

**FORMAÇÃO CONTINUADA EM
MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ/ CONSÓRCIO CEDERJ**

**MATEMÁTICA – 2º ANO- 4º BIMESTRE DE
2012**

PLANO DE TRABALHO SOBRE ESFERAS

TAREFA 2

GRUPO 3

CURSISTA: RENATA SIQUEIRA REIS

TUTORA: ANA PAULA S. MUNIZ

SUMÁRIO

- INTRODUÇÃO
- DESENVOLVIMENTO
- AVALIAÇÃO
- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

INTRODUÇÃO

As esferas são mostradas aos alunos a partir de aproximações do cotidiano, como, por exemplo, bolas de todos os tipos.

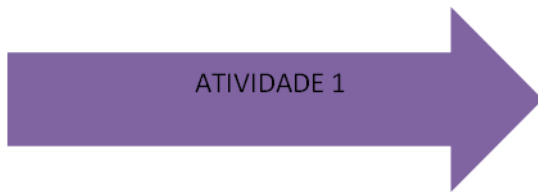
A partir daí, inicia-se uma série de definições e modelos matemáticos para calcular a área e o volume da esfera.

A fim de que os alunos construam o conhecimento desse conteúdo acima citado de modo contextualizado, vamos começar a abordagem mostrando a relação entre a esfera e a arte.

A maior dificuldade dos alunos, como dito anteriormente, relaciona-se à interpretação do problema proposto e não, necessariamente, à aplicação dos conceitos matemáticos.

Para amenizar esta situação, algumas situações-problema serão discutidas juntamente com os alunos, em sala de aula.

DESENVOLVIMENTO



- **HABILIDADE:** Identificar uma esfera como modelo matemático e diferenciá-la de outros corpos redondos como o cone e o cilindro.
- **PRÉ-REQUISITO:** interpretação de texto e dominar nomenclaturas básicas de matemática
- **DURAÇÃO:** 1 aula de 50 minutos
- **RECURSOS:** data show
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** semicírculo
- **OBJETIVOS:** mostrar que a arte e a Matemática estão sempre juntas e permitir que os alunos percebam diferenças entre os corpos redondos.
- **METODOLOGIA:** apresentar aos alunos as figuras de Escher e responder, oralmente, às questões propostas.

1- Observe as figuras de Escher:



“Mão com esfera que reflete”



“Superfície esférica com peixe”

2- Responda:

“O que existe em comum entre estes objetos, de forma que podemos rapidamente identificá-los como esferas?”

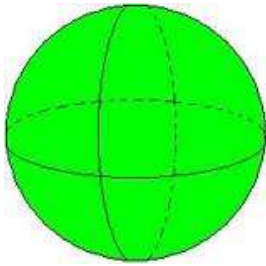
Para responder a essa pergunta, veremos que é possível induzir os alunos à ideia de que a esfera possui um *centro*. Tal ponto de referência (como, por exemplo, o núcleo da Terra) é o início de nosso caminho à definição de esfera. O próximo passo é fazer os alunos se conscientizarem de que um segmento de reta ligando o centro a um ponto qualquer da superfície esférica (a “casca”) tem uma medida constante, nos dará o raio da esfera. É isto que nos dá a regularidade e simetria que citamos com tanta frequência ao falarmos da esfera. É o fato de que qualquer ponto da esfera tem distância igual a um valor fixo, positivo, de um centro, que nos proporciona *a mesma visão do sólido*, sob qualquer ponto de vista.

Assim, chegamos a uma definição concisa: se considerarmos um ponto P no espaço e um número real $r > 0$, sendo $d(X, P)$ a distância entre um ponto X e o ponto P , a **esfera com centro P e raio r** , $E(P, r)$, pode ser escrita, de modo preciso, da seguinte maneira:

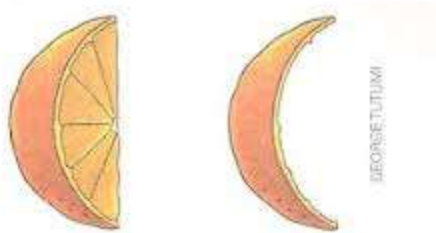
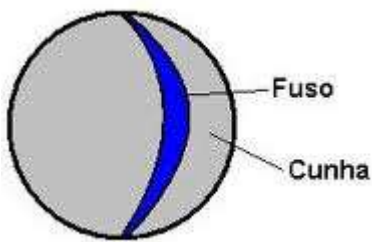
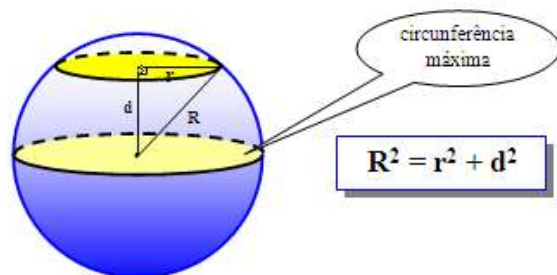
$$E(P, r) = \{X; d(X, P) \leq r\}$$

Após apresentação das figuras de Escher e definição da circunferência, mostro aos alunos diversos modelos de “bolas” (futebol, voleibol, handbol, ping-pong, frescobol...).

