇÃO DE FLÁVIO DE AGUIAR.

- Qual é o volume total do planeta terra?
- Qual é a área da superfície terrestre coberta com água?
- Qual é a área do círculo definido pela linha do equador?
- Qual é a latitude e a longitude de uma localidade no planeta?
- Qual é a medida do ângulo equatorial do fuso horário terrestre?
- Com base nos fusos horários, quais são o correspondente dia e horário de uma localidade em relação à outra no globo terrestre?
- Que área do planeta corresponde a cada fuso horário?
- Localizar no globo a linha de mudança de data.
- Qual é a área da terra correspondente à zona tropical?
- Qual é a área da calota terrestre situada acima do Trópico de Câncer?

AVALIAÇÃO

- O aluno deverá reconhecer problemas que envolva conceitos de geometria plana (círculo) e de geometria espacial (esfera);
- Mostrar que os alunos são capazes de definir os conceitos através das interpretações geométricas;
- Identificar e produzir exemplos;
- Avaliar a capacidade do aluno em usar as informações e se conseguem aplica-las em exercícios que requeiram uma visão espacial;
- A avaliação deve analisar a predisposição dos alunos em face desse conteúdo matemático e o modo como a valorizam.
- Capacidade de contextualizar o conteúdo de geometria espacial/esfera;

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

- Dante, Luiz Roberto ,Matemática, volume único: 1ª ed.-São Paulo : Ática ,2005.
- Roteiro de Ação 5 – Esferas – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 4º bimestre/2012 – <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/> acessado em 11/2012.
- http://www.mat.uel.br/geometrica/php/gd_t/gd_15t.php.
- <http://www.colegioweb.com.br/matematica/secao-da-esfera.html>.
- <http://www.matematiques.com.br/conteudo.php?id=554>.
- <http://www.cfh.ufsc.br/~pduarte/dadosterra.html>.
- Re: Fórum Temático II por JOSÉ CARLOS FERREIRA DA SILVA JUIZ DE FORA - sábado, 17 novembro 2012, 12h33min.
- <http://www.historiadetudo.com/bola.html>.