Formação Continuada em Matemática
Fundação CECIERJ/CEDERJ

Matemática – 2º ano – 4º Bimestre/2012
PLANO DE TRABALHO 1

SISTEMAS LINEARES

Tarefa 1

Cursista: Aline Gabry Santos
Tutor: Paulo Alexandre Alves de Carvalho

SUMÁRIO

Introdução.. 3

Desenvolvimento.. 4

Avaliação... 24

Bibliografia.. 25

INTRODUÇÃO

Como professor temos todos enfrentado diversos problemas em nossa prática diária, porém o maior deles diz respeito a conseguir a atenção dos alunos para o conteúdo abordado.

Aquela “velha” aula do conteúdo aos exercícios já não é mais suficiente para atrair a atenção dos alunos (ou nunca foi). Podemos perceber que a cada ano que passa menos alunos têm interesse por esse tipo de aula. Por isso proponho este plano de estudo, cujo objetivo é facilitar o acesso aos alunos e, consequentemente, uma melhor aquisição e construção do conhecimento por parte deles.

A resolução de sistemas de equações lineares é um problema muito sério para a maioria dos alunos.

Diversas situações-problema podem ser representadas por um sistema de equações. Desta forma, este será o ponto de partida para a abordagem deste conteúdo.

Neste Plano de Trabalho será abordada uma forma que priorize a construção do aluno em torno do conceito, passando por um reforço na resolução de sistemas simples (facilmente resolvido pelos métodos aprendidos no ensino fundamental) até sistemas mais complexos (que dependem do escalonamento para se encontrar a solução mais rápido).

Convém aqui, destacar, que todos os comentários formatados em verde são para orientar a prática docente (como comentários e resoluções).

DESENVOVIMENTO

Atividade 1

HABILIDADE RELACIONADA: H114 – Resolver sistemas lineares de 2 equações e 2 incógnitas ou 3 equações e 3 incógnitas; H78 – Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema.

PRÉ-REQUISITO: Equação do 1º grau, representação gráfica de uma equação do 1º grau com 2 incógnitas.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos.

RECURSOS UTILIZADOS: Folha de atividades, lápis, borracha, régua, papel quadriculado.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individualmente ou em duplas.

OBJETIVOS: Identificar equações e construir os sistemas lineares que servem de modelos para algumas situações-problema propostas; Modelar e resolver problemas envolvendo sistemas de equações lineares de 2 equações e 2 incógnitas.

METODOLOGIA:

A maioria dos alunos apresenta uma dificuldade muito grande na resolução de sistemas de equações lineares. Desta forma, vamos apresentar a eles alguns exemplos e pedir que eles decidam por qual o melhor método de resolução em cada exemplo. Porém, antes disto, é necessário revisar rapidamente com eles três métodos: comparação, adição e substituição.

Resolução de sistemas de equações lineares com duas incógnitas.

Vamos relembrar como podemos fazer para resolver um sistema de equações lineares, usando o exemplo abaixo:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 8 \end{cases}$$

Comparação:	Substituição:	Adição:

Resolva com a turma o sistema acima pelos três métodos sugeridos. Depois de resolvido, questione-os sobre qual teria sido a melhor forma de resolvê-lo. Uma forma de verificar de fato o aprendizado é questionar os alunos o uso de qual método é mais conveniente para o sistema dado e por quê. Desta forma, em seguida, proponha aos alunos a seguinte questão.

Agora é com você:

1. Para cada um dos sistemas a seguir diga qual o melhor método para resolvê-lo e por quê.

a) $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + 2y = 12 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ -2x + 3y = -3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x - 2y = 8 \\ 3x - 5y = 1 \end{cases}$

O melhor método para resolver cada um dos sistemas é aquele que o aluno se sente mais confiante em usar e acerta! Pode ser que muitos alunos digam que o melhor é a substituição ou a adição para os itens a e b. Aqui o importante é que eles identifiquem quando um sistema está "pronto" para o uso de um método e o porquê. Estimule-os a argumentar sobre suas escolhas. Feito isso, peça a eles que resolvam os sistemas.

2. Considere o seguinte sistema linear $\begin{cases} 4x - 9y = 1 \\ -5x + 6y = 4 \end{cases}$

O que você faria para eliminar uma das incógnitas do sistema usando o método da adição?

Uma possibilidade é multiplicar a primeira equação por 2 e a segunda equação por _____ e somar as duas para eliminar os termos em y.

Uma outra possibilidade é multiplicar a primeira equação por _____ e a segunda equação por _____ e somar as duas para eliminar os termos em x.

Espera-se que o aluno opte pela possibilidade mais simples, ou seja, multiplicar a primeira equação por 2 e a segunda por 3, para eliminar a incógnita y. Da mesma forma, espera-se que multiplique a primeira equação por 5 e a segunda por 4 para eliminar a incógnita x. Há, entretanto, outras possibilidades além dessas. Estimule o seu aluno a buscar por outras.

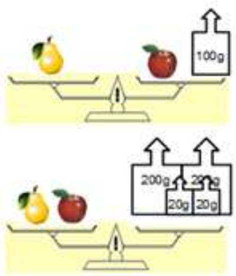
Resolva o sistema das duas formas, primeiramente eliminando *x* e, depois, eliminando *y* e verifique a quais resultados você chega.

Mostre aos alunos que, embora eles tenham que "acertar" as equações para usar o método da adição, ainda assim fica mais simples que usar o método da substituição, que geraria um número excessivo de contas.

3. Abaixo serão propostos 4 problemas. Sigam as instruções para cada passo e, em seguida, resolva-os.

Problema 1)

As balanças da figura ao lado estão perfeitamente equilibradas. Deseja-se calcular o peso de cada fruta.



Representação: x = peso de uma maçã

y = peso de uma pera

1ª pesagem da balança:

O peso de uma pera equilibra o peso de uma maçã + 100g.

Equação: $\boxed{y = x + 100 \text{ ou } -x + y = 100}$

2ª pesagem da balança:

Os pesos de uma pera e de uma maçã equilibram dois pesos de 200g e dois de 20g.

Equação: $\boxed{x + y = 440}$

Sistema: $\begin{cases} -x + y = 100 \\ x + y = 440 \end{cases}$

Resolva esse sistema.

Problema 2)

Um cliente, ao descontar um cheque de R$ 2710,00, solicitou ao caixa do banco que pagasse a ele em notas de R$ 10,00, R$ 50,00 e R$ 100,00. Ele recebeu um total de 100 notas do caixa. Deseja-se calcular quantas notas de cada valor ele recebeu.

Representação: x = quantidade de notas de R$ 10,00
y = quantidade de notas de R$ 50,00
z = quantidade de notas de R$ 100,00

Recebeu 100 notas misturadas de R$ 10,00, R$ 50,00 e R$ 100,00.

