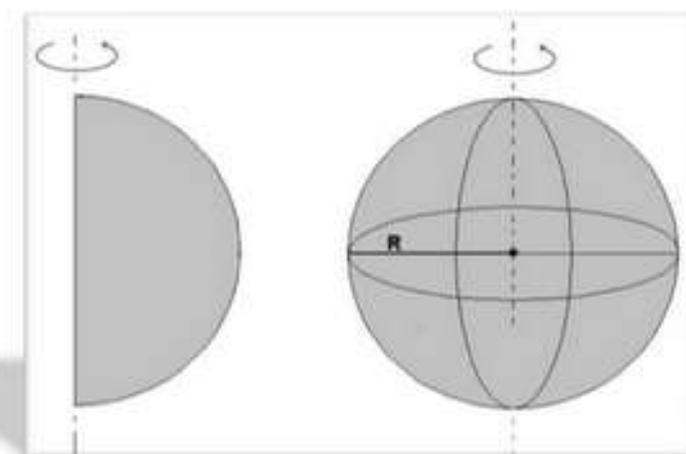


# Formação Continuada em Matemática Fundação Cecierj/consórcio CEDERJ

Matemática 2ºAno-4º Bimestre/2012

PLANO DE TRABALHO 2

## ESFERA



Cursista: Werbert Augusto Coutinho

Tutor(a): Silvana Ribeiro Lima Cavalcante de Araujo

Grupo: 8

SUMÁRIO

Introdução .....	3
Desenvolvimento .....	4
Anexo.....	15
Avaliação.....	19
Referências Bibliográficas .....	20

INTRODUÇÃO

Este Plano de Trabalho tem como objetivo, apresentar a esfera como um sólido de revolução a partir da rotação de uma região circular em torno de um eixo. Além de trabalhar o conceito de área da superfície esférica, analisando as respectivas unidades, assim como, trabalhar o conceito de volume da esfera a partir da comparação com o volume de outros sólidos geométricos já conhecidos e a partir daí resolver problemas envolvendo o volume da esfera.

Muitos alunos encontram dificuldades para compreender a Terra como uma superfície esférica e as consequências disso – as fases da Lua, as estações do ano, os fusos horários e etc.. Fica evidente a falta de percepção a respeito da Geometria esférica, parte essencial da Matemática e conseqüentemente do mundo que vivemos (planeta Terra). A grande realidade é que a Geometria é deixada em segundo plano e entre muitas razões está a falta de atrativo, tanto para alunos quanto para professores, pois para ensinar é preciso saber.

Com o intuito de atingir os objetivos traçados serão desenvolvidos alguns procedimentos, tais como: a introdução do assunto utilizando questionamentos a respeito do planeta Terra. Dando início ao estudo da esfera. Após essa introdução e ao longo das aulas serão utilizados alguns recursos tecnológicos (vídeos, programa de geometria dinâmica Geogebra). Além de bolas e uma lanterna chinesa de formato esférico , assim como, texto de referência e exercícios contextualizados.

## Desenvolvimento / Atividades

### Atividade 1

- Habilidade relacionada: Reconhecer prismas, pirâmides, cones, cilindros e esferas por meio de suas principais características.
- Pré-requisitos: Ponto, reta, círculo e semicírculo.
- Tempo de Duração: 100 minutos.
- Recursos Educacionais Utilizados: Data show, notebook ( com programa de geometria dinâmica Geogebra instalado e com os arquivos “Esfera de revolução.ggb” Roteiro de Ação 1 AR1), bola de ping-pong, bola de gude, bolas de isopor(ocas e sólidas), bola de futebol, lanterna chinesa (foto anexo 1), quadro, texto base, livro didático.
- Organização da turma: individual ou em grupo.
- Objetivo: Apresentar a esfera como um sólido de revolução a partir da rotação de uma região circular em torno de um eixo.
- Metodologia adotada: Como introdução ao estudo da esfera será feito um questionamento inicial sobre o planeta Terra. (pode ser passado no quadro ou datashow). Após essa introdução, será passada no quadro a definição de esfera e com auxílio do datashow, a simulação do programa “Esfera de revolução.ggb” Roteiro de Ação 1 AR1, para que os alunos possam compreender a esfera como sólido de revolução, a partir da rotação de um semicírculo em torno de um eixo que passa pelo centro. Como fixação também será manipulado pelos os alunos uma lanterna chinesa de formato esférico (foto anexo 1) para que possam entender melhor essa rotação. A seguir serão distribuídas algumas bolas (bola de gude e de ping-pong), para que os alunos possam compreender a diferença entre esfera e superfície esférica.