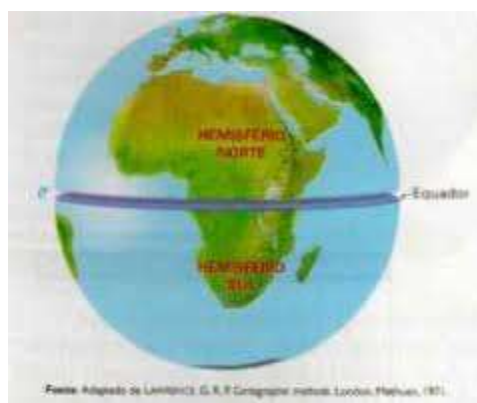
A seguir, desenho uma esfera em 3D no quadro e faço as linhas principais, mostrando a relação com a Geografia:



- Linha do Equador
- Paralelos
- Greenwich
- Fusos
- Calotas



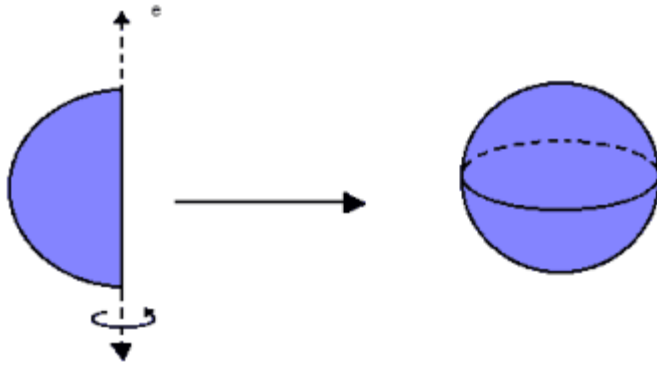
E, ainda, o que os alunos gostam muito, a explicação da origem do nome hemisfério, metade da esfera, fazendo, também, a relação com o norte e o sul, suas diferenças climáticas e outras observações.





ATIVIDADE 2

- **HABILIDADE:** Identificar uma esfera como modelo matemático e diferenciá-la de outros corpos redondos como o cone e o cilindro.
- **PRÉ-REQUISITO:** ponto, reta, círculo e semi-círculo
- **DURAÇÃO:** 1 aula de 50 minutos
- **RECURSOS:** cartolina ou Eva, palito de churrasco e cola
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** em duplas, propiciando trabalho organizado e colaborativo
- **OBJETIVOS:** Apresentar a esfera como um sólido de revolução a partir da rotação de uma região circular em torno de um eixo.
- **METODOLOGIA:** apresentar aos alunos a figura do semicírculo colado ao palito de churrasco e girá-lo, rapidamente, mostrando-os o “surgimento” da esfera.
- **DESCRIPTORIOS ASSOCIADOS:** H04 – Reconhecer prismas, pirâmides, cones, cilindros e esferas por meio de suas principais características.



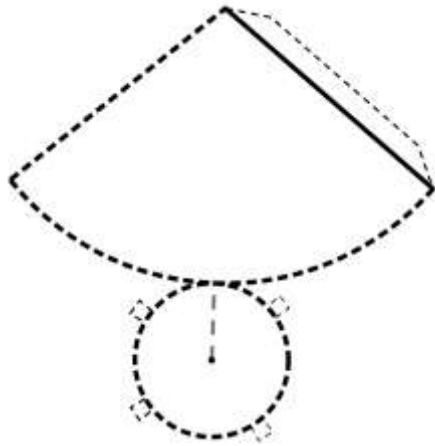
- 1- Que figura está sendo apresentada?
- 2- Quando esta figura é girada, que figura “aparece”?
- 3- Qual o nome da linha que está colada no palito de churrasco?
- 4- Qual a relação dessa linha com o raio da esfera?
- 5- Qual a distância entre o extremo mais longe do palito e o palito?