Equação: $\boxed{x + y + z = 100}$

Foram x notas de R$ 10,00, y notas de R$ 50,00 e z notas de R$ 100,00, num total de R$ 2710,00:

Equação: $\boxed{10x + 50y + 100z = 2710}$

Sistema: $\begin{cases} x + y + z = 100 \\ 10x + 50y + 100z = 2710 \end{cases}$

Problema 3)

Um estádio de futebol tem capacidade para 14000 espectadores. Em dois jogos realizados em dois dias diferentes, foram vendidos todos os lugares. No primeiro, os homens pagaram R$ 5,00, as mulheres R$ 3,00 e as crianças R$ 2,00. No segundo, os homens pagaram R$ 4,00, as mulheres 3,00 e as crianças R$ 1,00. A renda do primeiro jogo foi de R$ 56000,00 e a do segundo jogo de R$ 42000,00. Deseja-se calcular quantos homens, mulheres e crianças foram ao jogo.

Representação: x = quantidade de homens.
y = quantidade de mulheres.
z = quantidade de crianças.

Um estádio de futebol tem capacidade para 14000 espectadores.

Equação: $\boxed{x + y + z = 14000}$

No primeiro dia, os homens pagaram R$ 5,00, as mulheres R$ 3,00, as crianças R$ 2,00 e a renda foi de R$ 56000,00.

Equação: $\boxed{5x + 3y + 2z = 56000}$

No segundo dia, os homens pagaram R$ 4,00, as mulheres R$ 3,00, as crianças R$ 1,00 e a renda foi de R$ 42000,00.

Equação: $\boxed{4x + 2y + z = 42000}$

Sistema: $\begin{cases} x + y + z = 14000 \\ 5x + 3y + 2z = 56000 \\ 4x + 2y + z = 42000 \end{cases}$

Problema 4)

Um litro de iogurte contém suco de fruta, leite e mel. A quantidade de leite é o dobro da quantidade de suco de fruta e a quantidade de mel é a nona parte da quantidade dos outros dois líquidos juntos. Deseja-se calcular a quantidade, em mililitros, de fruta, mel e leite em cada litro de iogurte.

Representação: x = quantidade de suco de frutas.
y = quantidade de leite.
z = quantidade de mel.

As três em mililitros.

Um litro de iogurte contém x ml de suco de fruta, y ml de leite e z ml de mel.

Equação: $\boxed{x + y + z = 1000}$

A quantidade de leite é o dobro da quantidade de suco de fruta.

Equação: y = 2x ou – 2x + y = 0 ou 2x – y = 0

A quantidade de mel é a nona parte da quantidade dos outros dois líquidos juntos.

Equação: $z = \frac{x+y}{9}$ ou 9z = x + y ou – x – y + 9z = 0 ou x + y – 9z = 0

Sistema: $\begin{cases} x + y + z = 1000 \\ 2x - y = 0 \\ x + y - 9z = 0 \end{cases}$

Essa última atividade tem como objetivo fazer com que o aluno passe por várias etapas até encontrar a solução do problema. Ele deve fazer a representação algébrica para a situação montando corretamente o sistema e resolvendo-o. É importante a leitura cuidadosa e gradual do texto de cada enunciado, identificando e associando as informações numéricas. É preciso estar atento às interpretações equivocadas e à manipulação das equações.

Atividade 2

HABILIDADE RELACIONADA: H114 – Resolver sistemas lineares de 2 equações e 2 incógnitas ou 3 equações e 3 incógnitas; H78 – Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema; H19 – Relacionar a determinação do ponto de interseção de 2 ou mais retas com resolução de um sistema de equações com 2 incógnitas.

PRÉ-REQUISITOS: Equações do 1º grau, leitura de gráfico cartesiano.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos.

RECURSOS UTILIZADOS: Folha de atividades, lápis, borracha, calculadora.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.

OBJETIVOS: Visualizar graficamente a solução de um sistema de equações lineares; Resolver um sistema de equações lineares.

.

METODOLOGIA:

Serão propostas aos alunos duas atividades envolvendo sistemas lineares relacionadas à Economia. Discuta com os alunos os conceitos: Custo, Receita e Lucro de uma empresa antes de iniciar a atividade. A ideia é que os alunos percebam que o ponto de interseção das retas que representam as equações no gráfico é a solução do sistema formado pelas equações de Receita e Custo. Se achar necessário, os cálculos podem ser realizados com o auxílio de uma calculadora. Através de problemas práticos (problemas 2 e 3), será reforçado o conceito de adição e desenvolvido o de subtração e multiplicação por um escalar, antes da definição.

Uma importante aplicação da Matemática é na Economia por meio dos conceitos de Custo, Receita e Lucro.

O Custo está ligado aos gastos na produção da mercadoria, como: transporte, matéria prima, salário, impostos e contribuições. O custo pode possuir duas partes: uma variável, que relaciona o custo à quantidade de peças a serem produzidas e os gastos fixos (salário, energia elétrica, água, impostos, contribuições entre outros).

A Receita traduz o dinheiro que é arrecadado com a venda do produto no mercado e depende do número de unidades vendidas de determinado produto.

O Lucro determina quanto à empresa arrecada, tirando os gastos com as despesas. O lucro é calculado por meio da diferença entre Receita e o Custo.

1. A equação da receita para certa marca de pasta de dentes é $R = 2{,}5x$ em que x é o número de tubos de pasta de dentes. A equação do custo é $C = 0{,}9x + 3000$, em que x é o número de tubos de pasta de dentes fabricados.

No gráfico tem-se a representação das equações da Receita e do Custo (em reais) para a fabricação de x pastas de dente.

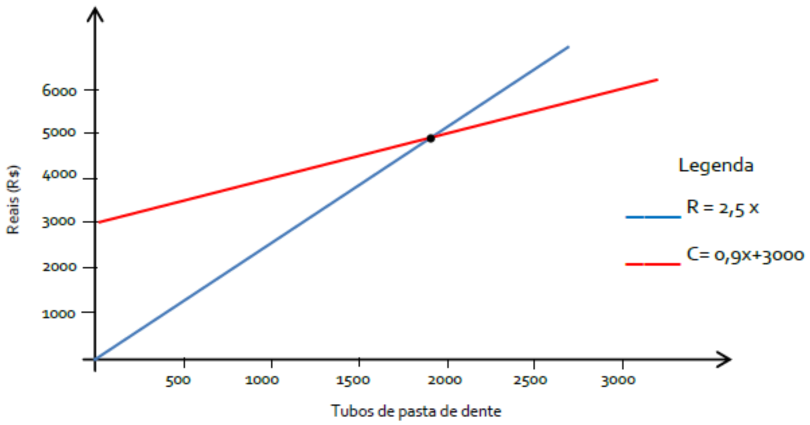


Figura 1 : Equação de Custo e Equação da Receita na fabricação de pastas de dente

Observe o gráfico e responda:

a) Se a empresa de pasta de dentes vender 2500 tubos de pasta de dente, a companhia ganha ou perde dinheiro? Por quê?

b) Se a empresa de pasta de dentes vender 1600 tubos de pasta de dente, a companhia ganha ou perde dinheiro? Por quê?

O objetivo dos itens (a) e (b) é fazer com que os alunos percebam que quando o custo é maior do que a receita, a empresa tem prejuízo e que quando o contrário ocorre a empresa tem lucro. Assim, quando a quantidade vendida é 2500 tubos a empresa tem lucro e quando vende 1600 tubos de pasta de dente, a empresa tem prejuízo.

c) Com certa quantidade de pasta de dente vendida a empresa iguala custo e receita suas contas e, a partir daí, começa a ter lucro. Qual o ponto do gráfico que representa essa situação?

d) Como encontrar esse ponto? Que cálculos você pode fazer para encontrar o número x que representa o número de tubos de pasta de dente, a partir do qual a empresa começa a ter lucro?