# ESFERA

## INTRODUÇÃO

Você sabia que:

- ✓ Três quartos da superfície da Terra são cobertos de água?
- ✓ A linha do equador mede, aproximadamente, 40 000 km?



Pense agora nas seguintes questões relativas ao planeta Terra:

Qual é o seu volume e qual a área de sua superfície?

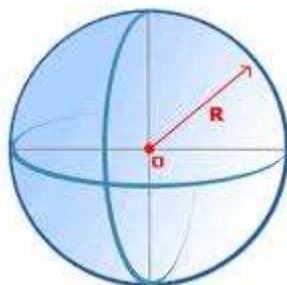
Qual é a área coberta de água (em quilômetros quadrados) em sua superfície?

## **Definição de esfera**

Vários objetos do dia a dia têm forma esférica. Para estudar essa forma, vamos analisar o sólido denominado esfera.



Considerando um ponto  $O$  do espaço e um número real e positivo  $R$ , chamamos de **esfera de centro  $O$  e raio  $R$**  o sólido formado por todos os pontos do espaço cujas distâncias ao ponto  $O$  sejam menores ou iguais a  $R$



Considerando a definição acima, temos:

- ✓ O conjunto dos pontos do espaço cujas distâncias ao ponto  $O$  são **menores** que  $R$  é chamado de **interior** da esfera;
- ✓ O conjunto dos pontos do espaço cujas distâncias ao ponto  $O$  são **iguais** a  $R$  é chamado de **superfície esférica**;
- ✓ O conjunto dos pontos do espaço cujas distâncias ao ponto  $O$  são **maiores** que  $R$  é chamado de **exterior** da esfera.



Uma bolinha de gude é maciça, sugerindo a ideia de esfera.



Uma bolinha de pingue-pong é oca, sugerindo a ideia de superfície esférica.

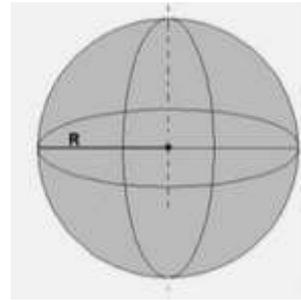
## Desenvolvimento / Atividades

### Atividade 2

- Habilidade relacionada: Resolver problemas envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).
- Pré-requisitos: Comprimento da circunferência, diâmetro, raio, círculo e semicírculo.
- Tempo de Duração: 100 minutos.
- Recursos Educacionais Utilizados: quadro, texto base com exercícios, livro didático.
- Organização da turma: individual ou em grupo.
- Objetivos: Trabalhar o conceito de área da superfície esférica; Interpretar a fórmula da superfície esférica analisando as respectivas unidades.
- Metodologia adotada: Inicialmente voltarei ao questionamento de introdução do estudo da esfera (qual a área de sua superfície da Terra?), em seguida será passado no quadro à fórmula para achar a área da superfície esférica, seguido de exemplos e exercícios com o intuito de fixar o conteúdo (em grupo).

## Área da superfície esférica

Na figura ao lado estão desenhados três círculos Máximos. A área da superfície esférica é dada pela quádrupla da área de um dos círculos máximos, ou seja:



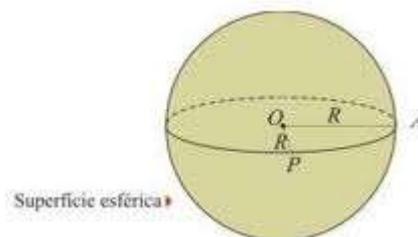
$$A = 4\pi R^2$$

Exemplos:

1- Se o raio de uma esfera é 9 cm, a área da superfície será:

$$R = 9 \text{ cm}$$

$$A = 4\pi R^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot (9 \text{ cm})^2 = 1017,36 \text{ cm}^2$$



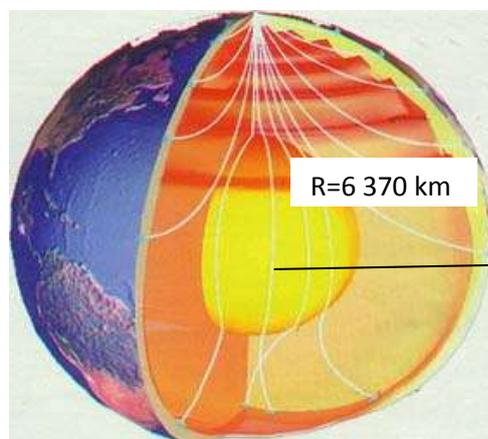
2- Sabe-se que o valor aproximado do raio da Terra é de 6 370 km, calcule a área de sua superfície.