ATIVIDADE 3

- **HABILIDADE:** calcular o volume da esfera a partir do volume do cone
- **PRÉ-REQUISITO:** volume do cone
- **DURAÇÃO:** 1 aula de 50 minutos
- **RECURSOS:** Folha de atividades, folhas com as cópias das planificações, cartolina, lápis, cola, régua, tesoura, bola de isopor de raio 10 cm, arroz.
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Turma disposta em grupos de 3 a 4 alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.
- **OBJETIVOS:** Trabalhar o conceito de volume da esfera a partir da comparação com o volume de outros sólidos geométricos já conhecidos.
- **METODOLOGIA:** apresentar aos alunos a figura do semicírculo colado ao palito de churrasco e girá-lo, rapidamente, mostrando-os o “surgimento” da esfera.
- **DESCRIPTORIOS ASSOCIADOS:** H25 - Resolver problemas envolvendo noções de volume.

- 1- Recorte, monte e cole a planificação que você recebeu, exceto a base.



- 2- Que sólido você construiu?
- 3- Com o auxílio de uma régua, meça a altura e o raio da base do cone construído. Que valores você encontrou?
- 4- Agora, meça o raio da semi-esfera. Que valor você encontrou?
- 5- O que podemos afirmar em relação à medida da altura do cone, do raio de sua base e do raio da semi-esfera? Eles são iguais? Discuta com os seus colegas.
- 6- Os alunos deverão perceber que a altura do cone, o raio de sua base e o raio da semi-esfera possuem a mesma medida.
- 7- Vamos encher a semi-esfera com o arroz? Para isso, utilize o cone, enchendo-o e despejando o seu conteúdo na semi-esfera, até completá-la. Quantas vezes você repetiu este processo?
- 8- Se tivéssemos uma esfera inteira, seriam necessários _____ cones para enchê-la.
- 9- O que podemos afirmar sobre o volume da esfera em relação ao volume do cone?
- 10- Você lembra a fórmula do volume do cone? Vamos escrevê-la?

- 11- E como ficaria a fórmula do volume da esfera, a partir do que você descobriu no item 8? Tente escrevê-la em função do raio r da esfera, já que a altura h do cone é igual a este raio, ou seja, $h = r$.
- 12-Agora que você já sabe como calcular o volume da esfera, diga qual é o volume da semi-esfera que você recebeu? Use a medida do raio que você encontrou no item 4.
- 13- E se for uma esfera inteira, qual seria o volume?
- 14- Calcule também o volume do cone que você montou. Que valor você encontrou? É o mesmo que o de seu colega?

Exercícios propostos

- 1- Quantos litros de gás pode conter um reservatório industrial em formato esférico e com raio interno 2m?
- 2- Um suco é vendido em saquinhos plásticos esféricos, cada qual com diâmetro de 10,5 cm. Supondo que cada saquinho está totalmente cheio, quantos litros de suco são ingeridos ao se beber todo o conteúdo de dois desses saquinhos? Use a aproximação $\pi = 3,1$



ATIVIDADE 4

- **HABILIDADE:** calcular a área da esfera a partir da área de outras figuras espaciais.
- **PRÉ-REQUISITO:** volume da esfera e volume da pirâmide
- **DURAÇÃO:** 1 aula de 50 minutos
- **RECURSOS:** Folha de atividades, papel A4, bola de isopor de diâmetro 250mm, régua, lápis.
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Turma disposta em grupos de 3 a 4 alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.
- **OBJETIVOS:** Trabalhar o conceito de área da superfície esférica a partir da idéia de volume de esfera e do volume de outros sólidos geométricos já conhecidos.
- **METODOLOGIA:**

DESCRITORES ASSOCIADOS:

- H24 - Resolver problemas envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).
- H25 - Resolver problemas envolvendo noções de volume.

1) Imagine que você irá montar uma pequena fábrica de bolas de futebol e precisa saber quanto de tecido (neste caso, couro) é gasto na fabricação de uma bola. Você tem algum palpite? Troque uma ideia com seu colega.

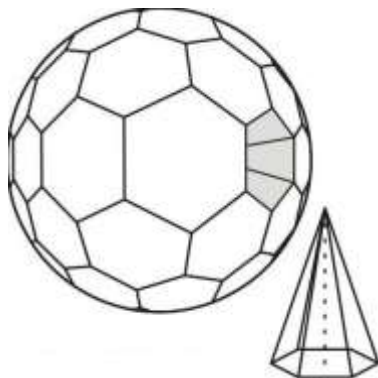
2) Vamos fazer uma estimativa da quantidade de couro necessária para fabricar uma bola? Para isso, usaremos uma bola de isopor do tamanho aproximado de uma bola de futebol. Pegue as folhas de papel A4 e cubra toda a bola, de forma que fique o mais perfeito possível e gaste a menor quantidade de papel.