Neste item, você deve fazer com que os alunos percebam que o ponto de interseção entre as retas que representam a Receita e o Custo é a solução do sistema $\begin{cases} R = 2,5x \\ C = 0,9x + 3000 \end{cases}$ (que inicialmente apresenta 2 equações e 3 incógnitas). Impondo a condição R = C e usando uma das duas letras o sistema pode ser reescrito, agora com duas incógnitas, como $\begin{cases} R = 2,5x \\ R = 0,9x + 3000 \end{cases}$. Nesse ponto, ou seja, para 1875 tubos de pasta vendidos a empresa “sai do vermelho” e não tem nem ganhos nem perdas. A partir desse ponto, a empresa começa a ter lucro.

2. Uma pequena empresa investe R$10 000,00 em equipamentos para produzir um novo tipo de suco. Além desse investimento inicial, cada garrafa do suco custa R$0,65 para ser produzida e é vendida a R$1,20.

a) Qual é a equação que representa o custo da empresa?

$$\text{Custo Total} = \underbrace{\_\_\_\_\_\_\_\_}_{\text{custo por garrafa}} \cdot \underset{\text{número de garrafas}}{\_\_\_\_} + \underbrace{\_\_\_\_\_\_}_{\text{custo inicial}}$$

Equação:

b) Qual é a equação que representa o faturamento (Receita) da empresa?

$$\text{Receita} = \underbrace{\_\_\_\_\_\_\_\_}_{\text{preço por garrafa}} \cdot \underset{\text{número de garrafas vendidas}}{\_\_\_\_}$$

Equação:

c) Monte e resolva um sistema para encontrar quantas garrafas devem ser vendidas para que o negócio comece a ter lucro? Lembre-se de que é necessário considerar o custo igual à Receita para escrever o sistema com apenas duas incógnitas.

Sistema:

Atividade 3

HABILIDADE RELACIONADA: H114 – Resolver sistemas lineares de 2 equações e 2 incógnitas ou 3 equações e 3 incógnitas; H78 – Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema; H19 – Relacionar a determinação do ponto de interseção de 2 ou mais retas com resolução de um sistema de equações com 2 incógnitas.

PRÉ-REQUISITOS: Equação do 1º grau com 2 variáveis, representação gráfica de uma equação do 1º grau com 2 variáveis.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos.

RECURSOS UTILIZADOS: Folha de atividades, lápis, borracha, computador com software Geogebra pré-instalado.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Em dupla (no laboratório de informática).

OBJETIVOS: Correlacionar a representação algébrica de um sistema com sua representação gráfica; Classificar um sistema linear.

METODOLOGIA:

Serão propostas atividades em que os alunos possam relacionar os registros gráfico e algébrico de um sistema linear. Esse tipo de conversão, do gráfico para o algébrico e vice-versa, é importante para que os alunos consigam visualizar as soluções de um sistema (quando elas existem) bem como discuti-lo. Para representar os sistemas de equações 2x2 será utilizado o software Geogebra.

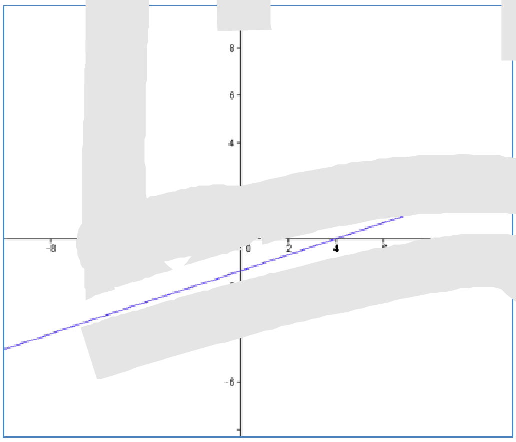
1. Associe cada sistema com seu o gráfico correspondente justificando sua resposta:

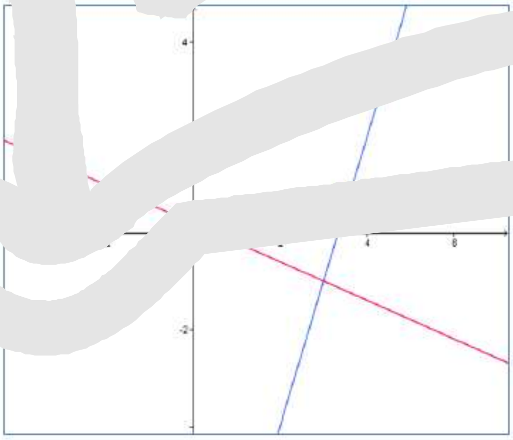
a) $\begin{cases} 3x - y = 10 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$

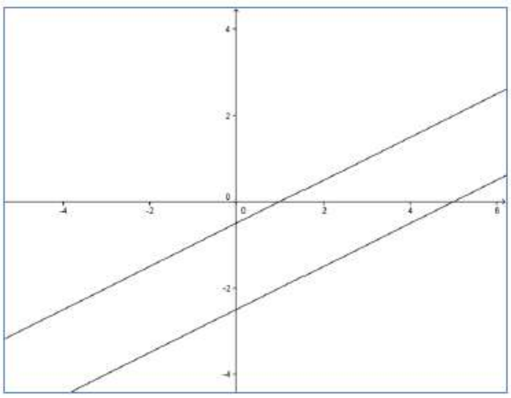
b) $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$

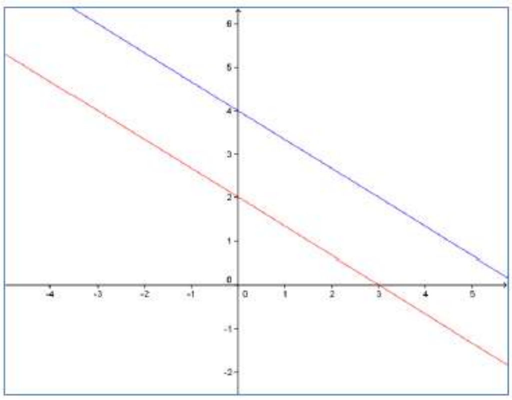
c) $\begin{cases} 2x - 6y = 8 \\ 3x - 9y = 12 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$

(   ) 

(   ) 

(   ) 

(   ) 

Espera-se que o aluno perceba características das equações que representam cada um dos sistemas e consiga relacionar sua representação algébrica com seu gráfico, conforme o número de soluções em cada caso. Assim, o aluno deve perceber que, quando uma equação é múltipla da outra, as duas equações representam a mesma reta e, portanto, o sistema tem infinitas soluções, ocasionado um sistema possível e indeterminado. Mas geralmente, deve-se discutir com o aluno que quando o sistema é da forma $\begin{cases} a_1x + b_1y = k_1 \\ a_2x + b_2y = k_2 \end{cases}$ com $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{k_1}{k_2}$, o sistema é impossível (retas paralelas) e quando $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ o sistema é possível e determinado (retas concorrentes)

2. Você mesmo pode traçar o gráfico de uma ou mais equações usando o software GeoGebra.

Abra o software Geogebra. Na parte inferior você verá uma linha para a digitação ("Entrada"). Nomeie cada uma das equações do sistema com uma letra (vamos colocar "f" e "g"). Por exemplo, se digitar "f: 2x + y = 1", na tela aparecerá o gráfico correspondente a equação digitada (uma reta).