- A área da superfície esférica é dada por:

$$A_e = 4\pi R^2$$

$$A_e = 4 \cdot 3,14 \cdot (6\,370 \text{ km})^2$$

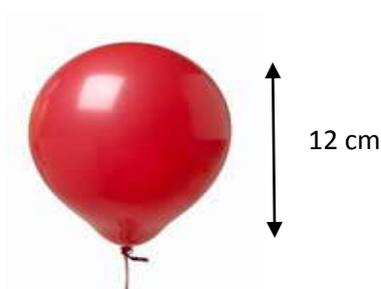
$$A_e \cong 509\,650\,000 \text{ km}^2$$



ou

$$A_g \cong 5 \cdot 10^8 \text{ km}^2$$

3- Quantos metros quadrados de plástico aproximadamente são gastos para fazer o balão da figura a baixo?



$$A_g = 4\pi r^2$$

$$A_g = 4 \cdot 3,14 \cdot (0,12 \text{ m})^2$$

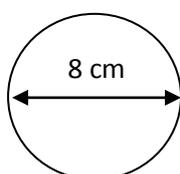
$$A_g \cong 0,045216 \text{ m}^2$$

### ATIVIDADES DE FIXAÇÃO

1) O ingrediente básico das bolas de tênis é a borracha. No primeiro passo, a borracha é prensada em moldes e ganha o formato de uma concha. Sua superfície externa é revestida com feltro, um tecido formado por nylon e lã amarela. A bola deve ter um diâmetro aproximado de 6,5 cm e um peso maior que 56,7 g e menor que 58,5 g. Uma fábrica deseja produzir 100 bolas com essas medidas. Quantos metros de feltro serão necessários para produzir essas bolas? (não houve perda de material)



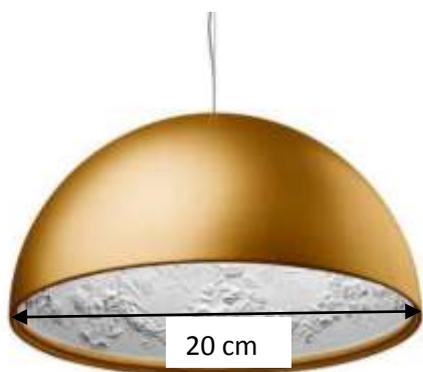
2) Uma laranja tem a forma e a medida da figura abaixo. Qual é a área aproximada da casca dessa laranja?



3) Uma bola de basquete para todas as competições masculinas em todas as categorias, a circunferência da bola deverá ter aproximadamente 75 cm e deverá pesar entre 567 g 650 g. A partir dessas informações calcule a superfície esférica da bola de basquete.



4) O abajur a abaixo tem 20 cm de diâmetro. Qual é a área da superfície desse abajur?



5) Sabendo que a área  $A$  de uma esfera de raio  $r$  é dada por ,  $4\pi R^2$ .

(a) Ache a área de uma esfera cujo raio mede 30 cm.

(b) Ache o raio da esfera cuja área é de 150 .

## **Desenvolvimento / Atividades**

### **Atividade 3**

- Habilidade relacionada: Resolver problemas envolvendo o volume da esfera.