3) Com uma régua, meça o comprimento e a largura do papel gasto e, em seguida, calcule sua área. Quanto de papel você precisou?

Caso os alunos tenham dificuldades em calcular a área do papel A4 utilizado, lembre-os que se trata de um retângulo, cuja área é dada por

$$A = bh$$

4) Imagine que a superfície de uma bola de futebol é composta por uma infinidade de hexágonos e seu interior não é oco. Fatiaremos a bola, de forma a obter pirâmides cujas bases formam a superfície esférica e os vértices se encontram no centro da esfera, como mostra a figura a seguir.



5) Como podemos escrever a área da superfície da esfera em função da área dos polígonos que a compõem?

6) E quanto ao volume da esfera, como podemos escrevê-lo em função do volume dos sólidos que a compõem?

7) Você lembra como é a fórmula do volume da pirâmide? Converse com seus colegas e escreva-a.

8) Observe novamente a figura do item 4. O que podemos afirmar quanto à altura da pirâmide? Não esqueça que cada pirâmide tem como vértice o centro da bola e a base compõe a superfície esférica.

9) Então, como podemos escrever a fórmula do volume da pirâmide em função do raio da esfera?

10) Agora que você já sabe que o volume da esfera é igual à soma do volume das n pirâmides, tente reescrevê-lo em função do raio da esfera.

11) Com as respostas obtidas nos itens 5 e 11, reescreva o volume da esfera.

12) Você já sabe calcular o volume da esfera, correto? Qual é a fórmula para este cálculo?

13) O que podemos afirmar sobre o volume da esfera, considerando os itens 12 e 13? Existe alguma relação nas respostas dadas nestes itens?

14) E a que conclusão podemos chegar quanto a área da esfera?

15) Agora que você já sabe como calcular a área da superfície esférica, e considerando , preencha a tabela abaixo.

Exercício Proposto

- 1- Uma indústria recebeu uma encomenda para a confecção de 5000 bolinhas de pingue-pongue. O plástico usado na confecção das bolinhas custa R\$ 5,00 o m^2 . Se o diâmetro de uma bolinha é de 3 cm, qual é o custo da indústria com o material para essa encomenda? Vamos usar 3,14 como aproximação de π .

AVALIAÇÃO

A avaliação tem por objetivo julgar até que ponto os ensinamentos do professor foram cumpridos, estando intimamente ligados à aprendizagem dos alunos.

Além disso, ela também deve revelar os itens que não foram compreendidos a fim de que sejam corrigidos.

Para isso, sugerimos que ao fim de cada atividade, seja proposta um problema, no valor de 1,0 ponto cada, para verificar, passo a passo, o acompanhamento dos alunos.

Avaliação para a Atividade 1:

Pesquise a utilização de esferas para composições artísticas, como mostradas por Escher

Avaliação para a Atividade 2:

Propor que os alunos construam mais algumas bandeirinhas e planificações para modelarem outros sólidos de revolução.

Essa tarefa deverá ser realizada em dois grupos de alunos e com divisão das ações a serem desenvolvidas: um grupo fica responsável pela elaboração e confecção das bandeirinhas e planificações, o outro pela elaboração dos procedimentos para as atividades e da confecção dos modelos.

Depois, os dois grupos devem trocar as ações para a elaboração e para a confecção do material.

Avaliação para a Atividade 3:

Usar o roteiro de ação 3

Avaliação para a Atividade 4:

Usar o roteiro de ação 5

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BRASIL. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Básica (SEB). **Orientações Curriculares do Ensino Médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias, volume 2.** Brasília: MEC/SEB, 2006.
- IEZZI et al. **Matemática: ciência e aplicações. v.2. 6.ed.** São Paulo: Saraiva, 2010.
- PAIVA, Manoel. **Matemática. v. 3. São Paulo: Moderna, 2009.**
- IEZZI, Gelson e outros. **Matemática: Ciência e Aplicações. V.2. São Paulo: Saraiva, 2010.**
- ROTEIROS DE ACAO – Sistemas– Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do
Ensino Medio – 4º bimestre/2012
- http://pt.wikipedia.org/wiki/Bola_de_futebol, visitado em 22/08/2012, as 15:18.
- obaricentrodamente.blogspot.com.br/2011/09/area-da-superficie-esferica-partir-de.html