No canto superior esquerdo aparecerá a equação que você digitou, sobre ela, clique com o botão direito do mouse para abrir opções. Na opção "Propriedades" você pode alterar a cor e o estilo da reta desenhada (mais grossa ou mais fina). Faça as alterações que desejar e clique em "Fechar".

Faça o mesmo procedimento para digitar a segunda equação do sistema. Vá na linha de "Entrada" e digite, por exemplo, "g: x + y = 3".

No caso de existir um ponto de interseção entre as retas, como neste exemplo, você pode marcá-lo e identificar suas coordenadas. Para isso, clique no segundo ícone do painel (aquele que tem a letra A) e depois clique em cima do ponto de interseção para marcá-lo. O ponto de interseção será marcado e nomeado por uma letra que pode ser alterada ou excluída (basta clicar com o botão direito do mouse em cima do ponto e fazer as alterações).

Agora é sua vez! Use o Geogebra para verificar se os sistemas a seguir são possíveis (determinados ou indeterminados) ou impossíveis.

a) $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 3x - y = -1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -2x + 3y = 6 \\ 8x - 12y = -24 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -x + 3y = 6 \\ 2x - 6y = 5 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 0x + 0y = 0 \\ 0x - 0y = 0 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 4x + 5y = 5 \\ 2x - y = 13 \end{cases}$

Deixe que os alunos se familiarizem com alguns comandos do GeoGebra livremente. Acompanhe o trabalho da turma e certifique-se que todos estão conseguindo realizar as etapas da construção do sistema. Após terem construído os gráficos do exercício, peça aos alunos que tentem dar exemplos de equações que resultem em sistemas cujas retas são paralelas (sistema impossível), concorrentes (sistema possível e determinado) e, por fim, coincidentes (sistema possível e indeterminado).

Generalizando:

Os sistemas podem ser classificados pelo tipo de solução que apresentam, conforme segue:

- ✓ Sistema Possível e Determinado (SPD): é todo sistema linear que admite uma única solução.

  Ex.: $\begin{cases} x + y = 5 \\ y = 2 \end{cases}$

  Esse sistema possui uma única solução que é o par ordenado (3,2).

Neste caso, pode-se observar a relação $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$.

- ✓ Sistema Possível e Indeterminado (SPI): é todo sistema linear que admite mais de uma solução.

  Ex.: $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases}$

  Esse sistema admite mais de uma solução: (2,1), (4,-3), (0,5), etc.

  Neste caso, pode-se observar a relação $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{k_1}{k_2}$.

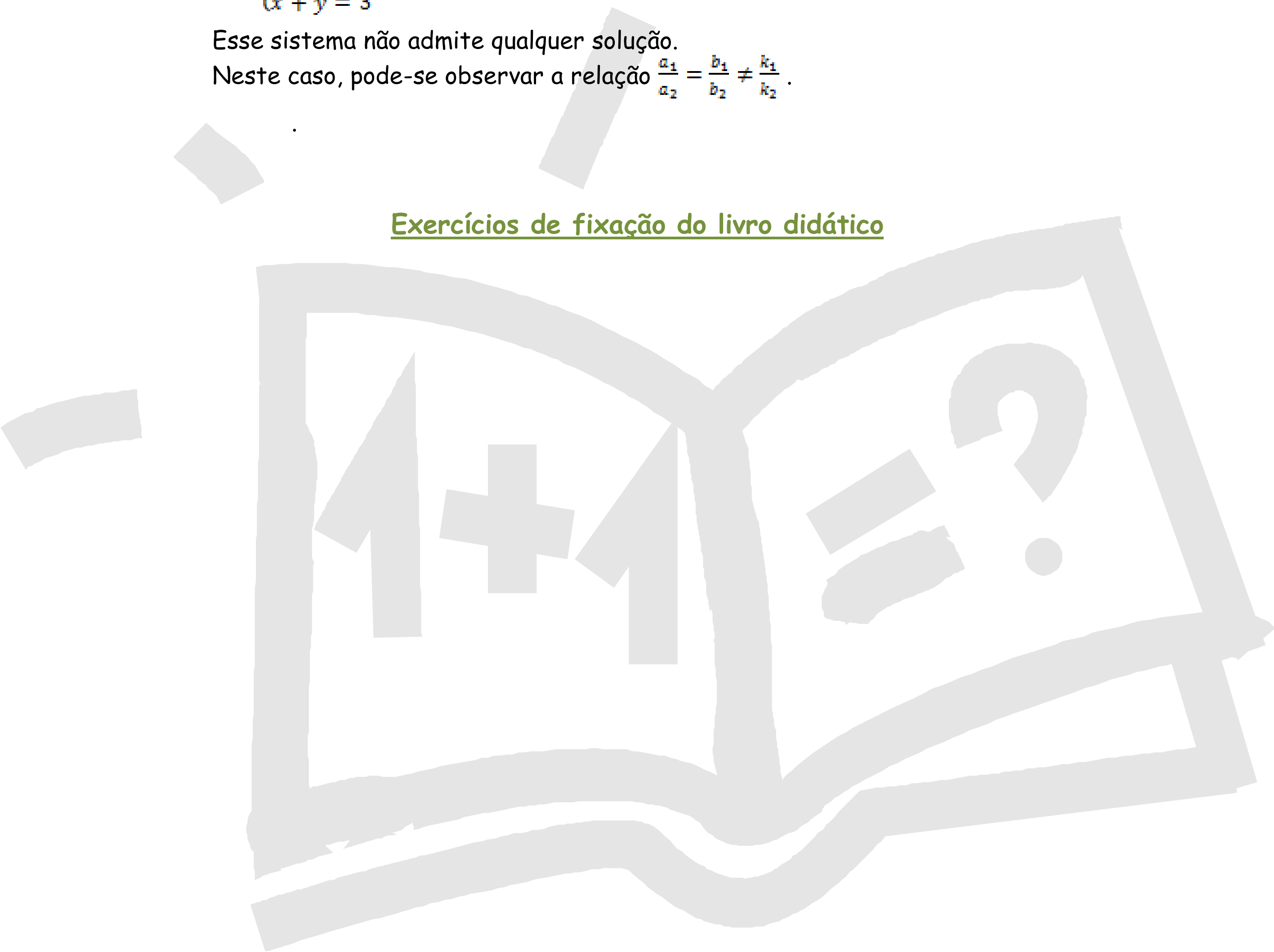
- ✓ Sistema Impossível (SI): é todo sistema linear que não admite solução alguma.

  Ex.: $\begin{cases} x + y = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}$

  Esse sistema não admite qualquer solução.

  Neste caso, pode-se observar a relação $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{k_1}{k_2}$.

Exercícios de fixação do livro didático



Atividade 4

HABILIDADE RELACIONADA: H73 – Determinar a solução de um sistema linear associando-o a uma matriz; H114 – Resolver sistemas lineares de 2 equações e 2 incógnitas ou 3 equações e 3 incógnitas;

PRÉ-REQUISITOS: Equação do 1º grau com 2 ou 3 variáveis; noção de matrizes

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos.