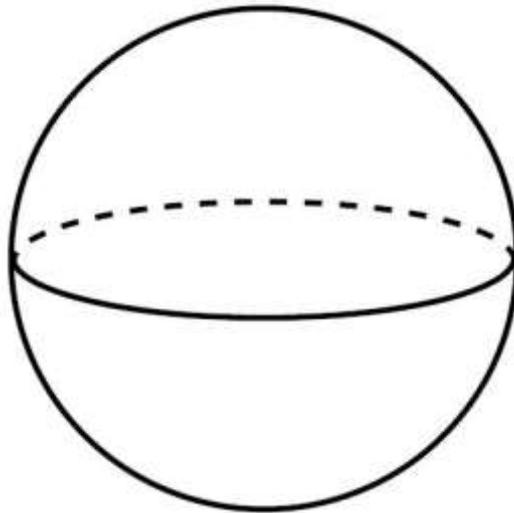
 Pré-requisitos: Volume do Cone

- Tempo de Duração: 200 minutos.
- Recursos Educacionais Utilizados: Data show, notebook, Vídeo 3,2,1- mistério, Roteiro de Ação 2- anexo 2, quadro, folha de atividades, folhas com as cópias das planificações, cartolina, lápis, cola, régua, tesoura, bola de isopor de raio 10 cm, bolinhas de isopor , texto base com exercícios, livro didático.
- Organização da turma: Turma disposta em grupos de 4 alunos.
- Objetivo: Trabalhar o conceito de volume da esfera a partir da comparação com o volume de outros sólidos geométricos já conhecidos.
- Metodologia adotada: Como introdução ao estudo do volume da esfera, será passado um vídeo com aproximadamente 10min., chamado “3,2,1- mistério” - <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/midia:video>. Após esse vídeo, será desenvolvida atividade em grupo (4 alunos), Roteiro de Ação 2, para que os alunos possam deduzir o volume da esfera a partir do volume do cone. Em seguida será passado no quadro a formula do volume da esfera e alguns exemplos (2). Quando as duvidas forem

sanadas, será passada uma lista de exercícios com o intuito de fixar o conteúdo (em grupo)

### Volume da esfera

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$



Exemplos:

1- Qual é o volume da Terra sabendo que seu raio é de aproximadamente 6.370 km?



$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (6\,370\text{km})^3 \cong 1,08 \cdot 10^{12}\text{km}^3$$

2- Uma determinada indústria petroquímica construiu alguns tanques de armazenamento para gás butano. Cada tanque tem capacidade para  $3000m^3$  de gás. Calcule aproximadamente o raio do tanque.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 3000m^3$$

$$R^3 \cong \frac{3000}{\frac{4}{3}\pi}$$

$$R \cong 9$$



### ATIVIDADES DE FIXAÇÃO

1) Um reservatório de forma esférica (figura abaixo) tem 3m de raio. Para encher totalmente esse reservatório são necessárias 10 horas. Nessas condições, o reservatório recebe água na razão de quantos metros cúbicos por hora?



2) O professor de educação física do C. E. Prof. Francisco Portugal Neves pediu para um aluno encher a bola de futebol que estava vazia. O aluno voltou e perguntou para o professor qual era a capacidade de volume da bola. O professor respondeu que não sabia, mas iria olhar na embalagem da bola. Porém na embalagem só tinha a seguinte informação, “diâmetro mede 18cm”. Vamos ajudar o aluno a descobrir?



3) Determine o raio de um globo terrestre (figura abaixo) cuja área da superfície é  $36\pi cm^2$ . Qual é o volume desse globo?



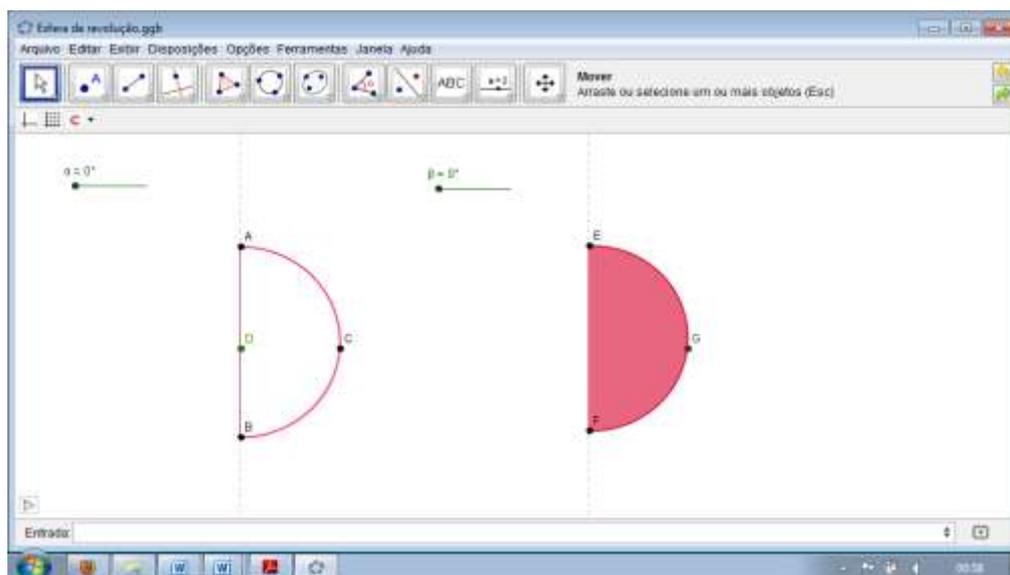
4) Calcule o volume de uma esfera de raio  $\sqrt[3]{\pi}$  cm.