RECURSOS UTILIZADOS: Folha de atividades, lápis, borracha.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual

OBJETIVOS: Classificar um sistema linear; Identificar sistemas equivalentes e escalonados.

METODOLOGIA:

Acompanhar o roteiro abaixo.

Matriz de um sistema linear:

Podemos associar matrizes a um sistema de equações lineares.

Seja um sistema S de *m* equações com *n* incógnitas.

$$S = \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

A esse sistema, podemos associar as seguintes matrizes:

Matriz completa:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{pmatrix}$$

Matriz coluna das incógnitas:

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

Matriz incompleta:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Matriz coluna dos termos independentes:

$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

Ao multiplicarmos a matriz incompleta pela matriz coluna das incógnitas, obtemos a matriz coluna dos termos independentes. Essa é a *forma matricial* do sistema.

$$A \,.\, X = B \Rightarrow \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

Ex.: Ao sistema $\begin{cases} 2x + 3y - z = -8 \\ 3x - 4y + 2z = 17 \end{cases}$ podemos associar:

A matriz completa: $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & -8 \\ 3 & -4 & 2 & 17 \end{pmatrix}$

A matriz incompleta: $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 3 & -4 & 2 \end{pmatrix}$

A matriz coluna das incógnitas: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

A matriz coluna dos termos independentes: $\begin{pmatrix} -8 \\ 17 \end{pmatrix}$

A forma matricial: $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 3 & -4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 17 \end{pmatrix}$

Escalonamento de um sistema linear:

Sistemas equivalentes:

Dois sistemas lineares S_1 e S_2 são equivalentes quando apresentam a mesma solução.

Ex.: Os sistemas $S_1 = \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 3x - y + z = 16 \\ x + 2y + 3z = 11 \end{cases}$ e $S_2 = \begin{cases} 2x - 3y + z = 14 \\ 3y + z = 0 \\ 2z = 6 \end{cases}$ são equivalentes, pois quando resolvidos apresentam como solução única o terno (4, -1, 3).

Propriedades dos sistemas equivalentes:

São propriedades que no permitem, a partir de um sistema dado, obter outro equivalente.

1ª propriedade) dado um sistema linear S_1, ao multiplicarmos por k ($k \in \mathbb{R}^*$) os membros de uma equação qualquer desse sistema, obtemos um sistema S_2 equivalente a S_1.

Ex.: O sistema $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ -x - y = -4 \end{cases}$ tem como solução única o par (-3,7).

Multiplicando a 2ª equação por 3, obtemos o sistema $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ -3x - 3y = -12 \end{cases}$, cuja solução também é o par (-3,7).

Portanto, esses sistemas são equivalentes.

Após ter montado o sistema (em verde) acima, usar o par (-3,7) para provar que ele realmente satisfaz aos dois sistemas.

2ª propriedade) dado um sistema linear S_1, se substituirmos uma de suas equações pela soma, membro a membro, dela com outra equação desse sistema, obtemos um sistema S_2 equivalente a S_1.

Ex.: O sistema $\begin{cases} -x - y - z = 0 \\ 2x + y + z = -1 \\ x + y - 2z = -9 \end{cases}$ tem como solução única o terno (-1,-2,3).

Substituindo a 2ª equação por sua soma com a 3ª, obtemos o sistema $\begin{cases} -x - y - z = 0 \\ 3x + 2y - z = -10 \\ x + y - 2z = -9 \end{cases}$, cuja solução também é o terno (-1,-2,3).

Assim, esses sistemas são equivalentes.

Proceder da mesma forma conforme foi feito na 1ª propriedade: provar que o terno dado satisfaz aos dois sistemas.

3ª propriedade) dado um sistema linear S_1, se permutarmos duas de suas equações, obtemos um sistema S_2 equivalente a S_1.

Ex.: O sistema $\begin{cases} x - 2y + z = 5 \\ 2x + y - 3z = -35 \\ -x - y = 4z = 28 \end{cases}$ tem como solução única o terno (-10,-6,3).

Permutando a 1ª e a 2ª equação, obtemos o sistema $\begin{cases} x - 2y + z = 5 \\ 2x + y - 3z = -35 \\ -x - y = 4z = 28 \end{cases}$, cuja solução também é o terno (-10,-6,3).

Portanto, esses sistemas são equivalentes.

Sistema escalonado:

Um método eficiente para resolver um sistema de equações é através do escalonamento. Ele consiste em transformar um sistema dado em outro, com certas características, que tenha a mesma solução (equivalente), a qual chamamos sistema escalonado.

Dizemos que um sistema linear S no qual cada equação possui pelo menos um coeficiente não nulo está na forma escalonada se:

- ✓ As incógnitas de todas as equações estiverem em uma mesma ordem;
- ✓ O número de coeficientes nulos que antecedem o primeiro não nulo aumenta de equação para equação.

Ex.:

<u>Sistema escalonado</u>

$$\begin{cases} x+y-z=6 \\ 0x+2y+z=7 \\ 0x+0y+4z=-4 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x+y-z=6 \\ 2y+z=7 \\ 4z=-4 \end{cases}$$

<u>Sistema não escalonado</u>

$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ 3y-2z=7 \\ y+5z=37 \end{cases}$$

É muito importante que no próximo tópico o professor preencha, juntamente com a turma, o texto formatado em verde, porém, fazendo-o aos poucos e acompanhando o ritmo da turma, a fim de que eles possam assimilar bem o procedimento, a fim de que não tenham apenas que tentar reproduzir o procedimento na hora do exercício.

<u>Resolução de sistemas escalonados</u>:

Vamos considerar dois tipos:

1º tipo) o número de equações é igual ao de incógnitas.

Ex.: $\begin{cases} x-2y+z=12 \\ y-2z=-10 \\ 3z=9 \end{cases}$

OBS: Todo sistema linear escalonado desse tipo é possível e determinado.

Para resolver esse sistema, determinamos o valor de z em III.

$3z = 9 \Rightarrow z = 3$

Agora, substituímos z = ___ em II e determinamos y.

$y - 2z = -10 \Rightarrow y - 2 \cdot 3 = -10 \Rightarrow y = -4$

Por fim, substituímos z = ___ e y = ___ em I e determinamos x.

$x - 2y + z = 12 \Rightarrow x - 2 \cdot (-4) + 3 = 12 \Rightarrow x = 1$

Logo, a solução do sistema é o terno ________. **S = {(1,-4,3)}**

Chamar bem a atenção da turma para a OBS acima, frisando bem que esse tipo de sistema escalonado é SPD.

2º tipo) o número de equações é menor que o de incógnitas.

Ex.1: $\begin{cases} x+4y+z=28 \\ y+z=15 \end{cases}$

OBS: Nesse caso, a 1ª equação começa com x e a 2ª, com y. Logo, z é a incógnita livre.

Todo sistema linear escalonado desse tipo possui uma incógnita que não aparece no início de nenhuma das equações, denominada **incógnita livre**. Nesse exemplo, z é a incógnita livre.

Como z é a incógnita livre, pode assumir qualquer valor real. De acordo com o valor assumido por z, obtém-se uma solução diferente para o sistema. Como exemplo, vamos assumir z = 1.

$$\begin{cases} x+4y+z=28 \\ y+z=15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+4y+z=28 \\ y=14 \end{cases}$$

Substituindo y = _____ na 1ª equação, determinamos x.

$x + 4y = 27 \Rightarrow x + 4 \cdot 14 = 27 \Rightarrow x = -29$

Portanto, para z = _____, a solução do sistema é o terno _______.

S = {(1,-4,3)}

Assim, esse sistema possui infinitas soluções.

OBS: Todo sistema linear escalonado desse tipo é possível e indeterminado. Cabe destacar que a quantidade de incógnitas livres define o grau de indeterminação de um sistema escalonado.

Chamar bem a atenção da turma para a OBS acima, frisando bem que esse tipo de sistema escalonado é SPI, e que isso pode ser provado observando que a solução depende, p.ex., da incógnita livre.

Exercícios

Junte-se a um colega e resolvam os exercícios números 1 e 2:

1) Dentre os sistemas $S_1 = \begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + 4y = -3 \end{cases}$, $S_2 = \begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 2x - y = 12 \end{cases}$, $S_3 = \begin{cases} x + y = 0 \\ x + y = 12 \end{cases}$ e $S_4 = \begin{cases} 5x - y = 9 \\ 2x - 2y = 6 \end{cases}$, verifiquem quais são equivalentes entre si. Por quê?

Sugira aos alunos, aqui, que tentem descobrir quais sistemas são equivalentes apenas pelas propriedades. Dificilmente eles conseguirão, mas isso servirá para eles exercitarem um pouco. Em seguida, peça a eles que escolham um dos métodos (adição, subtração ou comparação) e resolvam os sistemas a fim de conferirem as soluções, respondendo assim a questão solicitada.

2) Verifiquem quais dos sistemas a seguir estão na forma escalonada.

a) $\begin{cases} 2x + 3y - z = 12 \\ -x + y + 3z = 11 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 2y + 4z + t = -5 \\ y + 3z - t = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - 3y + 4z + 2t = 6 \\ y + 3z - 4t = -1 \\ 5z - 2t = 7 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4x - 2y + 4z - 3t = 9 \\ z + 2t = 6 \\ t = -7 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 5x + y - 2z = -3 \\ 4y + z = 5 \\ -y + 6z = 1 \end{cases}$

3) Calcule a e b para que os sistemas $S_1 = \begin{cases} 2x - 5y = 4 \\ 3x + y = 11 \end{cases}$ e $S_2 = \begin{cases} ax + y = 5 \\ x + by = 1 \end{cases}$ sejam equivalentes.

4) Escreva um sistema linear escalonado com 3 equações e 3 incógnitas e um sistema linear escalonado com 2 equações e 3 incógnitas. Depois, peça a um colega que resolva esses sistemas. Em seguida, verifique se as resoluções estão corretas.

5) Classifique cada sistema abaixo em SPD, SPI ou SI e, em seguida, resolva-os.

a) $\begin{cases} x - 2y + 4z = -1 \\ 3y - 5z = 2 \\ 3z = 6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - y + 3z = 1 \\ 2y + z = -8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x - y + z = 13 \\ 2y + z = 8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - y + 3z - t = 1 \\ 2y + z + 4t = 5 \\ -2z + t = 6 \\ -3t = -12 \end{cases}$

e) $\begin{cases} -x - 3y + z + 2t = -3 \\ 2z - 5t = 11 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 2x + 3y + 3z = 12 \\ 3y + 4z = 6 \end{cases}$

Atividade 5

HABILIDADE RELACIONADA: H114 – Resolver sistemas lineares de 2 equações e 2 incógnitas ou 3 equações e 3 incógnitas;

PRÉ-REQUISITOS: Equação do 1º grau com 2 variáveis, representação gráfica de uma equação do 1º grau com 2 variáveis.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos.

RECURSOS UTILIZADOS: Folha de atividades, lápis, borracha.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual

OBJETIVOS: Escalonar sistemas lineares.

METODOLOGIA:

Abaixo temos alguns exemplos simples de sistemas para serem escalonados. Neste momento é muito importante que a turma tenha atenção. O conceito costuma não ser bem assimilado, por isso, comece sempre o escalonamento sugerindo à turma que dê palpites sobre qual seria a melhor forma de solucioná-lo. O primeiro exemplo já traz o passo a passo, então faça as alterações sugeridas aos poucos, junto com a turma. Deixe-os observar como o processo é feito.

<u>Escalonando um sistema linear:</u>

Ex1: Vamos escalonar e resolver o sistema $\begin{cases} x+y+z=-3 \\ -x+y+3z=9 \\ 3x+y-2z=-14 \end{cases}$.

- ✓ Inicialmente, anulamos o coeficiente da incógnita x da 2ª equação. Para isso, substituímos a 2ª equação pela soma dela com a 1ª.

$$\begin{cases} x+y+z=-3 \\ -x+y+3z=9 \\ 3x+y-2z=-14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=-3 \\ 2y+4z=6 \\ 3x+y-2z=-14 \end{cases}$$

- ✓ Agora, anulamos o coeficiente da incógnita x da 3ª equação. Para isso, substituímos a 3ª equação pela soma dela com a 1ª, multiplica por -3.

$$\begin{cases} x+y+z=-3 \\ 2y+4z=6 \\ 3x+y-2z=-14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=-3 \\ 2y+4z=6 \\ -2y-5z=-5 \end{cases}$$

- ✓ Para terminar de escalonar o sistema, anulamos o coeficiente da incógnita y da 3ª equação. Para isso, substituímos a 3ª equação pela soma dela com a 2ª.

$$\begin{cases} x+y+z=-3 \\ 2y+4z=6 \\ -2y-5z=-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=-3 \\ 2y+4z=6 \\ -z=1 \end{cases}$$

- ✓ Podemos verificar que esse sistema é possível e determinado. Dessa forma, basta determinar o valor de z, y e x.

(III) $-z = 1 \Rightarrow z = -1$
(II) $2y + 4z = 6 \Rightarrow 2y + 4 \cdot (-1) = 6 \Rightarrow y = 5$

(I) x + y + z = -3 ⇒ x + 5 + (-1) = -3 ⇒ x = -7

✓ Logo, a solução do sistema é o terno ______. S = {(-7,5,-1)}

No próximo exemplo, não o resolva de imediato. Antes de cada alteração, peça à turma que dê palpites. Estimule-os e mostre que não há tentativas em vão. Se de tudo, eles não conseguirem, leve-os a encontrar o resultado, fazendo questionamentos cada vez mais diretivos.

Ex2: Vamos verificar se o sistema $\begin{cases} x - 2y - z = 10 \\ -3x + y - z = -5 \\ -x - 3y - 3z = 9 \end{cases}$ tem solução.

$$\begin{cases} \quad -2y - z = 10 \\ -3x + y - z = -5 \\ -x - 3y - 3z = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 2y - z = 10 \\ -5y - 4z = 25 \\ -x - 3y - 3z = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 2y - z = 10 \\ -5y - 4z = 25 \\ -5y - 4z = 19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 2y - z = 10 \\ -5y - 4z = 25 \\ 0y + 0z = -6 \end{cases}$$

Operações efetuadas:
1°) substituir a 2ª eq. pela sua soma com o produto da 1ª por 3;
2°) substituir a 3ª eq. pela sua soma com a 1ª;
3°) substituir a 3ª eq. pela sua soma com o produto da 2ª por -1.