5) A razão entre o volume e a área de uma esfera é igual a 3m. Calcule o volume da esfera.

Desafio:

- ❖ Determinar o diâmetro de uma esfera obtida da fusão de duas esferas de 10cm de diâmetro.
- ❖ Uma bola de ouro de raio  $r$  se funde transformando-se em um cilindro de raio  $r$ . Determinar a altura do cilindro.

# Anexo 1



## Anexo 2

### Roteiro de Ação 2

Nomes: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

1) Recorte, monte e cole a planificação que você recebeu do seu professor. Não cole a base!

2) Qual o nome do sólido geométrico você construiu?

\_\_\_\_\_

3) Com o auxílio de uma régua, meça a altura e o raio da base do cone construído. Que valores você encontrou?

a) \_\_\_\_\_ Altura: \_\_\_\_\_

b) Raio da base: \_\_\_\_\_

4) Agora, meça o raio da semi-esfera. Que valor você encontrou?

\_\_\_\_\_

5) O que podemos afirmar em relação à medida da altura do cone, do raio de sua base e do raio da semi-esfera? Eles são iguais? Discuta com os seus colegas. Escreva suas impressões.

\_\_\_\_\_

6) Vamos encher a semi-esfera com as bolinhas de isopor? Para isso, utilize o cone, enchendo-o e despejando o seu conteúdo na semi-esfera, até completá-la. Quantas vezes você repetiu este processo?

\_\_\_\_\_

7) Se tivéssemos uma esfera inteira, seriam necessários \_\_\_\_\_ cones para enchê-la.

8) O que podemos afirmar sobre o volume da esfera em relação ao volume do cone?

---

---

9) Você lembra a fórmula do volume do cone? Vamos escrevê-la?

---

10) E como ficaria a fórmula do volume da esfera, a partir do que você descobriu no item 8? Tente escrevê-la em função do raio  $r$  da esfera, já que a altura  $h$  do cone é igual a este raio, ou seja,  $h = r$ .

---

---

---

11) Agora que você já sabe como calcular o volume da esfera, diga qual é o volume da semi-esfera que você recebeu? Use a medida do raio que você encontrou no item 4.

---

---

12) E se for uma esfera inteira, qual seria o volume?

---

13) Calcule também o volume do cone que você montou. Que valor você encontrou? É o mesmo que os dos outros grupos?