Resposta: A 3ª equação obtida é falsa para quaisquer valores x, y e z. portanto, temos um sistema impossível, ou seja, que não admite solução.

Ex3: Vamos escalonar e resolver o sistema $\begin{cases} x + y + z = 15 \\ 2x - y - z = 20 \\ 3x - 3y - 3z = 25 \end{cases}$.

$$\begin{cases} x + y + z = 15 \\ 2x - y - z = 20 \\ 3x - 3y - 3z = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 15 \\ -3y - 3z = -10 \\ 3x - 3y - 3z = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 15 \\ -3y - 3z = -10 \\ -6y - 6z = -20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 15 \\ -3y - 3z = -10 \\ 0x + 0y + 0z = 0 \end{cases}$$

1°) substituir a 2ª eq. pela sua soma com o produto da 1ª por -2;
2°) substituir a 3ª eq. pela sua soma com o produto da 1ª por -3;
3°) substituir a 3ª eq. pela sua soma com o produto da 2ª por -2;

Nesse sistema, a 3ª equação é verdadeira, porém, não traz informações acerca dos valores das incógnitas. Assim, ela pode ser retirada e o sistema fica da seguinte forma: $\begin{cases} x + y + z = 15 \\ -3y - 3z = -10 \end{cases}$. Obtemos um sistema escalonado com duas equações e três incógnitas. Vimos que um sistema assim é possível e indeterminado (SPI).

Exercícios de fixação do livro didático

Atividade 6

HABILIDADE RELACIONADA: H114 – Resolver sistemas lineares de 2 equações e 2 incógnitas ou 3 equações e 3 incógnitas; H78 – Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema; H19 – Relacionar a determinação do ponto de interseção de 2 ou mais retas com resolução de um sistema de equações com 2 incógnitas.

PRÉ-REQUISITOS: Domínio dos conteúdos sobre sistemas lineares.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos.

RECURSOS UTILIZADOS: Folha de atividades, caneta, lápis e borracha.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.

OBJETIVOS: Resolver questões práticas sobre sistemas lineares.

METODOLOGIA:

Aplicar a avaliação abaixo, que contém questões antigas do Saerjinho e alguns problemas práticos sobre sistemas lineares.

Após, avaliar os pontos que os alunos ainda não conseguiram dominar e selecionar os de maior escala, pontuando com eles problemas encontrados.

Questão 1)

(M110355I) Observe o sistema linear abaixo.

$$\begin{cases} 2x + 3y + 2z = 90 \\ x + 2y + 3z = 70 \\ 3x + y + 4z = 110 \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema, encontra-se valores para x, y e z, cuja a soma é

A) 30
B) 36
C) 40
D) 42
E) 50

Questão 2)

(M111935I) Seja o seguinte sistema de equações lineares $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - y + z = 0 \\ y + 2z = 0 \end{cases}$

A solução desse sistema é:

A) $x = -\frac{3}{2}$, $y = 1$ e $z = -\frac{1}{2}$

B) $x = \frac{3}{2}$, $y = -1$ e $z = \frac{1}{2}$

C) $x = 1$, $y = \frac{3}{2}$ e $z = -\frac{1}{2}$

D) $x = -\frac{1}{2}$, $y = 1$ e $z = \frac{3}{2}$

E) $x = \frac{3}{2}$, $y = 1$ e $z = -\frac{1}{2}$

Questão 3)

(PAMA11169MS) A matriz aumentada de um sistema nas variáveis x e y é $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 0 & 3 & 6 \end{bmatrix}$.
A solução desse sistema é

A) $x = 4$ e $y = 2$.

B) $x = -4$ e $y = 6$.

C) $x = 6$ e $y = 3$.

D) $x = 2$ e $y = 3$.

E) $x = -2$ e $y = 12$.

Questão 4)

(M11243SI) As idades de Joana (J), Paula (P) e Iara (I) somam 52 anos. A idade de Paula é igual a soma das idades de Joana e Iara menos 4 anos. A idade de Joana é igual a soma das idades de Paula e Iara mais 2 anos. O sistema linear que representa esta situação é:

A) $\begin{cases} J + P + I = 52 \\ J - P + I = 4 \\ J - P - I = 2 \end{cases}$

B) $\begin{cases} J + P + I = 52 \\ J + P + I = 4 \\ J + P - I = 2 \end{cases}$

C) $\begin{cases} J + P + I = 52 \\ J + P - I = 4 \\ J - P + I = 2 \end{cases}$

D) $\begin{cases} J + P + I = 52 \\ J + P - I = 4 \\ J + P + I = 2 \end{cases}$

E) $\begin{cases} J + P + I = 52 \\ J + P + I = 4 \\ J + P + I = 2 \end{cases}$

Questão 5)

(M11192SI) Três vizinhos compraram, no supermercado "Compre Aqui", mercadorias de mesma marca.

O primeiro comprou 1 kg de amendoim, 2 kg de sabão e 3 kg de café, pagando R$ 28,00.
O segundo comprou 3 kg de amendoim, 1 kg de sabão e 2 kg de café, pagando R$ 26,00.
O terceiro comprou 2 kg de amendoim, 2 kg de sabão e 2 kg de café, pagando R$ 18,00.

É **CORRETO** afirmar que o sistema gerado por esta situação é:

A) $\begin{cases} a + 2s + 3c = 28 \\ 3a + s + 2c = 26 \\ 2a + 2s + 2c = 18 \end{cases}$

B) $\begin{cases} a + 2s + 3c = 28 \\ 3a + 2s + 1c = 26 \\ 2a + 2s + 2c = 18 \end{cases}$

C) $\begin{cases} a + 2s + 3c = 26 \\ 3a + s + 2c = 28 \\ 2a + 2s + 2c = 18 \end{cases}$

D) $\begin{cases} a + 2s + 3c = 28 \\ 3a + s + 2c = 18 \\ 2a + 2s + 2c = 26 \end{cases}$

E) $\begin{cases} a + 2s + 3c = 28 \\ 3a + s + 2c = 18 \\ 2a + 2s + 2c = 26 \end{cases}$

Questão 6)

(M120421A8) Alberto, Bernardo e Caio possuem juntos 90 figurinhas.
Alberto é o que possui mais figurinhas, ele tem o dobro do total de figuras de Bernardo e Caio juntos.
Caio é o que tem menos figurinhas, ele tem um quarto da diferença entre o número de figurinhas de Alberto e Bernardo.
Um sistema linear que permite calcular o número de figurinhas de Alberto, Bernardo e Caio é

A) $\begin{cases} a+b+c=90 \\ a+2b+2c=0 \\ a+b+4c=0 \end{cases}$

B) $\begin{cases} a+b+c=90 \\ a-2b-c=0 \\ a-4b-4c=0 \end{cases}$

C) $\begin{cases} a+b+c=90 \\ a-2b-2c=0 \\ a-b-4c=0 \end{cases}$

D) $\begin{cases} a+b+c=90 \\ a+2b+2c=90 \\ a+b+4c=90 \end{cases}$

E) $\begin{cases} a+b+c=90 \\ a-2b-2c=90 \\ a-b-4c=90 \end{cases}$

Questão 7)

(M11485SI) A solução do sistema $\begin{cases} x-2y+z=-4 \\ 2x+y-5z=11 \\ -x+2y-3z=8 \end{cases}$ é

A) $(0, 1, -2)$
B) $(-2, 1, 0)$
C) $(1, -2, 0)$
D) $(0, -2, 1)$
E) $(-2, 0, 1)$

Gabarito: 1 – C; 2 – E; 3 – A; 4 – A; 5 – A; 6 – C; 7 – A.

Questão 8)

(UNIRIO 2002 – Adaptado) Três amigos foram fazer compras num shopping. Juntos gastaram R$ 1390,00. O primeiro comprou duas calças compridas, um sapato e uma camisa social, pagando R$ 440,00 por tudo. O segundo gastou R$ 580,00 na compra de uma calça comprida, dois sapatos e uma camisa social. O terceiro dos três amigos comprou apenas um sapato e duas camisas sociais.

a) Quanto gastou o terceiro dos três amigos?

RESPOSTA: Juntos, os três amigos gastaram R$ 1390,00. O primeiro gastou R$ 440,00 e o segundo gastou R$ 580,00. Logo o terceiro gastou: 1390 – 440 – 580 = 370, isto é, R$ 370,00.

b) No texto acima, existem informações que relacionam as quantidades de calças, sapatos e camisas compradas pelos amigos ao preço pago. Preencha a tabela a seguir, a partir dessas informações.

RESPOSTA em verde

Amigo	Calças	Sapatos	Camisas	Despesa
1º	2	1	1	R$ 440,00
2º	1	2	1	R$ 580,00
3º	0	1	2	R$ 370,00

c) Considere x, o preço de cada calça, y, o preço de cada sapato e z, o preço de cada camisa. Cada uma das informações acima pode ser representada por uma sentença matemática. Quais são essas sentenças?

RESPOSTA:

Da leitura do texto obtemos:

Informação I: "O primeiro comprou duas calças compridas, um sapato e uma camisa social, pagando R$ 440,00 por tudo": $2x + y + z = 440$.

Informação II: "O segundo gastou R$ 580,00 na compra de uma calça comprida, dois sapatos e uma camisa social": $x + 2y + z = 580$.

Informação III: "O terceiro dos três amigos comprou apenas um sapato e duas camisas sociais." e ainda do item I: "O terceiro gastou R$ 370,00": $y + 2z = 370$.

d) Qual é o sistema que nos permite calcular o preço de cada calça, sapato e blusa?

RESPOSTA:

$$\begin{cases} 2x + y + z = 440 \\ x + 2y + z = 580 \\ y + 2z = 370 \end{cases}$$

e) O sistema obtido tem quantas equações e quantas incógnitas?

RESPOSTA: 3 equações e 3 incógnitas.

f) É um sistema de equações lineares? Por quê? Quais são as incógnitas? E seus coeficientes? E os termos independentes?

RESPOSTA:
Esse é um sistema de equações lineares porque todas as incógnitas têm grau um.
As incógnitas são: x, y, z.
Os coeficientes de x são: 2, 1, 0.
Os de y são: 1, 2 ,1.
Os de z são: 1, 1, 2.
E os termos independentes são: 440, 580, 370.

g) Enuncie um problema que seja modelado pelo sistema: $\begin{cases} \quad 48 \\ \quad 3y = 12 \end{cases}$.

RESPOSTA PESSOAL, por exemplo:
"Meu pai tem o triplo da minha idade. Juntos, temos 48 anos. Quantos anos tenho?"
"Clarice e Antônia gastaram juntas no shopping R$ 48,00. Clarice gastou três vezes mais que Antônia. Quanto gastou cada uma delas?"
"O semiperímetro (= metade do perímetro) de um terreno retangular é de 48m e ele tem de fundos (= comprimento) 12 metros a mais do que o triplo da sua frente (= largura). Quais são as dimensões desse terreno?".

AVALIAÇÃO

O processo de avaliação é um dos momentos mais importantes no processo de ensino-aprendizagem, pois é neste momento que o professor tem condições de detectar os problemas que os alunos vêm enfrentando e, assim, poder ajudá-los.

Por isso é de extrema importância que a avaliação se dê a todo o momento. Tanto na hora da explicação do conteúdo, com a participação do aluno, através de questionamentos à turma, inclusive nominalmente quando for preciso, quanto indo de mesa em mesa, observando as dificuldades que eles enfrentam na realização dos exercícios, orientando-os.

Com a primeira atividade da pg. 4 é possível saber o nível de familiarização dos alunos com a resolução de sistemas lineares 2x2. Os alunos precisam, neste momento, ser levados a buscar a melhor forma de solucionar as questões. Eles precisam se questionar sobre suas próprias escolhas e o porquê.

Na atividade com o software, pg. 11, é possível observar se o aluno está percebendo as características das equações que representam cada um dos sistemas. Para tanto é preciso atenção do professor, que deverá estar indo de aluno por aluno verificando se eles estão atingindo o objetivo.

Na pg. 17, a sugestão de pedir à turma que dê palpites acerca da melhor forma de solucionar o problema ajuda a perceber o nível de dificuldade deles e, assim, é possível intervir, no sentido de orientá-los no raciocínio.

Nos exercícios da atividade 5, pg. 18, é de extrema importância que o professor esteja indo de mesa em mesa, orientando os alunos com maior dificuldade e estimulando a turma a tentar escalonar cada sistema pedido. Se achar necessário, peça aos alunos que trabalhem juntos na resolução dos exercícios.

A atividade 6 (pg 20) faz-se necessária para detectar as dificuldades dos alunos na resolução de exercícios e problemas envolvendo sistemas lineares. Quando o professor for corrigir a avaliação, é importante não fazer a correção dos erros diretamente na folha de atividades. Isto precisa ser feito em um novo momento, juntamente com a turma, onde cada aluno poderá ver seu próprio erro e corrigi-lo. O professor precisa pontuar no quadro, além dos erros mais freqüentes, aqueles que também achar de maior relevância.

BIBLIOGRAFIA

FERREIRA, V. L. <*victorferreira@educacao.rj.gov.br*> Dinâmicas Matemática 2ª série PROJETO REFORCO ESCOLAR. Mensagem para: <*ciepbrizolao469@yahoo.com.br*>; <*aline_gabry@oi.com.br*> em 01 novembro 2012.

RIBEIRO, Jackson. Matemática: Ciência, Linguagem e Tecnologia. Ensino Médio. São Paulo: Scipione, 2011. 2 v.

ROTEIROS DE AÇÃO: Campo Conceitual 1: Sistemas Lineares. Projeto Seeduc: Formação Continuada, 2012. Disponível em: www.profetoseeduc.cecierj.edu.br . Acesso em: nov. 2012.

SAERJ: Saerjinho. Disponível em: www.saerjinho.caedufjf/diagnostica/ . Acesso em: 25 out. 2012.