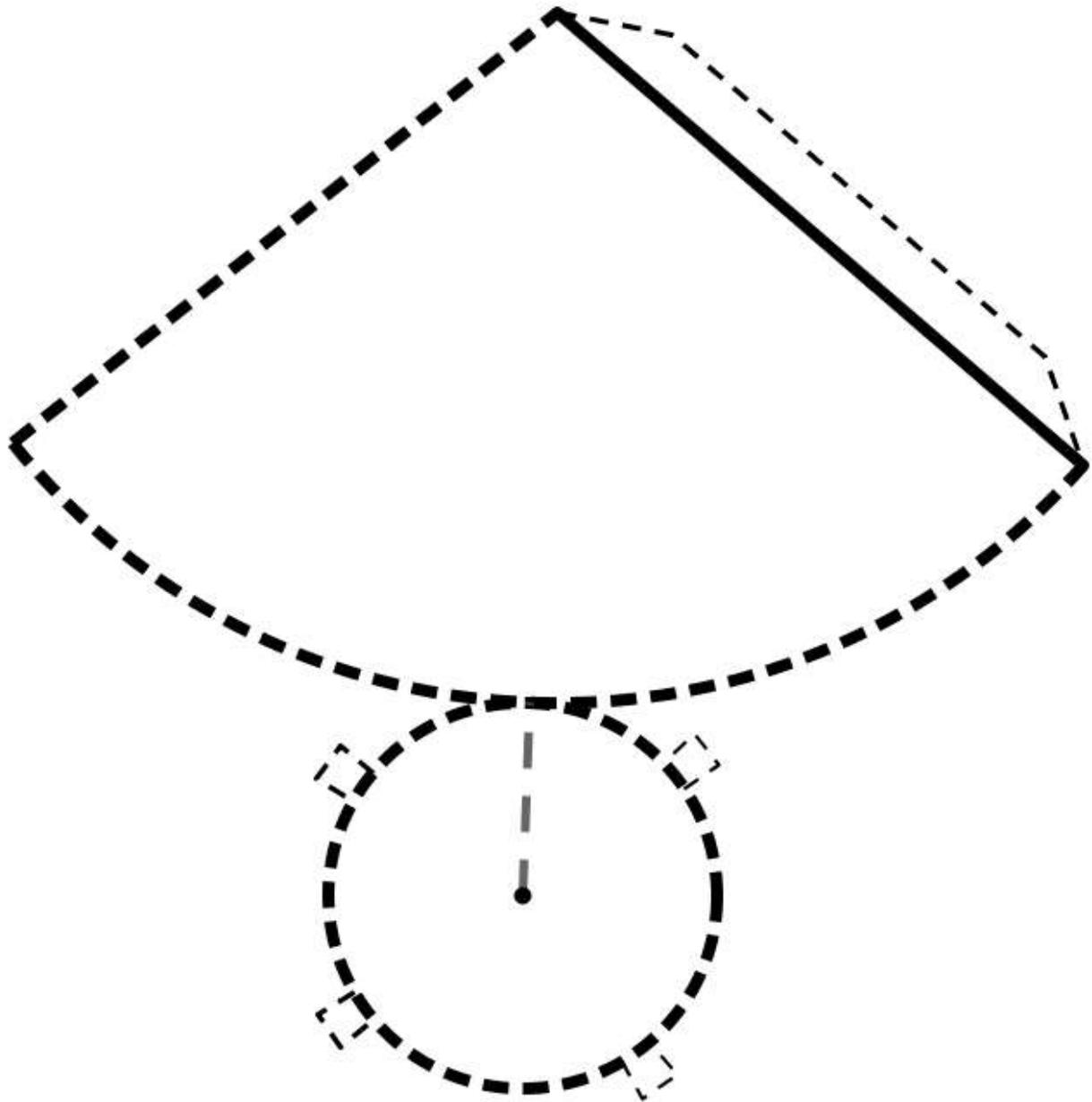
---

---

14) Vamos preencher a tabela abaixo com as informações que você obteve nos itens anteriores?

Sólido	Raio	Volume
Cone		
Esfera		

Observação: O tamanho do cone (raio e altura) deverá ser de acordo com o tamanho (raio 10 cm) da semiesfera de isopor.



## **Avaliação**

A avaliação será feita de forma individual por meio de observações e ao final de cada conteúdo proposto, serão desenvolvidas atividades em grupo para verificar a fixação dos conteúdos.

## Referências Bibliográficas

- ROTEIROS DE AÇÃO –Esfera– Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2o ano do Ensino Médio – 4º bimestre/2012
- PAIVA, Manuel. **Matemática Paiva** 2o Ano– 1º Edição – São Paulo: Moderna, 2009. Páginas 252 a 262.
- DANTE, Luiz Roberto. **Matemática** Contexto & Aplicações Volume. Único- 1º Edição- São Paulo: Ática, 2001. Páginas 472 a 475
- OBRA Coletiva. Conexões com a Matemática Volume 2- 1º Edição- São Paulo: Moderna, 2010. Páginas 221 a 226.
- MARQUEZE, P. As fases dos sólidos Platônicos na superfície esférica: Uma proposta para o ensino-aprendizagem de noções básicas de geometria esférica. 2006. 187 f. Dissertação (mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. 2006.
- Endereços eletrônicos acessados de 14/11/2012 a 25/11/2012, citados ao longo do trabalho:

<http://m3.ime.unicamp.br/recursos/midia:video>

<http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/>

<http://www.brasilecola.com/matematica/esfera.htm>



